고3

2027학년 수능 대비 ALL DAY 미니 모의고사 2회차

수학 영역

성명		전화번호					–				

○ 문제지의 해당란에 성명과 전화 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

하나뿐인 너의 꽃, 너 자신을 살아라

○ 답안지의 해당란에 성명과 전화 번호를 쓰고, 선택과목(확률과 통계, 미적분), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

○ 시험 종료 후에 해설지를 배부하시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

○ **공통 과목** ······························ 1 ~ 3쪽

○ **확률과 통계** ······························ 4쪽

○ **미적분** ······························ 5쪽

㈜올티컴퍼니

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

올티 컴퍼니

고3

수학 영역(공통)

올티 컴퍼니

5지선다형

1. $4^{\sqrt{2}-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2\sqrt{2}-5}$의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

2. 양수 k에 대하여 닫힌구간 $[-k, k]$에서 함수 $f(x)=x^3-12x+7$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M-m=32$를 만족시키는 모든 양수 k에 대하여 k의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 상수 $a\,(0<a<1)$에 대하여 닫힌구간 $\left[0, \frac{2}{a}\right]$에서 정의된 함수 $f(x)=2\cos(a\pi x)$가 있다. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=k\,(-2<k<0)$가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 함수 $y=f(x)$의 그래프가 최솟값을 갖는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 $\angle \mathrm{C}=\frac{\pi}{2}$인 직각이등변삼각형이고 그 넓이가 1일 때, $60a-k$의 값은? [4점]

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

4. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값은? [4점]

(가) 집합 $A=\{a \mid$함수 $|g(x)-g(a)|$가 오직 한 점에서만 미분가능하지 않다.$\}=\{-1, 3\}$
(나) 함수 $g(x)$의 최솟값은 -6이다.

① 100 ② 108 ③ 116 ④ 124 ⑤ 132

단답형

5. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 있다. 두 극한값 $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{|x-1|}$, $\lim_{x\to 3}\frac{f(x)+4}{|x-3|}$이 모두 존재할 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [3점]

6. 모든 항이 정수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} -2a_n & (a_n<0) \\ a_n-2 & (0\le a_n\le 4) \\ 10-a_n & (a_n>4) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_5+a_6=6$일 때, 가능한 모든 a_1의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
- ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- ○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

고3

수학 영역(확률과 통계)

올티 컴퍼니

5지선다형

7. $(2-3x)^4\left(\frac{1}{x^2}-x\right)^3$의 전개식에서 x^2의 계수는? [3점]

① 616 ② 624 ③ 632 ④ 640 ⑤ 648

8. 숫자 1부터 9까지 적힌 9장의 카드에서 서로 다른 4장을 뽑아 일렬로 나열하여 네 자리 자연수를 만들려고 한다. 이 자연수의 천의 자리 숫자와 일의 자리 숫자의 곱이 짝수가 될 확률은? [3점]

① $\frac{11}{18}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{13}{18}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

단답형

9. 비어 있는 세 상자 A, B, C가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 세 상자 A, B, C에 공을 넣는 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
> 나온 눈의 수가 4 이하이면
> 세 상자 A, B, C에 넣은 공의 개수가 각각 2, 1, 0이고, 나온 눈의 수가 5 이상이면
> 세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 0, 2, 3이다.

이 시행을 6번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 짝수일 때, 상자 A에 들어 있는 공의 개수와 상자 C에 들어 있는 공의 개수의 합이 15 이상일 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(미적분)

고3

올티 컴퍼니

5지선다형

10. 곡선 $\ln x + xy^3 = 8$ 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선의 x절편은? [3점]

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

11. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 역함수 $g(x)$를 갖는다. 모든 실수 x에 대하여

$$f(x^3 + x) = e^{x-1} + 2x - 1$$

을 만족시킬 때, $g'(2)$의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

단답형

12. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x) = f(x)e^{-x}$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $g'(x) = 0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(나) 양수 t에 대하여 함수 $h(x) = |g(x) - t|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하지 않은 점의 개수가 1이 되도록 하는 모든 t의 값의 범위는 $t = 8e^{-2}$ 또는 $t > 3e^{-1}$이다.

$f(6)$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.

2027학년도 수능 대비 ALL DAY 미니 모의고사

정답 및 해설

[ALL DAY 미니 모의고사 빠른 정답]

공통 과목

1	③	*2*	①	*3*	⑤	*4*	②	*5*	16
6	13								

확률과 통계

7	⑤	*8*	③	*9*	426

미적분

10	④	*11*	②	*12*	168

제작 올티 수학연구소 (주) 올티컴퍼니

박종원T [올티 All_T]
現) 상아탑학원 대표강사
現) 올티컴퍼니(주) 대표 (All Day Math Lab.)
現) 강남대성 모의고사 출제진
現) 대성학력개발연구소 컨텐츠 평가위원
前) 대치 오르비학원
前) 시대인재 등 모의고사 출제 및 검토

Connect All

스토어 : 올티북스
https://smartstore.naver.com/alltcompany

사이트 : 올티수학
www.allcorp.co.kr

모든 문의 사항과 오타 및 오류 제보
durwar222@naver.com

INSTAGRAM

@allt_study

정답 및 해설

1. 정답 ③

$$4^{\sqrt{2}-1}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{2\sqrt{2}-5}$$
$$=2^{2(\sqrt{2}-1)}\times 2^{-(2\sqrt{2}-5)}$$
$$=2^{2\sqrt{2}-2}\times 2^{-2\sqrt{2}+5}$$
$$=2^{5-3}=8$$

2. 정답 ①

$$f'(x)=3(x-2)(x+2)$$
이므로 $x=-2$에서 극대, $x=2$에서 극소이고
$$f(-2)=23,\ f(2)=-9$$
이다.

① $k=2$이면 $[-2,\ 2]$에서
$M-m=23-(-9)=32$.

② $2<k<4$이면
$f(k)<23,\ f(-k)>-9$
이므로 최댓값은 23, 최솟값은 -9이다. 따라서 이때도
$M-m=32$이고 정수 k는 3.

③ $k\geq 4$이면 최댓값은 $f(k)$, 최솟값은 $f(-k)$이므로
$M-m=f(k)-f(-k)=2k^3-24k$
$2k^3-24k=32$에서 $k^3-12k-16=0$,
즉 $(k-4)(k+2)^2=0$이므로 $k=4$.

따라서 가능한 k는 $2,\ 3,\ 4$이고, 최댓값과 최솟값의 합은 $4+2=6$이다.

3. 정답 ⑤

함수 $f(x)=2\cos(a\pi x)$의 주기는 $\dfrac{2}{a}$이다.

주어진 구간에서 함수는 $x=\dfrac{1}{a}$일 때,

최솟값 -2를 가지므로 점 C의 좌표는 $\left(\dfrac{1}{a},\ -2\right)$

점 C에서 직선 $y=k$에 내린 수선의 발을 H라 하면

H의 좌표는 $\left(\dfrac{1}{a},\ k\right)$이므로 삼각형 ABC의 높이는

$\overline{\mathrm{CH}}=k+2$

함수 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $x=\dfrac{1}{a}$에 대하여 대칭이므로

삼각형 ABC는 선분 CH에 대해 좌우 대칭이다.

$\angle\mathrm{C}=\dfrac{\pi}{2}$인 직각이등변삼각형이므로 선분 AB의 길이는

$2\overline{\mathrm{CH}}=2(k+2)$

삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 2(k+2)\times(k+2)=(k+2)^2=1$

이고, $-2<k<0$이므로 $k=-1$

$k=-1$일 때, $\overline{\mathrm{CH}}=1$이므로 점 B의 x좌표는 $\frac{1}{a}+1$

점 B가 $y=f(x)$ 위의 점이므로 $f\left(\frac{1}{a}+1\right)=-1$

$2\cos\left(a\pi\left(\frac{1}{a}+1\right)\right)=2\cos(\pi+a\pi)=-2\cos(a\pi)=-1$

에서 $\cos(a\pi)=\frac{1}{2}$이다.

이때 $0<a<1$이므로 $a\pi=\frac{\pi}{3}$, 즉 $a=\frac{1}{3}$이다.

$\therefore\ 60a-k=60\times\frac{1}{3}-(-1)=21$

4. 정답 ②

함수 $f(x)$가 최고차항 계수가 1인 삼차함수이므로, $g(x)$는 최고차항 계수가 $\frac{1}{4}$인 사차함수이다.

함수 $|g(x)-g(a)|$가 오직 한 점에서만 미분가능하지 않기 위해서는 직선 $y=g(a)$와 곡선 $y=g(x)$의 교점이 삼중근이 되어야 한다.
이를 만족하는 a가 $-1,\ 3$뿐이므로,
두 교점의 x좌표는 각각 $-1,\ 3$이다.
$x=-1$에서 3중근, $x=3$에서 단일근을 가질 때

$g(x)-g(-1)=\frac{1}{4}(x+1)^3(x-3)$

이때 $g(0)=0$이므로 $g(-1)=\frac{3}{4}$

$\therefore\ g'(x)=(x+1)^2(x-2)$

조건 (나)에 의해 $x=2$에서 극솟값이면서 최솟값이어야 하므로 최솟값은 $g(2)=-6$
($x=3$에서 삼중근을 가지면 최솟값이 0이 되어 조건 (나)에 모순이다.)
따라서 $g'(x)=f(x)$이므로 $f(x)=(x+1)^2(x-2)$
$\therefore\ f(5)=(5+1)^2(5-2)=36\times 3=108$

5. 정답 16

우선, $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{|x-1|}=a$ (a는 상수), $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)+4}{|x-3|}=b$ (b는 상수)라 하자.

$f(1)=0$이므로 $\lim\limits_{x\to 1+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1-}\frac{f(x)-f(1)}{-(x-1)}=a$

이때 미분계수의 정의에 의해
$f'(1)=-f'(1)$, 즉 $f'(1)=a=0$
이와 같은 방법으로 $f(3)=-4$이므로

$\lim\limits_{x\to 3+}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3-}\frac{f(x)-f(3)}{-(x-3)}=b$

이때 미분계수의 정의에 의해
$f'(3)=-f'(3)$, 즉 $f'(3)=b=0$
$f'(x)=3(x-1)(x-3)=3x^2-12x+9$

$f(x)=\int f'(x)dx$
$=\int(3x^2-12x+9)dx$
$=x^3-6x^2+9x+C$ (C는 적분상수)
이때 $f(1)=0$이므로 $f(1)=1-6+9+C=0$, 즉 $C=-4$
$\therefore\ f(x)=x^3-6x^2+9x-4$
$\therefore\ f(5)=5^3-6\times 5^2+9\times 5-4=16$

6. 정답 13

$x=a_5$라 두면 $a_6=T(x)$이고 $x+T(x)=6$이다.
$x<0$이면 $x-2x=-x=6$이므로 $x=-6$, $0\le x\le 4$이면 $x+(x-2)=6$이므로 $x=4$, $x>4$이면 $x+(10-x)=10$이므로 불가능이다.
$\therefore\ a_5\in\{-6,\ 4\}$
이와 같은 방법으로 $T(a)=b$일 때 a는 b가 양의 짝수이면 $-\frac{b}{2}$, $-2\le b\le 2$이면 $b+2$, $b<6$이면 $10-b$이다.
이를 차례로 적용하면 $a_4\in\{16,\ -2,\ 6\}$,
$a_3\in\{-8,\ 0,\ 12,\ -3\}$,
$a_2\in\{18,\ 2,\ 10,\ -6,\ 13\}$,
$a_1\in\{-9,\ -1,\ 4,\ 8,\ -5,\ 16\}$
따라서 가능한 a_1은 $-9,\ -5,\ -1,\ 4,\ 8,\ 16$이므로 합은 13

7. 정답 ⑤

$\left(\frac{1}{x^2}-x\right)^3$의 일반항은

${}_3\mathrm{C}_r(x^{-2})^{3-r}(-x)^r={}_3\mathrm{C}_r(-1)^r x^{-6+3r}$
이므로 지수는 $-6,\ -3,\ 0,\ 3$만 나온다.
전체에서 x^2가 되려면 $(2-3x)^4$의 항과 곱했을 때 지수 합이 2여야 한다.

가능한 경우는 $\left(\frac{1}{x^2}-x\right)^3$의 상수항과 $(2-3x)^4$의 x^2항을 곱하는 경우뿐이다.

$\left(\frac{1}{x^2}-x\right)^3$의 상수항은

${}_3\mathrm{C}_2(x^{-2})(x^2)=3$
또한, $(2-3x)^4$의 x^2의 계수
${}_4\mathrm{C}_2\cdot 2^2\cdot(-3)^2=6\cdot 4\cdot 9=216$
따라서 구하는 계수는 $3\cdot 216=648$

8. 정답 ③

천의 자리와 일의 자리의 곱이 짝수가 되려면 두 자리 중 적어도 하나가 짝수이면 된다.
반대로 곱이 홀수인 경우는 천의 자리와 일의 자리가 모두 홀수인 경우뿐이다.
1부터 9까지에서 홀수는 5개이므로
천의 자리가 홀수일 확률은 $\frac{5}{9}$이다.

그다음 남은 8장 중 홀수는 4개이므로 일의 자리도 홀수일 확률은 $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$이다.

따라서 곱이 홀수일 확률은

$\frac{5}{9}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{18}$

그러므로 구하는 확률은

$1-\frac{5}{18}=\frac{13}{18}$

9. 정답 426

주사위를 던져 4 이하의 눈이 나오는 사건을 X라 하자.

6번의 시행 중 사건 X가 일어나는 횟수를 x $(0\le x\le 6)$라 하면, 상자 A, B, C에 들어 있는 공의 개수는 각각

$2x,\ x+2(6-x)=12-x,\ 3(6-x)=18-3x$

상자 B에 든 공의 개수 $12-x$가 짝수이려면 x가 짝수여야 한다. 이를 사건 E라 하면 $x\in\{0,\ 2,\ 4,\ 6\}$이다.

사건 X가 일어날 확률은 $\frac{2}{3}$이므로

$$\mathrm{P}(E)={}_6\mathrm{C}_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^6+{}_6\mathrm{C}_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^4+{}_6\mathrm{C}_4\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^2+{}_6\mathrm{C}_6\left(\frac{2}{3}\right)^6\left(\frac{1}{3}\right)^0$$

$$=\frac{1+60+240+64}{729}=\frac{365}{729}$$

상자 A와 C에 든 공의 개수 합이 15 이상인 사건을 F라 하면

$2x+(18-3x)=18-x\ge 15$, 즉 $x\le 3$

사건 $E\cap F$가 일어날 경우는 $x=0$ 또는 $x=2$이므로 $\mathrm{P}(E\cap F)$는 다음과 같다.

$$\mathrm{P}(E\cap F)={}_6\mathrm{C}_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^6+{}_6\mathrm{C}_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1+60}{729}=\frac{61}{729}$$

구하는 확률은 $\mathrm{P}(F|E)=\frac{\mathrm{P}(E\cap F)}{\mathrm{P}(E)}=\frac{61/729}{365/729}=\frac{61}{365}$

따라서 $p=365,\ q=61$이며 $p+q=426$

10. 정답 ④

곡선의 방정식 $\ln x+xy^3=8$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$\frac{1}{x}+y^3+3xy^2\frac{dy}{dx}=0$

이 식에 $x=1,\ y=2$를 대입하면 $1+8+12\frac{dy}{dx}=0$이므로

접선의 기울기는 $\frac{dy}{dx}=-\frac{3}{4}$

따라서 점 $(1,\ 2)$에서의 접선의 방정식은

$y-2=-\frac{3}{4}(x-1)$

이 접선의 x절편을 구하기 위해 $y=0$을 대입하면

$-2=-\frac{3}{4}(x-1)$이므로 $x=\frac{11}{3}$이다.

11. 정답 ②

$x=1$일 때, $f(1^3+1)=e^0+2\cdot 1-1=2$이므로 $f(2)=2$

이때 g가 f의 역함수이므로 $g(2)=2$

주어진 식 $f(x^3+x)=e^{x-1}+2x-1$을 미분하면

$f'(x^3+x)(3x^2+1)=e^{x-1}+2$

여기에 $x=1$을 대입하면 $4f'(2)=3$이므로 $f'(2)=\frac{3}{4}$

따라서 역함수 미분법에 의해

$g'(2)=\frac{1}{f'(g(2))}=\frac{1}{f'(2)}=\frac{4}{3}$

12. 정답 168

$g(x)=f(x)e^{-x}$이므로 미분하면

$g'(x)=(f'(x)-f(x))e^{-x}$

조건 (가)에서 $g'(x)=0$이 서로 다른 두 실근을 가지므로

$f'(x)-f(x)=a(x-\alpha)^2(x-\beta)$

조건 (나)에 의해 $g(1)=3e^{-1}$, $g(2)=8e^{-2}$이고,

두 점은 $g'(x)=0$의 근이므로 $g'(1)=0,\ g'(2)=0$을 만족해야 한다.

① $g(1)=f(1)e^{-1}=3e^{-1}$에서 $f(1)=3$

② $g'(1)=(f'(1)-f(1))e^{-1}=0$에서 $f'(1)=f(1)=3$

③ $g(2)=f(2)e^{-2}=8e^{-2}$에서 $f(2)=8$

④ $g'(2)=(f'(2)-f(2))e^{-2}=0$에서 $f'(2)=f(2)=8$

이때 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$라 하면 $f'(x)=3x^2+2ax+b$

위 조건들을 대입하면 다음과 같다.

$1+a+b+c=3$

$3+2a+b=3\ \Rightarrow\ b=-2a$

$8+4a+2b+c=8$

$12+4a+b=8\ \Rightarrow\ 4a+b=-4$

$b=-2a$를 마지막 식에 대입하면 $4a-2a=-4$이므로

$a=-2$이다.

따라서 $b=4$이고, 첫 번째 식에 대입하면

$1-2+4+c=3$에서 $c=0$이다.

$\therefore\ f(x)=x^3-2x^2+4x$

$$f'(x)-f(x)=(3x^2-4x+4)-(x^3-2x^2+4x)=-x^3+5x^2-8x+4=-(x-1)(x-2)^2$$

이므로 조건 (가)를 만족한다.

$\therefore\ f(6)=6^3-2\cdot 6^2+4\cdot 6=216-72+24=168$