고3

2027학년 수능 대비 ALL DAY 미니 모의고사 1회차

수학 영역

성명		전화번호					–				

○ 문제지의 해당란에 성명과 전화 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

다만 너를 위해 비와 햇빛이 있었다

○ 답안지의 해당란에 성명과 전화 번호를 쓰고, 선택과목(확률과 통계, 미적분), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

○ 시험 종료 후에 해설지를 배부하시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

㈜올티컴퍼니

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

고3

수학 영역(공통)

올티 컴퍼니

5지선다형

1. 함수 $f(x)=3x^2-2x+4$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$의 값은? [2점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

2. $3\sin\theta+2\cos\theta=0$이고 $\cos(\pi+\theta)>0$일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{3\sqrt{13}}{13}$ ② $-\frac{2\sqrt{13}}{13}$ ③ $\frac{\sqrt{13}}{13}$ ④ $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

무단 복제 및 재판매를 절대 금합니다.

3. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t \geq 0$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-18t+24$$

이다. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 16이다.
ㄴ. 출발한 후 점 P의 운동 방향은 두 번 바뀐다.
ㄷ. 시각 $t=1$에서 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리는 8이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 함수 $f(x)=x^3-8x+8$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(-1, 15)$에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 Q에서의 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

① 6　② 8　③ 10　④ 12　⑤ 14

무단 복제 및 재판매를 절대 금합니다.

단답형

5. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_2 = 4,\ a_4 + a_6 = 32$$

일 때, a_9의 값을 구하시오. [3점]

6. 자연수 k에 대하여 두 함수

$$f(x) = 3^x,\ g(x) = 3 \times 9^x + \left(\frac{1}{3}\right)^k$$

이 있다. 실수 t에 대하여 직선 $x = t$가 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 두 점 A, B 사이의 거리가 $\frac{1}{18}$이 되도록 하는 실수 t의 개수가 2일 때, 이 두 실수의 합을 p라 하자. $k \times \left(\frac{1}{3}\right)^p$의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

무단 복제 및 재판매를 절대 금합니다.

고3

수학 영역(확률과 통계)

올티 컴퍼니

5지선다형

7. 서로 다른 종류의 사탕 3개를 네 명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 사탕을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 52 ② 56 ③ 60 ④ 64 ⑤ 68

8. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w의 모든 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수는? [3점]

$$x+y+z+|w-2|=4$$

① 45 ② 48 ③ 51 ④ 54 ⑤ 57

단답형

9. 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 빨간색 접시와 숫자 6, 7, 8, 9, 10이 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 파란색 접시가 있다. 이 10개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 p라 하자. $\frac{p}{4}$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 빨간색 접시끼리는 서로 이웃하지 않는다.
(나) 서로 이웃한 2개의 접시에 적혀 있는 수의 곱은 48 이하이다.

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

무단 복제 및 재판매를 절대 금합니다.

수학 영역(미적분)

고3

5지선다형

10. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}(5n-1)a_n=10,\ \lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{n}=3$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}a_nb_n$의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

11. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> 좌표평면에서 원점을 지나고 기울기가 a_n인 직선이 점 $(3n-1, 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 n인 원과 서로 다른 두 점에서 만나고 점 $(3n+2, 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $n+1$인 원과 만나지 않는다.

$\lim_{n\to\infty}n\left(8-\frac{1}{{a_n}^2}\right)$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

단답형

12. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오.
(단, k는 36 이하의 자연수이다.) [4점]

> 두 정수 a, b에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\left|a(a+b)^n\right|$의 값과 $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{3a+3b-36}{k}\right|^n$의 값이 모두 존재하며 $\lim_{n\to\infty}\left|a(a+b)^n\right|=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{3a+3b-36}{k}\right|^n$이 되도록 하는 정수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는 23이다.

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

무단 복제 및 재판매를 절대 금합니다.

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.

본 모의고사에 대한 문항 및 해설의 저작권은 ALL DAY MATH((주)올티컴퍼니)와 각 문항의 제작자에게 있습니다.
모든 문항들에 대하여 무단 판매, 복사, 공유, 문제를 포함한 자료의 제작 등을 절대 금합니다.

2027학년도 수능 대비 ALL DAY 미니 모의고사

정답 및 해설

[ALL DAY 미니 모의고사 빠른 정답]

공통 과목

1	③	*2*	④	*3*	⑤	*4*	②	*5*	32
6	108								

확률과 통계

7	④	*8*	③	*9*	432

미적분

10	③	*11*	①	*12*	138

제작 올티 수학연구소 (주) 올티컴퍼니

박종원T [올티 All_T]
現) 상아탑학원 대표강사
現) 올티컴퍼니(주) 대표 (All Day Math Lab.)
現) 강남대성 모의고사 출제진
現) 대성학력개발연구소 컨텐츠 평가위원
前) 대치 오르비학원
前) 시대인재 등 모의고사 출제 및 검토

Connect All

스토어 : 올티북스
https://smartstore.naver.com/alltcompany

사이트 : 올티수학
www.allcorp.co.kr

모든 문의 사항과 오타 및 오류 제보
durwar222@naver.com

INSTAGRAM
@allt_study

정답 및 해설

1. 정답 ③

미분계수의 정의에 의해 구하고자 하는 극한값은 $f'(2)$

함수 $f(x)=3x^2-2x+4$에서 도함수 $f'(x)=6x-2$이므로

$f'(2)=6\times2-2=10$

2. 정답 ④

$3\sin\theta+2\cos\theta=0$에서 $\cos\theta=-\dfrac{3}{2}\sin\theta$

$\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta>0$에서 $\cos\theta<0$이므로

$-\dfrac{3}{2}\sin\theta<0$, 즉 $\sin\theta>0$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$에 $\cos\theta=-\dfrac{3}{2}\sin\theta$를 대입하면

$\sin^2\theta+\left(-\dfrac{3}{2}\sin\theta\right)^2=1$

$\dfrac{13}{4}\sin^2\theta=1$에서 $\sin^2\theta=\dfrac{4}{13}$

따라서 $\sin\theta>0$이므로

$\sin\theta=\sqrt{\dfrac{4}{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

3. 정답 ⑤

ㄱ. 시각 t에서의 점 P의 위치를 $x(t)$라 하면

$x(t)=\displaystyle\int_0^t(3s^2-18s+24)ds=t^3-9t^2+24t$

$t=1$일 때 위치는 $x(1)=16$ (참)

ㄴ. $v(t)=3(t-2)(t-4)$이므로 $t=2$와 $t=4$에서 속도의 부호가 바뀐다.

따라서 출발 후 운동 방향은 두 번 바뀐다. (참)

ㄷ. 시각 $t=1$에서 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리는

$\displaystyle\int_1^4|v(t)|dt$

이때 닫힌구간 $[1,\ 2]$에서 $v(t)\geq0$,

닫힌구간 $[2,\ 4]$에서 $v(t)\leq0$이므로 움직인 거리는

$\displaystyle\int_1^2v(t)dt-\int_2^4v(t)dt$

$=\left[t^3-9t^2+24t\right]_1^2-\left[t^3-9t^2+24t\right]_2^4=4-(-4)=8$

(참)

따라서 참인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

무단 복제 및 재판매를 절대 금합니다.

4. 정답 ②

우선, $f(x)=x^3-8x+8$에서 $f'(x)=3x^2-8$이

점 $\mathrm{P}(-1,\ 15)$에서의 접선의 방정식은

$y=-5(x+1)+15=-5x+10$

이 접선과 곡선이 만나는 점 Q의 x좌표를 구하기 위해

$x^3-8x+8=-5x+10$을 풀면 $(x+1)^2(x-2)=0$이므로

점 Q의 좌표는 $(2,\ 0)$

점 Q에서의 접선의 방정식은 기울기가 $f'(2)=4$이므로

$y=4(x-2)=4x-8$

이 접선의 x절편은 2이고 y절편은 -8이므로

접선과 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 2\times 8=8$

5. 정답 32

공차를 d, 첫항을 a_1라 하자. $a_2=a_1+d=4$이므로

$a_1=4-d$

$a_4+a_6=(a_1+3d)+(a_1+5d)=2a_1+8d=32$

이고, 대입하면

$2(4-d)+8d=32$, $6d=24$, 즉 $d=4$

따라서 $a_1=0$이고 $a_9=a_1+8d=32$

6. 정답 108

두 점 A, B 사이의 거리는 $|g(t)-f(t)|$

이때 $X=3^t$으로 치환하면 $X>0$이고,

주어진 조건은 방정식

$\left|3X^2-X+\left(\frac{1}{3}\right)^k\right|=\frac{1}{18}$

의 서로 다른 양의 실근 개수가 2가 되는 것과 같다.

$h(X)=3X^2-X+\left(\frac{1}{3}\right)^k$라 하면 $X=\frac{1}{6}$에서 최솟값

$\left(\frac{1}{3}\right)^k-\frac{1}{12}$을 가진다.

(i) $k=1$일 때, 최솟값이 $\frac{1}{4}$이므로 방정식은 실근을 갖지 않는다.

(ii) $k=2$일 때, 최솟값이 $\frac{1}{36}$이므로 $h(X)=-\frac{1}{18}$은 실근을 갖지 않으며 방정식 $h(X)=\frac{1}{18}$을 정리하면

$3X^2-X+\frac{1}{18}=0$

이 이차방정식은 판별식이 양수이고 두 근의 합과 곱이 양수이므로 서로 다른 두 양의 실근을 가져 조건을 만족한다. (참고로 $k\geq 3$일 때는 양의 실근이 1개 혹은 3개가 된다.)

$3X^2-X+\frac{1}{18}=0$의 두 양의 실근을 X_1, X_2라 하면

근과 계수의 관계에 의해 $X_1X_2=\frac{1}{54}$

대응하는 두 실수 t를 t_1, t_2라 하면

$3^{t_1}\times 3^{t_2}=3^{t_1+t_2}=3^p=\frac{1}{54}$

따라서 $\left(\frac{1}{3}\right)^p=54$이므로 구하는 값은

$k\times\left(\frac{1}{3}\right)^p=2\times 54=108$

7. 정답 ④

서로 다른 3개의 사탕을 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는 중복순열을 이용하여 구할 수 있다.

각 사탕에 대하여 그 사탕을 받을 학생을 4명의 학생 중에서 선택하는 방법의 수는 4가지이다. 따라서 전체 경우의 수는

$4\times 4\times 4=4^3=64$

8. 정답 ③

$|w-2|=k$라 할 때, w는 음이 아닌 정수이므로 각 k에 대응하는 w의 개수를 k의 값에 따라 경우를 나누면 다음과 같다.

① $k=0 \Rightarrow w=2$ (1개)

② $k=1 \Rightarrow w=1,\ 3$ (2개)

③ $k=2 \Rightarrow w=0,\ 4$ (2개)

④ $k=3 \Rightarrow w=5$ (1개, $w=2-3=-1$은 음수이므로 제외)

⑤ $k=4 \Rightarrow w=6$ (1개, $w=2-4=-2$는 음수이므로 제외)

이때 $x+y+z=4-k$를 만족하는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍의 개수는 ${}_3\mathrm{H}_{4-k}$

① $k=0 \Rightarrow {}_3\mathrm{H}_4={}_6\mathrm{C}_4=15$

② $k=1 \Rightarrow {}_3\mathrm{H}_3={}_5\mathrm{C}_3=10$

③ $k=2 \Rightarrow {}_3\mathrm{H}_2={}_4\mathrm{C}_2=6$

④ $k=3 \Rightarrow {}_3\mathrm{H}_1={}_3\mathrm{C}_1=3$

⑤ $k=4 \Rightarrow {}_3\mathrm{H}_0={}_2\mathrm{C}_0=1$

따라서 각 경우의 (w의 개수) $\times$ (${}_3\mathrm{H}_{4-k}$)를 모두 더하면

$1\times 15+2\times 10+2\times 6+1\times 3+1\times 1=51$

9. 정답 432

빨간색 접시가 5개, 파란색 접시가 5개이므로 빨간색 접시끼리 이웃하지 않으려면 배치는 반드시 빨강, 파랑이

무단 복제 및 재판매를 절대 금합니다.

번갈아 놓여야 한다.
서로 이웃한 두 접시의 곱이 48 이하가 되려면 확인이 필요한 경우는 큰 수끼리 만날 때뿐이다.
1, 2, 3, 4는 6, 7, 8, 9, 10과 모두 곱이 48 이하이고, 5는 10과만 곱이 50이 되므로 모순이다.
따라서 주어진 조건에 의해 번갈아 놓으면서 5와 10이 이웃하지 않으면 된다.
우선, 빨간색 1, 2, 3, 4, 5를 원형으로 놓는 경우의 수는 $(5-1)!=24$
그 사이 5개의 자리 중 10이 들어갈 수 없는 자리는 숫자 5의 양옆 2자리이므로 가능한 자리는 3가지이다.
또한, 남은 파란색 4개를 놓는 방법은 $4!=24$가지이므로
$p=24\times 3\times 24=1728$

$\therefore \dfrac{p}{4}=\dfrac{1728}{4}=432$

10. 정답 ③

주어진 식을 변형하면

$$a_nb_n=(5n-1)a_n\times\frac{b_n}{n}\times\frac{n}{5n-1}$$

이므로 수열의 극한의 성질에 의해

$$\lim_{n\to\infty}a_nb_n=\lim_{n\to\infty}\{(5n-1)a_n\}\times\lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{n}\times\lim_{n\to\infty}\frac{n}{5n-1}$$

따라서 주어진 조건에 의해

$$10\times 3\times\frac{1}{5}=6$$

11. 정답 ①

점과 직선 사이의 거리에 의해 직선 $a_nx-y=0$과 중심이 $(3n-1,\ 0)$, 반지름이 n인 원이 서로 다른 두 점에서 만나므로 중심에서 직선까지의 거리는 n보다 작다.

$$\therefore\ \frac{|a_n(3n-1)|}{\sqrt{a_n^2+1}}<n$$

이때 이 식의 양변을 제곱하여 정리하면

$$\frac{1}{a_n^2}>\frac{8n^2-6n+1}{n^2}\qquad\cdots\cdots\ ㉠$$

한편, 직선 $a_nx-y=0$과 중심이 $(3n+2,\ 0)$, 반지름이 $n+1$인 원이 만나지 않으므로 중심에서 직선까지의 거리는 $n+1$보다 크다.

$$\therefore\ \frac{|a_n(3n+2)|}{\sqrt{a_n^2+1}}>n+1$$

이때 양변을 제곱하여 정리하면

$$\frac{1}{a_n^2}<\frac{8n^2+10n+3}{(n+1)^2}\qquad\cdots\cdots\ ㉡$$

㉠, ㉡에 의해

$$\frac{8n^2-6n+1}{n^2}<\frac{1}{a_n^2}<\frac{8n^2+10n+3}{(n+1)^2}$$

이므로 이를 $n\left(8-\dfrac{1}{a_n^2}\right)$에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{6n^2+5n}{n^2+2n+1}<n\left(8-\frac{1}{a_n^2}\right)<\frac{6n-1}{n}$$

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\frac{6n^2+5n}{n^2+2n+1}=6,\ \lim_{n\to\infty}\frac{6n-1}{n}=6$$

따라서 수열의 극한의 대소 관계에 의하여 주어진 극한값은 6

12. 정답 138

주어진 두 극한을 각각

$L_1=\lim\limits_{n\to\infty}|a(a+b)^n|$,

$L_2=\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{3(a+b)-36}{k}\right|^n$

이라 하자.

$r=\dfrac{3(a+b)-36}{k}$이라 하면 $L_2=\lim\limits_{n\to\infty}|r|^n$이므로 극한값이 존재하려면 극한값이 $0\ (|r|<1)$ 또는 $1\ (|r|=1)$뿐이어야 한다.
따라서 $L_1=L_2$인 경우는 값이 0 또는 1일 때로 나눌 수 있다.

(ⅰ) $L_1=L_2=0$인 경우

$L_1=0$이기 위해서는 $a=0$ 또는 $a+b=0$

이때 $a+b=0$이면 $r=-\dfrac{36}{k}$

이때 $k\le 36$이므로 $|r|\ge 1$이므로 $L_2\ne 0$

$\therefore\ a=0$

또한, $L_2=0$이기 위해서는 $|r|<1$이어야 하므로 다음 부등식을 만족해야 한다.

$\left|\dfrac{3b-36}{k}\right|<1\Rightarrow 12-\dfrac{k}{3}<b<12+\dfrac{k}{3}$

이 범위를 만족하는 정수 b의 개수가 조건을 만족하는 순서쌍 $(0,\ b)$의 개수와 같다.

(ⅱ) $L_1=L_2=1$인 경우

$L_1=1$이기 위해서는 $|a|=1$이고 $|a+b|=1$

이 조건을 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$는

$(1,\ 0),\ (-1,\ 2)\ (a+b=1$인 경우$)$ $\cdots\cdots$ ㉠

$(1,\ -2),\ (-1,\ 0)\ (a+b=-1$인 경우$)$

이때 $L_2=1$ 이기 위해서는 $|r|=1$, 즉 $|3(a+b)-36|=k$이어야 한다.

① $a+b=1$일 때, $|-33|=k\Rightarrow k=33$ (순서쌍 2개)

② $a+b=-1$일 때, $|-39|=k\Rightarrow k=39$

이때 $k\le 36$이므로 불가능하다.

무단 복제 및 재판매를 절대 금합니다.

각 k 값에 따른 순서쌍 개수를 확인하면
$k=36$일 때, $0<b<24$이므로 $b\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ 23\}$ (23개)
$k=35$일 때, $0.33\cdots<b<23.66\cdots$이므로
$b\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ 23\}$ (23개)
$k=34$일 때, $0.66\cdots<b<23.33\cdots$이므로
$b\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ 23\}$ (23개)
$k=33$일 때, $1<b<23$ 이므로 $b\in\{2,\ 3,\ \cdots,\ 22\}$ (21개)
이때 ㉠에 의해 2개를 더하여 총 23개가 된다.
$k\leq 32$일 때는 가능한 정수 b 의 개수가 21개 이하이므로
조건을 만족하지 않는다.
따라서 만족하는 자연수 k 는 33, 34, 35, 36이므로
가능한 모든 k의 값의 합은
$33+34+35+36=138$

무단 복제 및 재판매를 절대 금합니다.