

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $2^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{32}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

$$2^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{32} = 2^2$$

2. 곡선 $y = x^3 + 2x - 1$ 위의 점 (1, 2)에서의 접선의 기울기는?

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$f'(x) = (3x^2 + 2) \Big|_{x=1} = 5$$

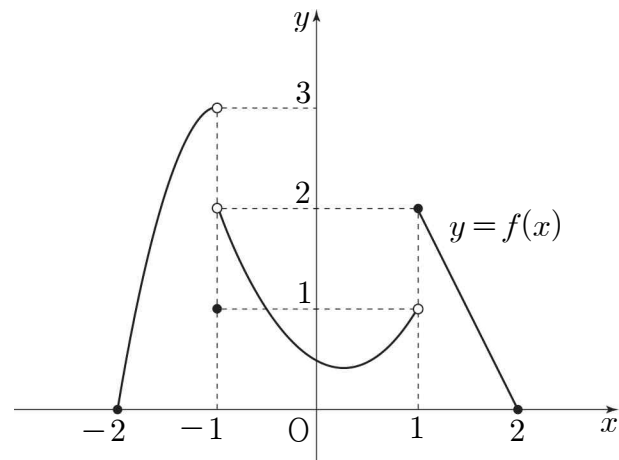
3. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\frac{d}{dx}f(x) = 3x^2 - 5$ 이고 $f(0) = 1$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$$f(x) = x^3 - 5x + 1$$

$$f(0) = 1 - 0 + 1 = 2$$

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 원점을 지나는 곡선 $y = 2^{x-a} + b$ 의 점근선이 직선 $y = -4$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

$2^0 - 4 = 0 \quad a = 2$

6. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \sin bx + 1$ 의 주기가 3π 이고 최댓값과 최솟값의 차가 6일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5

$\frac{2\pi}{b} = 3\pi \quad b = \frac{2}{3} \quad 2a = 6 \quad a = 3$

$a+b = \frac{11}{3}$

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_a^x f(t)dt = x^2 - 3ax + 2$$

를 만족시킨다. $f(0) > 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

[3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

자 $a^2 - 3a^2 + 2 = 0 \quad a = -1$

나 $f(a) = 2a - 3a \rightarrow 3a > 0 \quad a < 0 \quad a = -1$

$f(x) = 2x + 3 \quad f(2) = 7$

8. 첫째항이 음수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 \times a_5 = 36, \quad a_3 + 2a_4 = 2$$

를 만족시킬 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

$a_1 = -6$ ($a_1 < 0$, $a_1 \cdot a_5$ ~~값 동일~~)

$-6 + 2a_4 = 2$ $a_4 = 4$ $r = \frac{2}{3}$

$a_2 = 9$

9. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 + x)f(x)$$

라 하자. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+h) - 4}{h} = 9$ 일 때, $f(1) \times f'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{9}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 9

$g(1) = 4$ $g'(1) = 9$

$f(1) = 2$

$g'(x) = (2x+1)f(x) + (x^2+x)f'(x)$

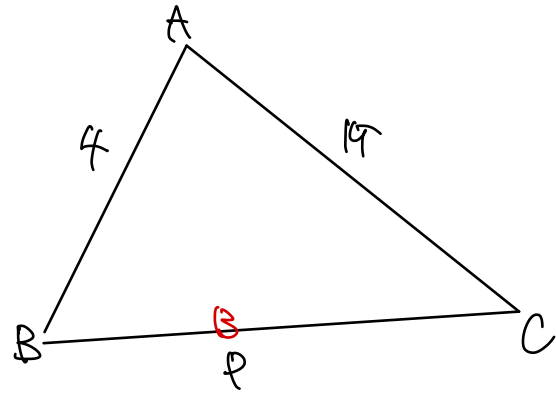
$g'(1) = 3f(1) + 2f'(1) = 9$ $f(1) = 2$

$2 \times \frac{3}{2} = 3$

10. 각 A가 예각인 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는? [4점]

(가) $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 15$
 (나) 삼각형 ABC의 넓이는 24이다.

- ① $\frac{15}{2}$ ② $\frac{65}{8}$ ③ $\frac{35}{4}$ ④ $\frac{75}{8}$ ⑤ 10



$\frac{1}{2} \times 4 \times 15 \times \sin A = 24$

$\sin A = \frac{4}{5}$ $\cos A = \frac{3}{5}$

$\frac{3}{5} = \frac{16 + 225 - a^2}{2 \times 4 \times 15}$

$12 = 24 - a^2$ $a^2 = 16$ $a = 4$

$a = 4$ $b = 15$

11. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_1 의 값의 합은? [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n & (a_n < 0) \\ a_n - 3 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

이다.
(나) $a_3 = a_1 + 4$

- ① $-\frac{2}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ -2

a_1	a_2	a_3	(가)
	\neq	\neq	합성
P		\neq	P0
	P3	\neq	04P3
		P6	03-014 합성!

$P0 \quad \neq P3 \neq P4 \quad \neq P0 \quad P3$

$04P3 \quad \neq P6 \neq P4 \quad \neq P2 \quad P3$

$\neq P \quad \neq P$

12. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

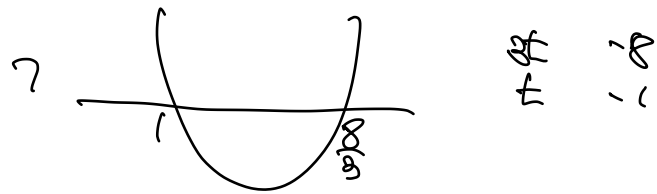
$$v(t) = 3t^2 - 11t + 8$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

㉠ 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다.
 ㉡ 점 P의 가속도가 1이 되는 순간 점 P의 위치는 2이다.
 ㉢ 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는 6이다.

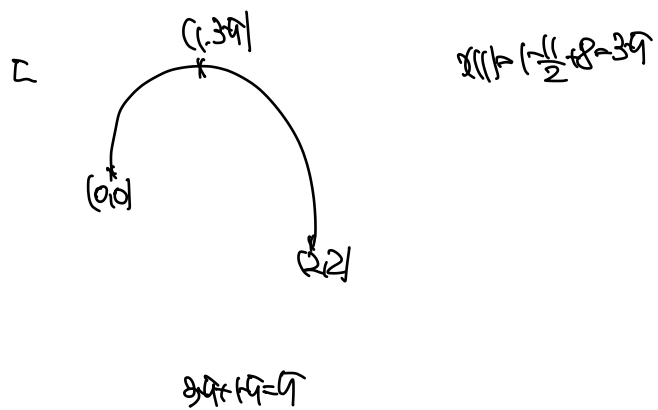
- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢



L $a(t) = 6t - 11 \quad t=2$

$x(t) = t^3 - \frac{11}{2}t^2 + 8t$

$x(2) = 8 - 22 + 16 = 2$



13. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(28)$ 의 값은? [4점]

(가) $0 \leq x \leq 12$ 인 모든 실수 x 에 대하여
 $(\sqrt{2x+1}-1) \times f(x) = ax$
 이다. (단, a 는 상수이다.)
 (나) 모든 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이
 k 에서 $k+12$ 까지 변할 때의 평균변화율은 $\frac{1}{2}$ 이다.

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

조건 (가)에서 $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{2x+1}-1}$ (0 ≤ x ≤ 12)
 $f(12) - f(0) = 6$

$$f(x) = \frac{ax}{\sqrt{2x+1}-1} \quad (0 \leq x \leq 12)$$

→ $x=0$ 일 때 $f(0) = 0$

$$f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax(\sqrt{2x+1}-1)(\sqrt{2x+1}+1)}{(\sqrt{2x+1}-1)(\sqrt{2x+1}+1)} = \frac{ax}{2x} = a$$

$$f(12) = \frac{12a}{4} = 3a \quad 3a = 6 \quad a = 2$$

$$\text{답} \quad \frac{f(28) - f(16)}{12} = \frac{1}{2}$$

$$f(28) - f(16) = 6$$

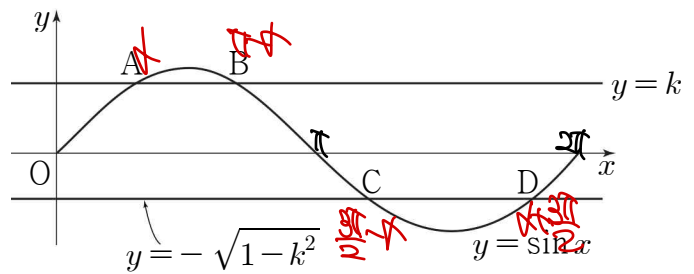
$$f(28) = 6 + f(16)$$

$$f(16) = 6 + f(4)$$

$$f(4) = \frac{4a}{2} = 2a = 4$$

$$f(16) = 10$$

14. 그림과 같이 곡선 $y = \sin x (0 \leq x \leq 2\pi)$ 가 직선 $y = k$ 와 만나는 두 점을 A, B라 하고, 직선 $y = -\sqrt{1-k^2}$ 과 만나는 두 점을 C, D라 하자. $\overline{CD} - \overline{AB} = \frac{2}{9}\pi$ 일 때, 선분 AB의 길이는? (단, k 는 $0 < k < 1$ 인 상수이다.) [4점]



- ① $\frac{13}{36}\pi$ ② $\frac{3}{8}\pi$ ③ $\frac{7}{18}\pi$ ④ $\frac{29}{72}\pi$ ⑤ $\frac{5}{12}\pi$

A, B의 x좌표를 구하면 B의 x좌표 - A의 x좌표

$$\begin{cases} \sin x = k \\ \sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x = \sqrt{1-k^2} \\ \sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x = \sqrt{1-k^2} \end{cases}$$

∴ C, D는 $x = \frac{\pi}{2} - x$ 와 $x = \frac{\pi}{2} + x$

$$\overline{CD} = \pi - 2x$$

$$\overline{AB} = 2x - \pi \quad \text{이때 } x > \frac{\pi}{2}$$

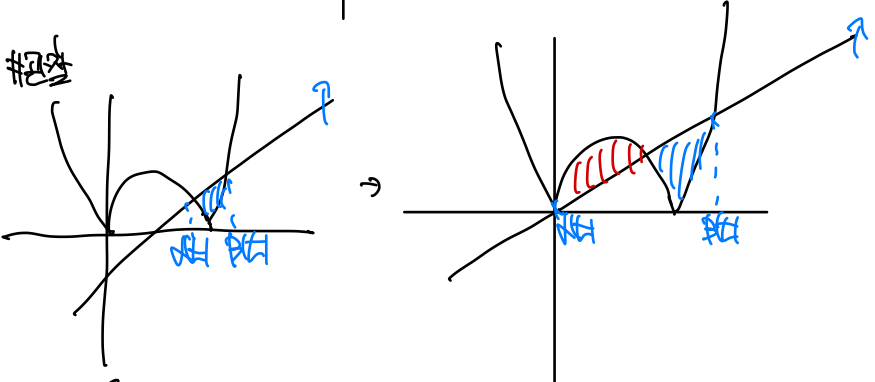
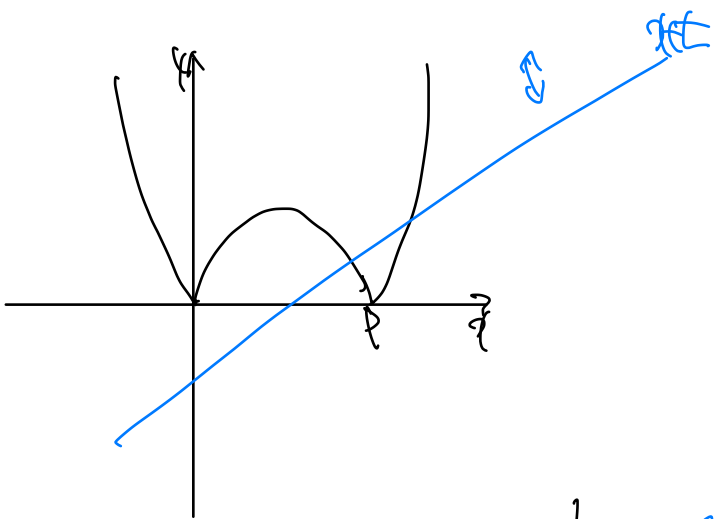
$$\overline{AB} = \pi - 2x = \pi - \frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi}{2} - x$$

15. $p > 1$ 인 상수 p 에 대하여 함수 $f(x) = x^2 - px$ 가 있다.
 실수 $t (t > -p)$ 에 대하여 함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프와
 직선 $y = x + t$ 가 만나는 점의 x 좌표 중 가장 작은 값을 $\alpha(t)$,
 가장 큰 값을 $\beta(t)$ 라 하자.
 열린구간 $(-p, \infty)$ 에서 정의된 함수

$$g(t) = \int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} \{|f(x)| - (x+t)\} dx$$

의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, p 의 값은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4



① \rightarrow $\int_{\alpha}^{\beta} (|f(x)| - (x+t)) dx$

② \rightarrow $\int_{\alpha}^{\beta} (|f(x)| - (x+t)) dx$

③ \rightarrow $\int_{\alpha}^{\beta} (|f(x)| - (x+t)) dx$

④ \rightarrow $\int_{\alpha}^{\beta} (|f(x)| - (x+t)) dx$

⑤ \rightarrow $\int_{\alpha}^{\beta} (|f(x)| - (x+t)) dx$

답은 4이다. $p=4$ 일 때 $\frac{1}{2}$ 이다.

단답형

16. 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가 $\frac{3}{4}\pi$ 인 부채꼴의 넓이는 $a\pi$ 이다. a 의 값을 구하시오. [3점]

$r=8$ 이고 $S = \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} \cdot 64 \cdot \frac{3}{4} \pi = 24\pi$

24

#17 $\sum_{k=1}^7 a_k = \frac{2}{3} \cdot 7^2 = \frac{98}{3} = 32\frac{2}{3}$

17. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^7 a_{2k} = \sum_{k=1}^7 (k^2 - a_{2k-1})$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{14} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

#17 $\int_0^p (f(x) - x) dx = \int_0^p f(x) dx - \int_0^p x dx = \frac{1}{2} p^2 - \frac{1}{2} p^2 = 0$

$\frac{p^3}{6} + \frac{1}{3}(p^3 - p^2) - \frac{1}{2}(p^3 - p^2) = \frac{1}{6} p^3 + \frac{1}{3} p^3 - \frac{1}{3} p^3 - \frac{1}{6} p^3 = \frac{1}{6} p^3$

$\frac{p^3}{6} + \frac{1}{3}(p^3 - p^2) - \frac{1}{2}(p^3 - p^2) = \frac{1}{6} p^3 + \frac{1}{3} p^3 - \frac{1}{3} p^3 - \frac{1}{6} p^3 = \frac{1}{6} p^3$

$\frac{p^3}{6} - \frac{1}{2} p^2 = \frac{1}{6} p^3 - \frac{1}{2} p^2 = \frac{1}{6} p^2 (p - 3)$

$p^3 - 3p^2 - 3p + 3 = 0$

$p^3 - 3p^2 - 3p + 3 = 0 \quad p=4$

18. 방정식

$$\log_2(x-4) = \log_{\frac{1}{2}}(x-6) + 3$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$\log_2(x-4) + \log_2(x-6) = 3$$

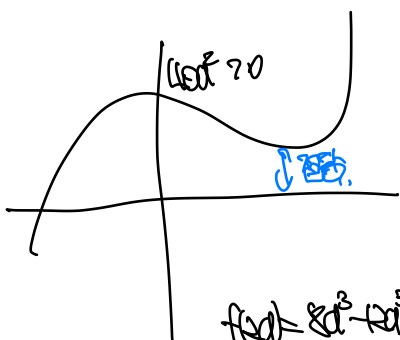
$$x^2 - 10x + 24 = 8$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x-2)(x-8) = 0 \quad \text{양수인 } x > 6$$

$$\textcircled{x=8}$$

19. x 에 대한 방정식 $x^3 - 3ax^2 + 40a^2 = 0$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수가 1일 때, 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]



$$f(x) = x^3 - 3ax^2 + 40a^2 = -4a^2 + 40a^2 = 0$$

$$-4a^2(a-10) = 0$$

$$\textcircled{a=10}$$

20. 첫째항이 8인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을

만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -2a_n & (a_n \leq 0) \\ a_n & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다. $4 \leq n \leq 7 \rightarrow a_n < 0$

(나) $b_3 + b_5 = 2b_4 + 6, \quad b_4 + b_6 = 2b_5$

\Rightarrow 등차수열 a_n 등차수열 b_n

$$b_3, b_4, b_5, b_6 \text{가 등차수열 } a_n + a_n < 0$$

$$\begin{array}{cccc} b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ a_3 & \geq a_4 & \geq a_5 & \geq a_6 \end{array}$$

$$a_3 - 2a_4 = -4a_4 + 6$$

$$8 - 2d - 2(8+4d) = -4(8+4d) + 6$$

$$8 - 2d - 16 - 8d = -32 - 16d + 6$$

$$6d = -18 \quad d = -3 \quad (\text{정수})$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b_n	a_1	a_2	a_3	$\geq a_4$	$\geq a_5$	$\geq a_6$	$\geq a_7$	$\geq a_8$	$\geq a_9$	$\geq a_{10}$

$$\sum_{k=1}^{10} b_k = 3a_2 - 11a_7$$

$$a_2 = 5 \quad a_7 = 8 - 6 \times (-3) = 10$$

$$19 + 40 = 59$$

$$\textcircled{59}$$

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다.
 양수 p 와 실수 $k(k \neq 0)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < p) \\ kf(x-p) & (x \geq p) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
- (나) x 에 대한 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 모든 실근의 합이 $2p$ 이다.

함수 $g(x)$ 의 극값 중 가장 큰 값이 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

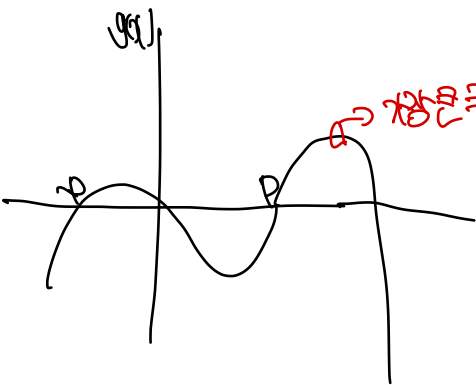
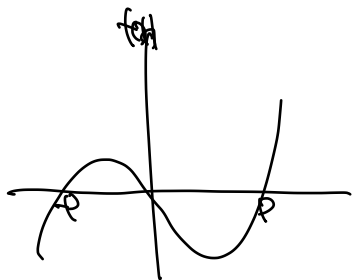
$f(x) = f'(x) = 0$ (Handwritten notes)

$f(x) = 0$ 는 O.P.? (Handwritten note)

$g(x) = 0$ 는 O.P. but $f(x) = 0$ 는 O.P. (Handwritten notes)

$g(x) = 0$ 는 ? O.P. $\Rightarrow ? = p$ (Handwritten notes)

$f(x) = 0$, $f(x) = 0 \Rightarrow k = 2$ (Handwritten notes)



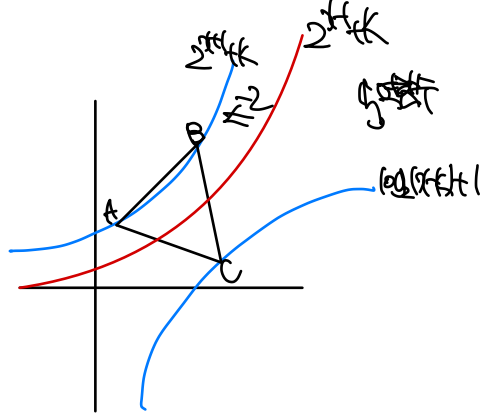
$2f'(p) = \frac{f(p)}{p} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (Handwritten derivation)

$f(x) = x^3 - 9x^2 + 14x$ (Handwritten result)

22. 다음 조건을 만족시키는 곡선 $y = 2^{x+1} + k$ 위의 서로 다른 두 점 A, B와 곡선 $y = \log_2(x-k) + 1$ 위의 점 C가 존재하도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 S 라 하자.

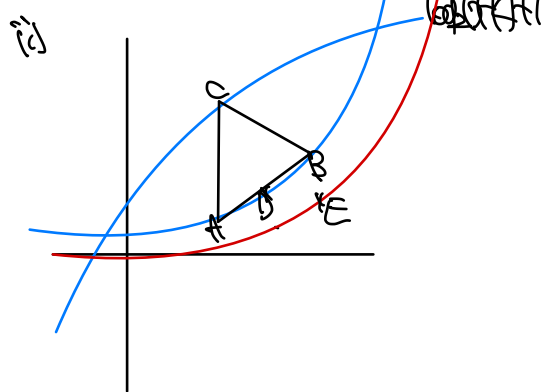
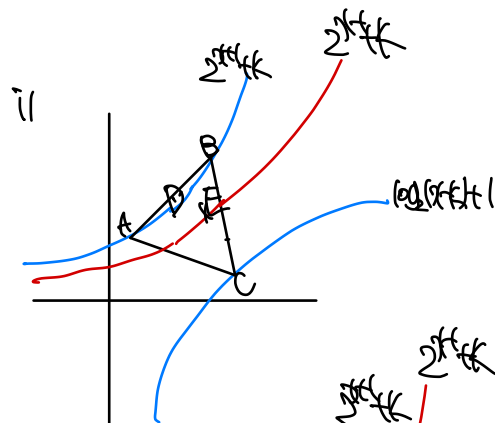
- (가) 직선 AB의 기울기는 1이다.
- (나) 삼각형 ABC는 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정삼각형이다.

$2^{-s + \frac{2}{3}}$ 의 값을 구하시오. [4점] (Handwritten note)

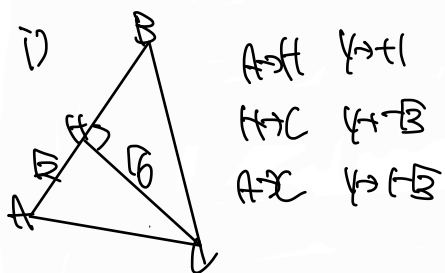


A(-log_2 k, k+2), B(2, k+2), C(k, k+1) (Handwritten coordinates)

$k+2 = 2 \Rightarrow k = -2$ (Handwritten calculation)



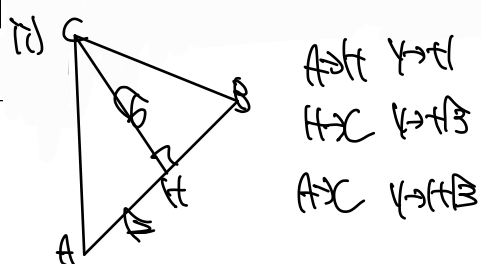
- A(-log_2 3, k+2)
- D(-log_2 3, k+1)
- E(3-log_2 3, k+1)
- C(k+1, 3-log_2 3)



$A \rightarrow B: y+1$
 $H \rightarrow C: y+1$
 $A \rightarrow C: y+1$ (Handwritten slope calculations)

$k+1 = 3 - \log_2 3$
 $k = \frac{1}{3} - \log_2 3$ (Handwritten calculations)

$S = \frac{1}{3} - \log_2 3$ (Handwritten result)



$A \rightarrow B: y+1$
 $H \rightarrow C: y+1$
 $A \rightarrow C: y+1$ (Handwritten slope calculations)

$k+1 = 3 - \log_2 3$
 $k = \frac{1}{3} - \log_2 3$ (Handwritten calculations)

$S = \frac{1}{3} - \log_2 3$ (Handwritten result)

$2^{-s} = 9$ (Handwritten result)

수학 영역(미적분)

제 2 교시

1

5지선다형

23. 함수 $f(x)=4\ln x$ 에 대하여 $f''(2)$ 의 값은? [2점]

- ① -1
- ② -2
- ③ -3
- ④ -4
- ⑤ -5

$f'(x) = \frac{4}{x}$

$f''(x) = -\frac{4}{x^2}$

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^n}$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 3^{n+1}}{a_n + 3^{n-1}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ 1
- ④ 3
- ⑤ 9

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_n}{3^n} + 3}{\frac{a_n}{3^n} + \frac{1}{3}}$$

25. 실수 $t(0 < t < \frac{\pi}{2})$ 에 대하여 곡선 $y = \sin 2x$ 위의 점 $P(t, \sin 2t)$ 를 지나고 직선 OP에 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 Q라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{OQ}{t}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6



PO: $y = -\frac{t}{\sin 2t} (x-t) + \sin 2t$

$\frac{t}{\sin 2t} (x-t) = \sin 2t$

$x-t = \frac{\sin^2 2t}{t}$

$x = t + \frac{\sin^2 2t}{t}$

$\frac{OQ}{t} = t + \frac{\sin^2 2t}{t^2} = 5$

26. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을

$a_n = f(n)$

이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,

$\frac{a_2}{a_1}$ 의 값은? [3점]

- (가) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n} - 2n) = 2$
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{a_n + 1}$ 의 값은 자연수이다.

- ① $\frac{11}{6}$ ② 2 ③ $\frac{13}{6}$ ④ $\sqrt{\frac{7}{3}}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

PA $a_n = 4n^2 + 8n + 3$?

WA $\sqrt{4n^2 + 8n + 3} = 2n + 2 + \frac{3}{4n+2}$ $\approx 2n + 2$ $\neq 2n + 2 + \frac{3}{4n+2}$

$a_n = 4n^2 + 8n + 3$

$a_1 = 19$ $a_2 = 64$ $\frac{64}{19} = \frac{17}{3}$

27. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = 2e^t - 3e^{-t}, \quad y = 2e^t + 6e^{-t}$$

을 C 라 하자. 상수 k 에 대하여 t 에 대한 방정식 $2e^t + 6e^{-t} = k$ 는 서로 다른 두 실근 t_1, t_2 를 갖는다. 곡선 C 에서 $t = t_1$ 일 때 $\frac{dy}{dx}$ 의 값은 $-\frac{1}{5}$ 이고, $t = t_2$ 일 때 $\frac{dy}{dx}$ 의 값은 m 이다. $k+m$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{75}{11}$ ② $\frac{79}{11}$ ③ $\frac{83}{11}$ ④ $\frac{87}{11}$ ⑤ $\frac{91}{11}$

√ k 에 대한 방정식 $2e^t + 6e^{-t} = k$ 를 풀자.

√ $k=3$ 일 때 $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{5}$

√ $k=7$ 일 때 $\frac{dy}{dx} = ?$

√ $k=3$ 일 때 $\frac{2e^t + 6e^{-t}}{2e^t - 3e^{-t}} = -\frac{1}{5}$ 일 때

$\frac{2e^{2t} + 6}{2e^{2t} - 3} = -\frac{1}{5}$ $10e^{2t} + 30 = -2e^{2t} + 6$ $12e^{2t} = -24$ $e^{2t} = -2$ $t = \frac{1}{2} \ln(-2)$

$k=7$ 일 때 $2e^t + 6e^{-t} = 7$ $2e^{2t} - 7e^t + 6 = 0$ $t = 2$

√ $k=7$ 일 때 $2e^t + 6e^{-t} = 7$ 일 때 $\frac{dy}{dx} = ?$

$2e^{2t} - 7e^t + 6 = 0$ $t = 2$ $e^t = 4$

√ $k=7$ 일 때 $\frac{2e^t + 6e^{-t}}{2e^t - 3e^{-t}} = \frac{4+3}{4-3} = \frac{7}{1} = 7$

√ $k=7$ 일 때 $7 + \frac{2}{11} = \frac{78}{11}$

28. 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$(b_n - a_n)(b_n - |a_n|) = 0$$

이다.

(나) $\sum_{n=k}^{\infty} (a_{2n+1} + b_{2n+1}) = 0$ 을 만족시키는 자연수 k 의 최솟값은 2이다.

$b_1 - b_3 = 3a_3 + 5$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{9}{4}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

(가) $b_n = \begin{cases} a_n, & |a_n| < b_n \\ |a_n|, & |a_n| > b_n \end{cases}$

$\begin{cases} a_n > 0 & b_n > 0 \\ a_n < 0 & b_n = -a_n \end{cases}$

(나) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{2n+1} + b_{2n+1}) = 0$

\Rightarrow $a_{2n+1} + b_{2n+1} = 0$ 일 때 $b_{2n+1} = -a_{2n+1}$ $b_{2n+1} = a_{2n+1}$ at $n=1, 3, 5, \dots$

(i) $b = a$ $a_1 - a_3 = 3d_1 + 4d$

$a_1 = 4d_1 + 4d$ $a_1 = 4d_1 + 4d$ $d = 1$

(ii) $b = -a$ $-a_1 - a_3 = 3d_1 + 4d$

$a_1 + 4d_1 + 4d = 0$

$d = 1$ $a_1 = -4$

	1	2	3	4	5	6
a_n	$1/4$	$3/4$	$5/4$	$7/4$	$9/4$	$11/4$
b_n	$1/4$	$3/4$	$5/4$	$7/4$	$9/4$	$11/4$

$\therefore \sum b_n = 1 + \frac{3}{4} + \frac{5}{4} + \frac{7}{4} + \frac{9}{4} + \frac{11}{4} = \frac{35}{4}$

4

수학 영역(미적분)

단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다.

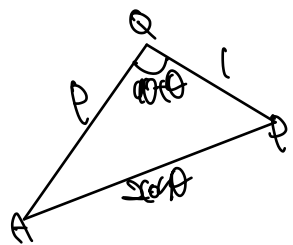
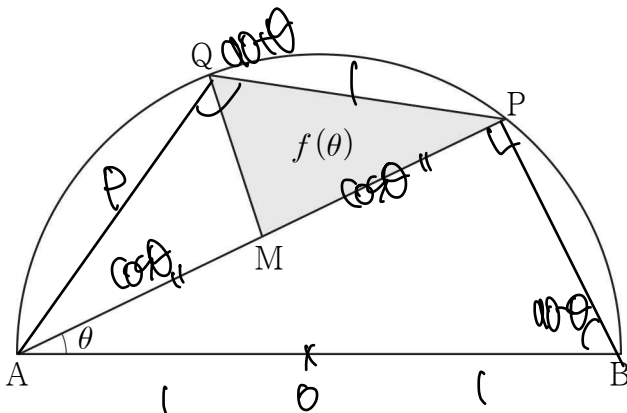
호 AB 위에 점 P를 $\angle BAP = \theta (0 < \theta < \frac{\pi}{3})$ 가 되도록 잡고,

호 AP 위에 점 Q를 $\overline{PQ} = 1$ 이 되도록 잡는다. 선분 AP의 중점을

M이라 할 때, 삼각형 PQM의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\overline{AP} = \frac{6}{5}$ 이

되도록 하는 θ 의 값을 a 라 할 때, $f'(a) = p + q\sqrt{3}$ 이다.

$100 \times |p+q|$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



$\cos(\theta) = \frac{p}{\frac{6}{5}}$
 $\Rightarrow p = \frac{6}{5} \cos(\theta)$
 --- ①

$f(\theta) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{5} \times \sin(\theta) = \frac{18}{25} \sin(\theta)$

$\overline{AP} = \frac{6}{5}$ $\Rightarrow \frac{6}{5} = 2r \cos(\theta)$ $\Rightarrow r = \frac{3}{5 \cos(\theta)}$
 $\overline{PQ} = 1$ $\Rightarrow 1 = 2r \sin(\theta)$ $\Rightarrow 1 = 2 \times \frac{3}{5 \cos(\theta)} \times \sin(\theta)$
 $\Rightarrow 5 \cos(\theta) = 6 \sin(\theta)$ $\Rightarrow \tan(\theta) = \frac{5}{6}$
 $\Rightarrow \theta = \arctan(\frac{5}{6})$

--- ②
 --- ③
 $P = \frac{4+3\sqrt{3}}{5}$

$\frac{18}{25} \sin(\theta) = \frac{18}{25} \times \frac{5}{\sqrt{36+25}} = \frac{18}{25} \times \frac{5}{\sqrt{61}}$
 $\frac{18 \times 5}{25 \times \sqrt{61}} = \frac{18}{5 \sqrt{61}}$

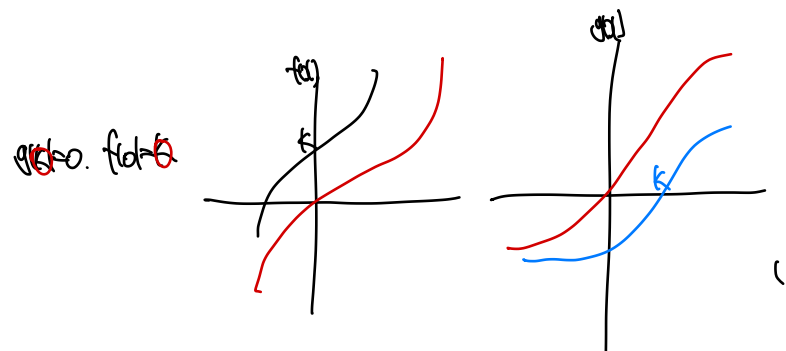
$f(\theta) = \frac{18}{25} \sin(\theta) = \frac{18}{25} \times \frac{5}{\sqrt{61}}$
 $= \frac{18 \times 5}{25 \times \sqrt{61}} = \frac{18}{5 \sqrt{61}}$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 역함수 $g(x)$ 를 갖는다. 함수 $h(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x)h(x) = x \ln(1 + 3|g(x)|)$$

이고 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $g(k) = 0$ 인 상수 k 에 대하여 함수 $h(x) - |g(x)|$ 는 $x = k$ 에서 미분가능하다.
- (나) $4g'(f(1)) = 3f(1) - 4$



$h(x) = \begin{cases} \frac{x \ln(1-3|x|)}{g(x)} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ \frac{x \ln(1+3|x|)}{g(x)} & x > 0 \end{cases}$

$f(x) \rightarrow f'(x) = g(x)$ $g(x) \rightarrow g'(x) = f(x)$ $h(x) \rightarrow h'(x) = \dots$

$\frac{h(x) - h(0)}{x} = \begin{cases} \frac{\ln(1-3|x|)}{g(x)} & x < 0 \\ \frac{\ln(1+3|x|)}{g(x)} & x > 0 \end{cases}$

$h'(x) = \frac{f(x) - 3 - g(x)}{3 - g(x)}$

$f(x) = x^3 + px^2 + qx$

$\frac{f}{f'} = \frac{f}{3f^2 + 2px + q}$ $\Rightarrow \frac{f}{f'} = \frac{1}{3f}$

$\frac{f}{3f^2 + 2px + q} = \frac{1}{3f}$

$3f^2 - 2px - q = 0$ $P = \frac{2}{3}$

$3f^2 - 2px - q = 0$ $P \leq 1$ $-1 \leq P \leq 1$ $P = \frac{2}{3}$
 $f(x) = x^3 + \frac{2}{3}x^2 + qx$ $f(3) = 27 + 3 + 3q = 31$