

수학 영역

홀수형

성명	
----	--

수험 번호						—					
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

힘이 들 땐 하늘을 봐. 너는 항상 혼자가 아니야.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- 공통과목 1~8쪽
- 선택과목
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $27^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$ 의 극솟값은? [2점]

- ① 0
- ② -1
- ③ -2
- ④ -3
- ⑤ -4

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_3 = 0, \quad a_7 = 6$

일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 11
- ② $\frac{21}{2}$
- ③ 10
- ④ $\frac{19}{2}$
- ⑤ 9

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + a & (x < 3) \\ 5x - a & (x \geq 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 5
- ② 3
- ③ 0
- ④ -3
- ⑤ -5

5. 함수 $f(x) = (\log_2 x)^2 - 4\log_2 x + a$ 가 닫힌구간 $[1, 8]$ 에서
최대값 7, 최소값 b 를 갖는다. $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

6. $\int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 + 4x - 2)dx$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{15}{2}$ ② -6 ③ $-\frac{9}{2}$ ④ -3 ⑤ $-\frac{3}{2}$

7. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = x^2 f(x) + 2x$$

라 하자. $f(-1) = 2, f'(-1) = 3$ 일 때, $g'(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. $\tan \theta > 0$, $\sin \theta = -\frac{1}{7}$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ② $\frac{6}{7}$ ③ $-\frac{6}{7}$ ④ $-\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ⑤ -1

9. 양의 실수 k 에 대하여 시각 $t = 0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = \begin{cases} -3t + 6 + 4k & (t < 2) \\ k(-t^2 + t + 6) & (t \geq 2) \end{cases}$$

이다. 출발한 후 점 P 의 운동 방향이 바뀌는 시각에서의 점 P 의 가속도가 -10 일 때, 시각 $t = 0$ 에서 $t = 2k$ 까지 점 P 의 위치의 변화량은? [4점]

- ① 20 ② $\frac{61}{3}$ ③ $\frac{62}{3}$ ④ 21 ⑤ $\frac{64}{3}$

10. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_n - 2)(a_n - 3) = 0$$

을 만족시킨다. 자연수 m 에 대하여

$$\sum_{n=1}^m a_n = 24, \quad \sum_{n=1}^m a_n^2 = 60$$

일 때, $\sum_{n=1}^m a_n^3$ 의 값은? [4점]

- ① 156 ② 160 ③ 164 ④ 168 ⑤ 172

11. 실수 t 에 대하여 $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때 x 에 대한 방정식

$$(\sin x - t)(2\sin x - t - 2) = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 함수 $f(t)$ 의 치역의 원소의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. $0 < k < 3$ 인 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = x(x - k)(x - 3)^2$$

이다. 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축이 원점 O 와 두 점 P, Q ($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 곡선 $y = f(x)$ 와 선분 OP 로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y = f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) = (B \text{의 넓이})$$

일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{8}{5}$ ③ $\frac{17}{10}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ $\frac{19}{10}$

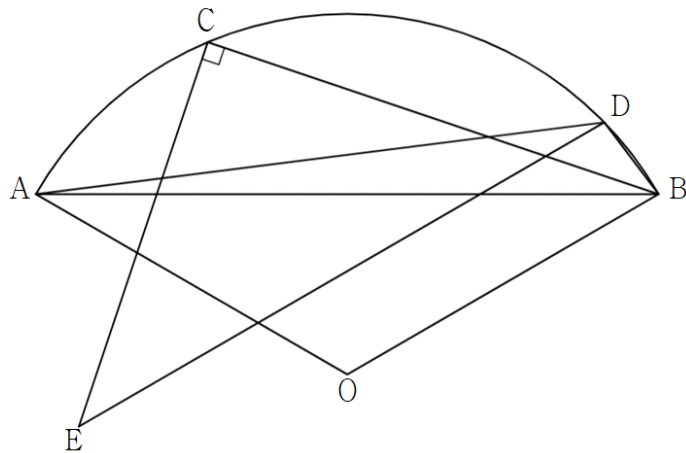
13. 최고차항의 계수가 2인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여
곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(-3, 7)$ 에서의 접선과
곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선이
점 $(2, 7)$ 에서 만날 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

① 91 ② 94 ③ 97 ④ 100 ⑤ 103

14. 그림과 같이 중심이 O , $\frac{\pi}{2} < \angle AOB < \pi$ 이고 반지름의 길이가
4인 부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 위의 두 점 C, D 에 대하여
점 C 를 지나고 선분 BC 에 수직인 직선과 점 D 를 지나고
선분 OB 에 평행한 직선이 만나는 점을 E 라 하자.

$$\overline{BD} = 1, \quad \cos(\angle CED) = \frac{3}{4}$$

이고 삼각형 OAB 의 넓이가 삼각형 OCB 의 넓이의 $\frac{4\sqrt{21}}{21}$ 배일
때, $\overline{AD} = k$ 이다. $(2k+1)^2$ 의 값은? (단, $\overline{AC} < \overline{AD}$) [4점]



① 187 ② 189 ③ 191 ④ 193 ⑤ 195

18. 두 실수 $a, b (b > 0)$ 에 대하여 함수 $f(x) = a \tan b \pi x + 3$ 가 있다. 함수 $f(x)$ 의 주기가 3이고, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(10, 9)$ 를 지날 때, $a^4 \times b$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 h 에 대하여

$$f(1+2h) - f(1) = 3h^4 + 4h^3 + 4h$$

을 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 첫째항이 3인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{4 - S_n}{n + 2}$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^5 (2S_{2k+3} - S_k)$ 의 값을 구하는 과정이다.

모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ 이므로

$$S_{n+1} - S_n = \frac{4 - S_n}{n + 2}$$

이고 이 식을 정리하면

$$(n+2)S_{n+1} = (n+1)S_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = (n+1)S_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이므로

$$S_n = \boxed{\text{(나)}} \div (n+1) \quad (n \geq 1)$$

이다. 이를 이용하여 $\sum_{k=1}^5 (2S_{2k+3} - S_k)$ 의 값을 구하면

$$\sum_{k=1}^5 (2S_{2k+3} - S_k) = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $\frac{p \times q \times f(3)}{5}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수의 절댓값이 $\frac{1}{4}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $64f(7)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 실수 k 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow t} \frac{f(x) + |f(x)|}{x - t}$ 의 값이 존재하도록 하는
실수 t 의 범위는 $t < k$ 또는 $t = k + 6$ 이다.

(나) $a \times b = 64$ 인 두 실수 a, b 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) + |f(x)| - b}{(x - a)^2}$ 의 값이 존재한다.

22. 실수 a ($a > 1$)에 대하여 곡선 $y = 3a^x$ 이 두 함수

$$y = -x, \quad y = \frac{1}{12}x^2 \quad (x < 0)$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선

$$y = \log_a x, \quad y = \frac{3}{x}$$

이 만나는 점을 C라 하자.

직선 AB의 기울기를 m , 직선 BC의 기울기를 m' 이라 하면

$$\frac{m'}{m} = \frac{4}{11}$$

이다. $6a^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 6 개의 문자 a, a, a, a, b, c 를 모두 일렬로 나열하는
경우의 수는? [2점]

- ① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

24. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

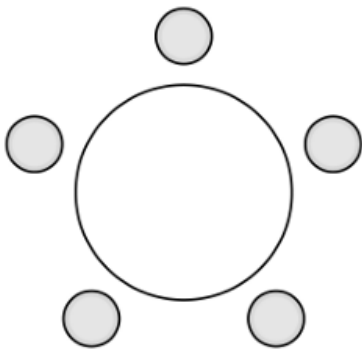
$P(A \cup B) = 1, \quad P(A^c) = 2P(A)$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

27. 5명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 남학생 5명, 여학생 3명이 있다. 이 8명의 학생 중에서 4명 이상의 남학생을 포함하여 5명의 학생을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 하는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 384 ② 408 ③ 432 ④ 456 ⑤ 480



28. 공 15개와 비어 있는 세 상자 A, B, C가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 세 상자 A, B, C에 공을 넣는 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져

나온 눈의 수가 3의 배수이면

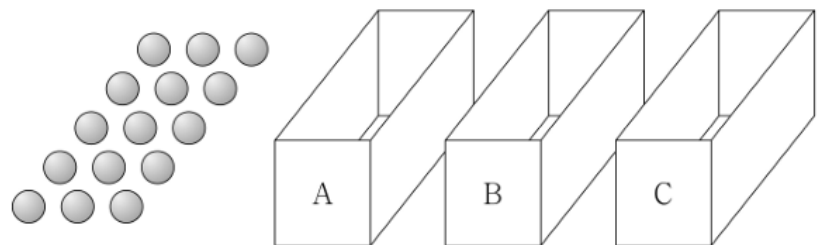
세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 2, 0이고,

나온 눈의 수가 3의 배수가 아니면

세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 1, 1이다.

이 시행을 5번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 홀수일 때, 상자 A에 들어 있는 공의 개수와 상자 C에 들어 있는 공의 개수의 합이 8 이상일 확률은? [4점]

- ① $\frac{44}{61}$ ② $\frac{47}{61}$ ③ $\frac{50}{61}$ ④ $\frac{53}{61}$ ⑤ $\frac{56}{61}$



단답형

29. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, $a + b = 8$ 또는 $b \geq c$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)
[4점]

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x = 1, 2, 3, 4$ 일 때 $f(x + 1) + 3 \geq f(x) + x$ 이다.
- (나) $f(2)$ 의 값은 홀수이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos n}{n^2}$ 의 값은? [2점]

- ① 0
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ $\frac{3}{2}$
- ⑤ 2

24. $\int_3^4 \frac{x^2 - 4x + 6}{x - 2} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $1 + 2\ln 2$
- ② $\frac{3}{2} + 2\ln 2$
- ③ $2 + 2\ln 2$
- ④ $\frac{3}{2} + 3\ln 2$
- ⑤ $2 + 3\ln 2$

27. 함수 $y = f(x)$ 를 매개변수 t 로 나타내면

$$\begin{cases} x = e^t + 2 \\ y = 4e^t + 3 - \frac{5}{e^{2t}} \end{cases}$$

이다. $\int_4^6 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{95}{4}$ ② 25 ③ $\frac{105}{4}$ ④ $\frac{55}{2}$ ⑤ $\frac{115}{4}$

28. 실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) [4점]

(가) $\frac{2f(e^x) - 2e^x - 2}{e^{3x}} = 18x^2 - 30x + 19$
 (나) $f(-e^x - 1) = e^{3x} - e^x$
 (다) $f''(x) \geq 0$

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

단답형

29. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재하고

$$\int_{-2}^3 g(x) dx = 4 \text{ 이다.}$$

(나) $f(0) = -2$, $f(1) = 3$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ f\left(\frac{k+3}{n}\right) - f\left(\frac{k}{n}\right) \right\} \frac{k}{n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2x^2 \sin x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 양수 t 를 작은 것부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선이 원점을 지난다.

$40\pi \times \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 \sin(a_{n+1} - a_n))$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 좌표공간의 점 $A(2, 1, 3)$ 을 xy 평면에 대하여 대칭이동한 점을 P 라 하고, 점 A 를 yz 평면에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이는? [2점]

- ① $5\sqrt{2}$
- ② $2\sqrt{13}$
- ③ $3\sqrt{6}$
- ④ $2\sqrt{14}$
- ⑤ $2\sqrt{15}$

24. 한 초점의 좌표가 $(3\sqrt{2}, 0)$ 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{6} = 1$ 의 주축의 길이는? (단, a 는 양수이다.) [3점]

- ① $3\sqrt{3}$
- ② $\frac{7\sqrt{3}}{2}$
- ③ $4\sqrt{3}$
- ④ $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ $5\sqrt{3}$

25. 좌표평면에서 두 직선

$$\frac{x+1}{2} = y-3, \quad x-2 = \frac{y-5}{3}$$

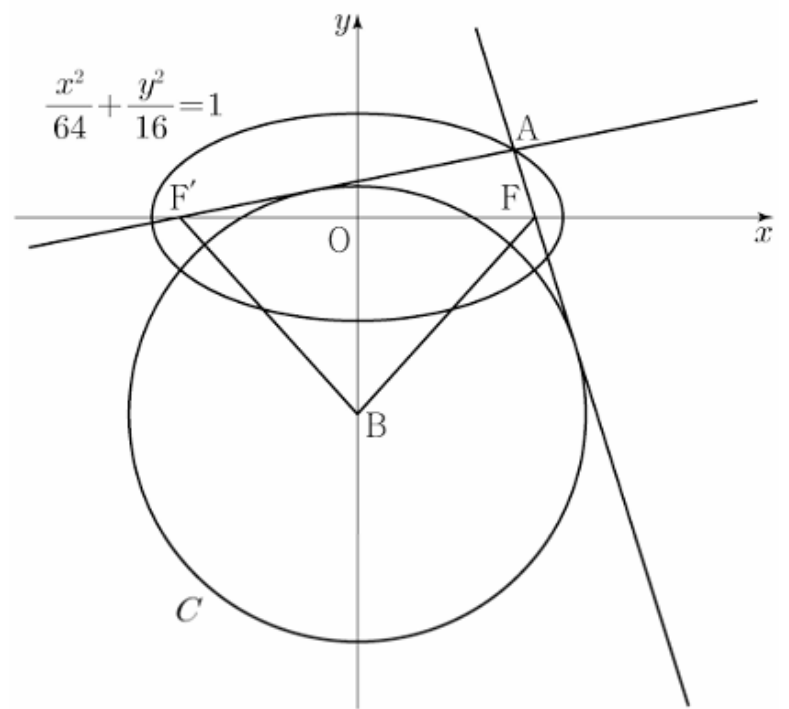
가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

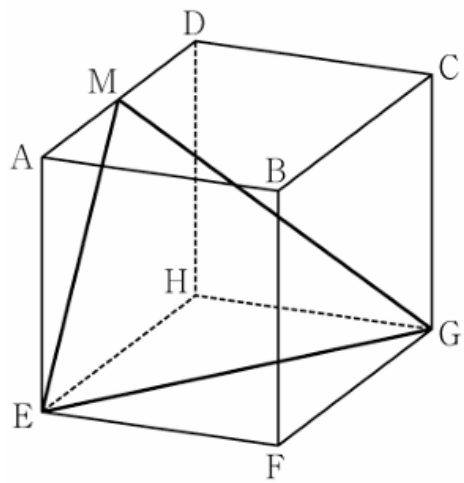
26. 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 점 중

제1사분면에 있는 점 A 가 있다. 두 직선 AF, AF' 에 동시에 접하고 중심이 y 축 위에 있는 원 중 중심의 y 좌표가 음수인 것을 C 라 하자. 원 C 의 중심을 B 라 할 때 사각형 $AFBF'$ 의 넓이가 72이다. 원 C 의 반지름의 길이는? [3점]

- ① $\frac{17}{2}$ ② 9 ③ $\frac{19}{2}$ ④ 10 ⑤ $\frac{21}{2}$



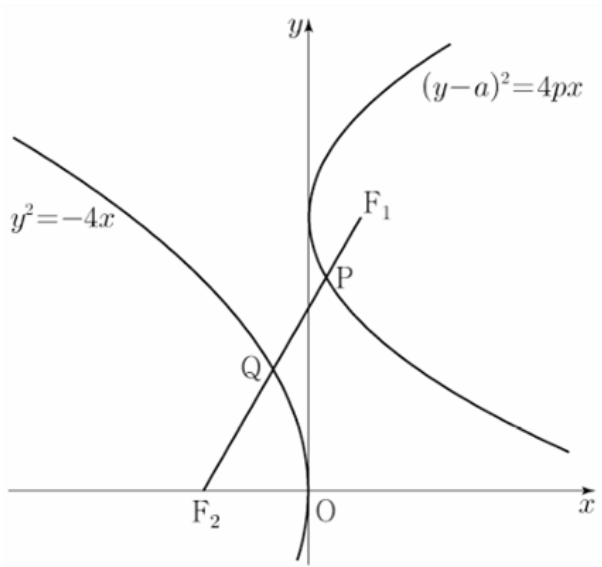
27. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인 정육면체 ABCD -EFGH 가 있다. 선분 AD 의 중점을 M 이라 할 때, 삼각형 MEG 의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$

28. 두 양수 a, p 에 대하여 포물선 $(y - a)^2 = 4px$ 의 초점을 F_1 이라 하고, 포물선 $y^2 = -4x$ 의 초점을 F_2 라 하자. 선분 F_1F_2 가 두 포물선과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{F_1F_2} = 3, \overline{PQ} = 1$ 이다. $a^2 + p^2$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7



단답형

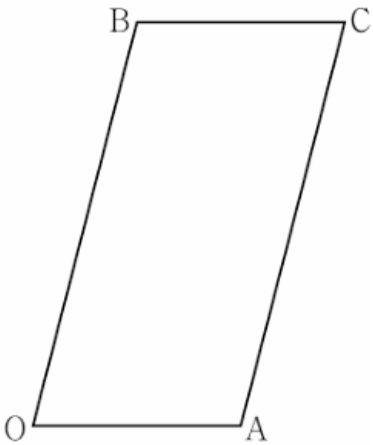
29. 좌표평면에서 $\overline{OA} = \sqrt{2}$, $\overline{OB} = 2\sqrt{2}$ 이고

$\cos(\angle AOB) = \frac{1}{4}$ 인 평행사변형 OACB 에 대하여 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad \overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} \quad (0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 1)$$

$$(나) \quad \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$$

점 O 를 중심으로 하고 점 A 를 지나는 원 위를 움직이는 점 X 에 대하여 $|3\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OX}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. $M \times m = a\sqrt{6} + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.
(단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]



30. 좌표공간에 중심이 $C(2, \sqrt{5}, 5)$ 이고 점 $P(0, 0, 1)$ 을 지나는 구

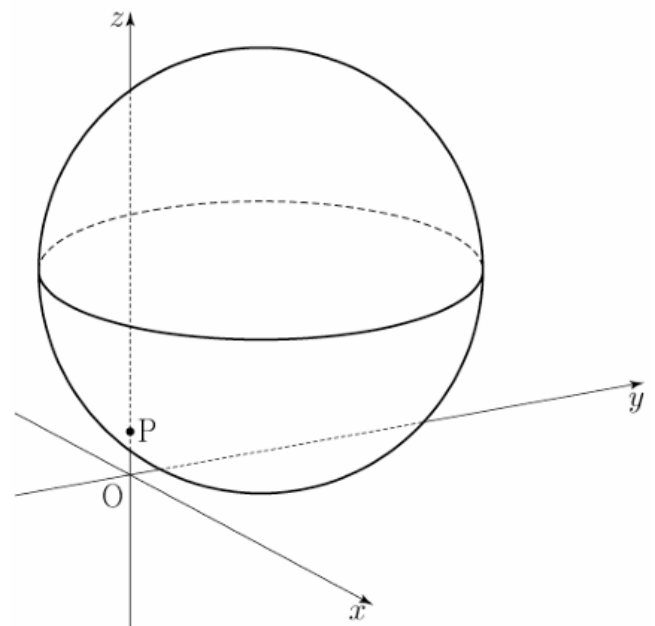
$$S: (x-2)^2 + (y-\sqrt{5})^2 + (z-5)^2 = 25$$

가 있다. 구 S 가 평면 OPC 와 만나서 생기는 원 위를 움직이는 점 Q, 구 S 위를 움직이는 점 R 에 대하여 두 점 Q, R 의 xy 평면 위로의 정사영을 각각 Q_1, R_1 이라 하자.

삼각형 OQ_1R_1 의 넓이가 최대가 되도록 하는 두 점 Q, R 에 대하여 삼각형 OQ_1R_1 의 평면 PQR 위로의 정사영의 넓이는

$\frac{q}{p}\sqrt{6}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O 는 원점이고 세 점 O, Q_1, R_1 은 한 직선 위에 있지 않으며, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.