

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

싱그러운 초록의 숨결이 너의 꿈에 닿기를

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $4^{1-\sqrt{2}} \times 2^{2\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 7x + 1$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

3. 상수 a 에 대하여 닫힌 구간 $[1, 8]$ 에서 함수 $f(x) = \log_2 x + a$ 의 최댓값이 5일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x < 2) \\ x^2 + 3x - a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 3$ 가 $x = a$ 에서 극댓값 b 를 갖는다.
 $a + b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

6. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \sin bx + 3$ 의 최솟값이
 0이고, 주기가 π 일 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = xf(x)$ 위의 점
 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = 7x - 4$ 이다. 곡선
 $y = x^2 f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 y 절편은? [3점]

- ① -11 ② -10 ③ -9 ④ -8 ⑤ -7

8. $a_1 = 0$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = na_n + n^2$$

을 만족시킬 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

9. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = 4x^2 - \left(\int_0^1 tf(t)dt \right)x + 2$$

일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 52 ② 56 ③ 60 ④ 64 ⑤ 68

10. 두 양수 $k, m(m \neq 1)$ 에 대하여 곡선 $y = 2^x$ 가 직선 $y = k$,
 $y = mk$ 과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 점 A에서 직선
 $y = mk$ 에 내린 수선의 발을 C라 할 때,

$$\overline{AC} = 24, \quad \overline{BC} = 2$$

이다. 모든 $m \times k$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

11. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = 3t^2 - 9t, \quad v_2(t) = -3t + 6$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 시각 $t=5$ 일 때 선분 PQ의 길이는 20이다.
 ㄴ. 점 P의 가속도가 9가 되는 시각과 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각은 같다.
 ㄷ. 점 P가 출발한 시각부터 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각까지 점 Q가 움직인 거리는 $\frac{9}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. $\overline{BC}=6$ 인 삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 P라 하자. 삼각형 ABP의 외접원의 넓이를 S_1 , 삼각형 ACP의 외접원의 넓이를 S_2 라 할 때,

$$\frac{S_2}{S_1} = 4, \quad \cos A = \frac{11}{16}$$

이다. 삼각형 ACP의 넓이는? [4점]

- ① $2\sqrt{10}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{55}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

13. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수 k 의 개수가 1일 때, $f(-2)$ 의 값은? [4점]

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2f(k)f(x) - (f(k))^2x}{f(k)x^2 + 2x} = 2 \\ \text{(나)} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2f(k)f(x) - (f(k))^2x}{f(k)x^2 + 2x} = 0 \end{aligned}$$

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

14. 양수 a 에 대하여 구간 $(0, 2a]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \sin \frac{\pi}{a}x \text{가 있다. } |\cos t| \neq 1 \text{인 실수 } t \text{에 대하여 방정식}$$

$$f(x) = \cos t$$

의 서로 다른 두 실근의 차를 $g(t)$ 라 하자.

$$g(k) + g(\pi - k) = 9, \quad 0 \leq k \leq 2\pi$$

를 만족시키는 실수 k 의 최댓값과 최솟값의 차가 $\frac{5}{4}\pi$ 일 때,

$$g\left(\frac{\pi}{a^2}\right) \text{의 값은? [4점]}$$

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $g(x)$ 가 있다. 두 실수 a, b 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $\int_a^x (x^2 - t^2)f(t)dt$ 는 실수 전체의 집합에서 증가한다.
 (나) 함수 $\int_b^x \left\{ f(t) \times \int_b^t g(s)ds \right\} dt$ 는 실수 전체의 집합에서 증가한다.

$a-b$ 의 값이 최소일 때의 a, b 의 값을 각각 p, q 라 하자.
 $p = -6q$ 이고 $f(0) = 12$ 일 때, $f(-3) + g(-2)$ 의 값은? (단, p 와 q 는 0이 아닌 실수이다.) [4점]

- ① 32 ② 33 ③ 34 ④ 35 ⑤ 36

단답형

16. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_3 \times a_5 \times a_7 = 8, \quad \frac{a_4}{a_1} = 27$$

을 만족시킬 때, a_8 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 4x^3 - 4x + 2$ 이고 $f(0) = 1$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 이고 넓이가 8π 인 부채꼴의 호의 길이를 l 이라 할 때, $\frac{l}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + k$ 에 대하여 닫힌 구간 $[-1, 4]$ 에서의 최댓값과 최솟값의 합이 -24 일 때, k 의 값을 구하시오. [3점]

20. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, 2이상의 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=2}^n \frac{a_k}{S_k S_{k-1}} = \frac{n-1}{2n}$$

- 이다. $m \times a_{10}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 정수 m 의 최솟값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1이고, $x=2$ 에서 극값 -9 을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ -f(x) + t^3 + at^2 + bt & (x \geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$ 가 $x=k$ 에서 극값을 갖도록 하는 k 의 개수를 $h(t)$ 라 할 때, $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{t \rightarrow \alpha^-} h(t) \neq \lim_{t \rightarrow \alpha^+} h(t)$ 를 만족시키는 실수 α 의 값은 오직 -2 뿐이다.
(나) $h(1) > \lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$

$f(a-2b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

22. 네 실수 $a, p, q, r (a > 1)$ 에 대하여 세 점

$$A(p, a^{2p+4} + 9), B(q, \log_a(q-3) - 2), C(r, r+2)$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q+r$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 세 점 A, B, C를 모두 지나고, 기울기가 -3 인 직선이 존재한다.
(나) $\overline{AB} = 6\sqrt{10}, a^{r-2} = r-1$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 다항식 $\left(x + \frac{1}{3}\right)^9$ 의 전개식에서 x^7 의 계수는? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

24. 두 사건 A, B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B^c) = \frac{4}{5}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{15}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

25. 두 주사위 A, B를 동시에 굴려서 나오는 수를 각각 a, b 라 할 때, 길이가 각각 $a, b, 7$ 인 세 선분으로 삼각형을 만들 수 있는 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

26. 어떤 사격 게임에 1점, 2점, 3점, 4점의 네 종류의 과녁이 있다. 각 과녁은 충분히 많이 준비되어 있다. 한 선수가 이 과녁을 향해 총 5발을 쏘아 맞힌 점수를 순서대로 기록했을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? [3점]

- (가) 맞힌 5개의 점수의 곱은 72이다.
(나) 4번째에 맞힌 점수는 홀수이다.

- ① 40 ② 41 ③ 42 ④ 43 ⑤ 44

27. 흰 공 5개와 검은 공 12개를 네 주머니 A, B, C, D에 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 같은 색 공끼리는 구별하지 않는다.) [3점]

(가) 각 주머니에 흰 공과 검은 공을 각각 1개 이상 넣는다.
(나) 주머니 A, B, C에 넣는 흰 공의 개수의 합은 주머니 D에 넣는 검은 공의 개수와 같다.

- ① 87 ② 89 ③ 91 ④ 93 ⑤ 95

28. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8가 하나씩 적혀있는 8장의 카드를 가로 4줄, 세로 2줄로 배열하려고 한다. 짝수 $a(a=2, 4, 6, 8)$ 가 적힌 카드와 이웃하는 카드의 숫자 중 a 의 약수가 존재하지 않도록 배열하는 모든 경우의 수는? (단, 어떤 카드의 왼쪽, 오른쪽과 위아래에 있는 카드를 이웃한 카드로 본다.) [4점]

- ① 64 ② 72 ③ 80 ④ 88 ⑤ 96

29. 8명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 1학년 남학생 3명, 1학년 여학생 2명, 2학년 여학생 3명이 있다. 이 8명의 학생 모두가 일정한 간격으로 원 모양의 탁자에 둘러앉을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) 여학생과 이웃한 두 자리에는 남학생이 적어도 한 명 앉는다.
(나) 어떤 두 2학년 학생의 사이에도 1학년이 3명 이상 앉지 않는다.

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $f(x) + x \in X$ 를 만족시키는 서로 다른 x 의 개수와 $f(x) - x \in X$ 를 만족시키는 서로 다른 x 의 개수는 모두 3이다.
(나) $f(1) \times f(3)$ 의 값은 짝수이다.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{-2n+1} + 3^{-n+1}}{2^{-2n} + 3^{-n}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = e^{\sin 2t} + t, \quad y = e^{\cos 2t} - t$$

에서 $t = \frac{\pi}{2}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

27. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x-1)^4 f(x) = a \tan^2 \pi x + b \sin^2 \pi x$$

를 만족시키고, $f(1) = 3\pi^4$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

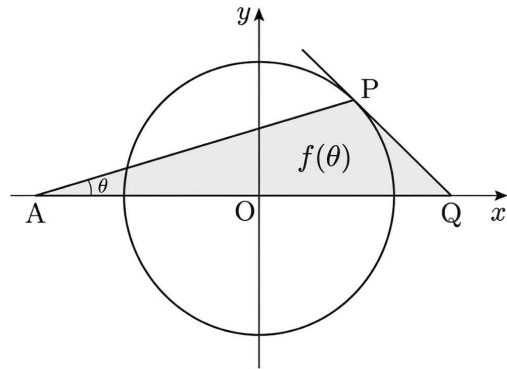
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

28. 그림과 같이 좌표평면 위에 원 $C: x^2 + y^2 = 1$ 과 점

$A(-2, 0)$ 이 있다. 원 C 위를 움직이는 제 1사분면 위의 점 P 에 대하여 선분 AP 가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. 점 P 에서의 원 C 의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 할 때,

삼각형 APQ 의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\tan \theta_0 = \frac{\sqrt{3}}{5}$ 인 θ_0 에

대하여 $f'(\theta_0)$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{35}{4}$ ② 9 ③ $\frac{37}{4}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{39}{4}$

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 과 실수 p 에 대하여 수열

$$b_n = |a_n - p| + a_n + p$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 은 수렴한다.

(나) $b_2 + b_3 = 0$, $\sum_{n=4}^{\infty} (a_n - b_n) = \frac{4}{3}$

$\sum_{n=2}^{\infty} (a_{2n} - a_{2n+1}) = -4$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \times (p^2 - 10)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

30. 실수 a, b 와 양수 c 에 대하여 구간 $[-1, \infty)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{6}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) & (-1 \leq x < 0) \\ ax^3 + bx & (0 \leq x \leq \frac{2\sqrt{3}}{\pi}) \\ c\left(x - \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\right) + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} & (x > \frac{2\sqrt{3}}{\pi}) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 $f(x) = t$ 를 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 합을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 모든 실수 α 에 대하여

$$\lim_{t \rightarrow \alpha} g'(t)$$

의 값이 존재할 때, c 의 값을 구하시오. (단, $f(x) = t$ 를 만족시키는 실수 x 의 값이 존재하지 않는 경우 $g(t) = 0$ 이다.)

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD에서 $|\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{CD}|$ 의 값은? [2점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ 4

24. 양수 a 에 대하여 초점의 좌표가 $(2, 0)$ 이고, 준선이

$x = -2$ 인 포물선이 점 $(4, a)$ 를 지날 때, 이 점에서 포물선에
그은 접선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

25. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 에 대하여 점 F' 을 지나고 기울기가 양수인 직선이 타원과 만나는 점 중 x 좌표가 큰 점을 A 라 할 때, $\overline{OA} = \sqrt{5}$ 이다. 삼각형 $AF'F'$ 의 넓이는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

26. 두 점 A , B 에 대하여 $|\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}| = |2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}|$ 을 만족시키며 움직이는 점 C 의 자취의 방정식이 $y = \frac{1}{2}x$ 이다. 점 B 가 x 축 위에 있고, $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\overline{OA} + \overline{OB}$ 의 값은? (단, O 는 원점이고, 점 A 의 y 좌표는 점 B 의 y 좌표보다 크다.) [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

27. 양수 a, b 에 대하여 x 축을 준선으로 갖고 초점이 각각 $F(0, 3\sqrt{3}), F'(a, b)$ 인 두 포물선이 x 좌표가 양수인 교점 A와 x 좌표가 음수인 교점을 갖는다. 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\cos(\angle HF'F) = \frac{\sqrt{10}}{10}$ 일 때, 선분 AF의 길이는?
- [3점]

- ① $\frac{5}{6}\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{5}{4}\sqrt{3}$ ④ $\frac{5}{3}\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}\sqrt{3}$

28. 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원 위를 움직이는 점 P에 대하여 점 Q는

$$|\overrightarrow{F'P}| |\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{PQ}| |\overrightarrow{F'P}|, \quad |\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{PF}|$$

를 만족시킨다. 선분 PQ의 길이의 최댓값이 6이고,

$\angle QFF' = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 하는 서로 다른 두 점 Q를 각각 X, Y라

할 때, $|\overrightarrow{XY}| = 8$ 이다. 이 타원의 장축의 길이는? [4점]

- ① $\frac{20}{3}$ ② 7 ③ $\frac{22}{3}$ ④ $\frac{23}{3}$ ⑤ 8

29. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$

위에 있는 제 1사분면 위의 점 A 가 있다. x 좌표가 음수인 쌍곡선 위에 있는 점 B 에서 쌍곡선에 그은 접선이 직선 AF 와 평행하고, 이 접선이 y 축과 만나는 점을 C 라 하자. 사각형 $AFBF'$ 의 둘레의 길이와 $ACBF'$ 의 둘레의 길이가 같고, 삼각형 CAF 의 둘레의 길이와 CBF' 의 둘레의 길이의 차가 4일 때, c^2 의 값을 구하시오. (단, 점 C 의 y 좌표는 양수이다.) [4점]

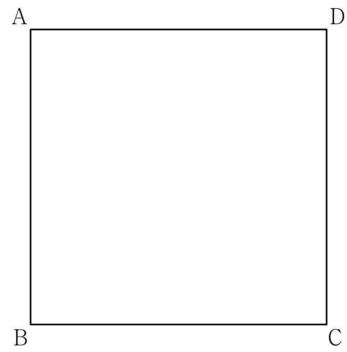
30. 좌표평면에 정사각형 $ABCD$ 가 있다.

$$|\overrightarrow{XA} + k\overrightarrow{XC}| = |\overrightarrow{XB} - \overrightarrow{XC}|$$

를 만족시키는 점 X 가 나타내는 도형을 S 라 하자.

다음 조건을 만족시키는 양수 m 의 최솟값을 구하시오. [4점]

도형 S 위를 움직이는 점 P 와 모든 양수 k 에 대하여 $m\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{PD} + 3\overrightarrow{PC}$ 를 만족시키는 점 P 가 존재하지 않는다.



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.