

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

그는 그리움에 산다.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
- 미적분** 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $\sqrt{12} \times 9^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

2. 함수 $f(x) = x^2 + 3x + 4$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_3}{a_1} + \frac{a_7}{a_6} = 6, \quad a_5 = 1$$

을 만족시킬 때, a_9 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

4. 두 정수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = (x-a)(x-b)$ 라 하자.

$$f(0)f(2) < 0, \quad f(3)f(5) < 0$$

일 때, $f(5)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f(2) = 2, \quad f'(2) = 3$$

이다. 함수 $g(x) = (x^3 + x)f(x)$ 에 대하여 $g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

6. 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여 $4\log_a b + 9\log_b a$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

7. 시각 $t=0$ 일 때 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 4t + 1$$

이다. 시각 $t=1$ 에서의 점 P의 가속도가 k 일 때, 시각 $t=k+1$ 에서의 점 P의 위치는? [3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

8. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n^2 & (a_n < 8) \\ \frac{1}{8}a_n & (a_n \geq 8) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_1 > 10$, $a_3 = 2$ 일 때, $a_1 + a_{21}$ 의 값은? [3점]

- ① 130 ② 136 ③ 142 ④ 148 ⑤ 154

9. 두 곡선 $y = x^2 - x - 5$ 및 $y = -2x^2 + 2x + 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{27}{2}$ ② 14 ③ $\frac{29}{2}$ ④ 15 ⑤ $\frac{31}{2}$

10. 두 상수 a, b 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 이차함수

$f(x)$ 와 함수 $g(x) = 2^x$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- (가) 함수 $f(g(x))$ 가 $x = a$ 에서 최솟값 5를 갖는다.
 (나) 함수 $g(f(x))$ 가 $x = 8$ 에서 최솟값 b 를 갖는다.

- ① 23 ② 26 ③ 29 ④ 32 ⑤ 35

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 두 함수 $g(x)$, $h(x)$ 를

$$g(x) = f(x-1), \quad h(x) = f(x+1)$$

이라 하자. 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(1, g(1))$ 에서의 접선과 곡선 $y = h(x)$ 위의 점 $(2, h(2))$ 에서의 접선이 일치할 때, $f'(0)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{19}{4}$ ③ $\frac{23}{4}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ $\frac{31}{4}$

12. 다음 조건을 만족시키는 서로 다른 모든 수열 $\{a_n\}$ 의 개수는?
[4점]

(가) 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항과 공차가 자연수인 등차수열이다.

(나) $\sum_{k=1}^{13} a_k \leq 650$

- ① 172 ② 178 ③ 184 ④ 190 ⑤ 196

13. 두 상수 a, b 와 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$|x-a|f(x) = (x-a)(x-b)$$

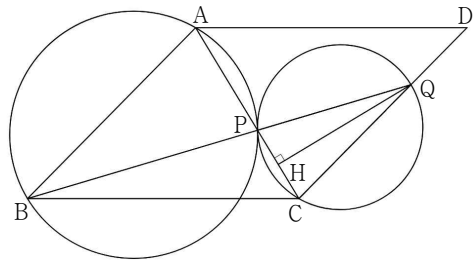
이다.

(나) $\left(\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2+1)\right) - \left(\lim_{x \rightarrow 1} f(2x-x^2)\right) = 6$

- ① -4 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 8

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = 6$, $\cos(\angle BAC) = \frac{1}{4}$ 인

평행사변형 ABCD가 있다. 선분 AC 위의 점 P에 대하여 직선 BP와 선분 CD의 교점을 Q라 하자. 점 Q에서 선분 CP에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 선분 PC의 중점이다. 삼각형 ABP의 외접원의 넓이를 S_1 , 삼각형 CPQ의 외접원의 넓이를 S_2 라 하면, $4S_1 = 9S_2$ 이다. $S_1 \times \overline{BC} \times \overline{DQ}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{242\sqrt{46}}{15}\pi$ ② $\frac{288\sqrt{46}}{15}\pi$ ③ $\frac{338\sqrt{46}}{15}\pi$
 ④ $\frac{288\sqrt{26}}{15}\pi$ ⑤ $\frac{338\sqrt{26}}{15}\pi$

15. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 $x < 0$ 일 때 $f(x) = 2x + a$ (a 는 상수)이다. 상수 k 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x (f(t) - f(k))^4 dt$$

라 하면 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $g'(x) = g'(6-x)$ 이다.
 (다) $\alpha > k$ 인 임의의 실수 α 에 대하여 $g(\alpha) \neq g(k)$ 이다.

$\int_{-2}^9 f(x)dx = 60$, $\int_0^1 g(x)dx = 0$ 일 때, $\int_{k-a}^{k+a} f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

단답형

16. 방정식

$$\log_3 x = \log_9(x+6)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 8x + 2$ 이고 $f(0) = 2$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(2a_k + b_k) = 57, \sum_{k=1}^{10}(a_k + 2b_k) = 78$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k + b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |x^2(x+3)(x+n-2)| & (x \leq 0) \\ |x^2(x-n)| & (x > 0) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 실수 a 의 개수가 2 이하가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합은?
[3점]

20. 두 상수 $a(0 < a < 1)$, $b(b > 0)$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$0 \leq x \leq 2\pi$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$\left(\sin \frac{\pi}{2} a - \sin \frac{x}{2}\right) \times \cos\left(bx + \frac{\pi}{12}\right) \geq 0$$

이다.

$a \times b = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

21. 정수 $a(a \neq 0)$ 과 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ g(x) & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하면 모든 정수 k 에 대하여 $h(k) \times h'(k) \leq 0$ 이고

$h\left(-\frac{1}{2}\right) = h\left(\frac{1}{2}\right)$, $h'\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$ 이다. $f(9)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

22. 곡선 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$ 와 직선 $y=x$ 가 만나는 점의 x 좌표를 a 라 하고 상수 $k(k > 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} & (x < a) \\ 3 \log_{\frac{1}{3}}(x+k) + 9 - k & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. 모든 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 가 오직 하나의 실근을 가질 때, $k \times 3^a$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\tan 5x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

24. 함수 $f(x) = \frac{e^{x-1}}{(x+2)^2}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{81}$ ② $\frac{1}{27}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

25. $\int_0^{\pi} \left(\frac{7}{3} - 3x\right) \cos x dx$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

26. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3, \quad \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = 9$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1}$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이고 모든 실수 x 에 대하여

$$(1 + e^x)f'(x) = e^x - 1$$

이다. $f(0) = 0$ 일 때, $f(\ln 2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln \frac{6}{5}$ ② $\ln \frac{7}{6}$ ③ $\ln \frac{8}{7}$ ④ $\ln \frac{9}{8}$ ⑤ $\ln \frac{10}{9}$

28. 상수 $a(a < 0)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x < 0$ 일 때 $f(x) = axe^{-x}$ 이다. 모든 양의 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 y 축 및 직선 $y = t$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 y 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피를 $V_1(t)$, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x = 2t$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피를 $V_2(t)$ 라 하자. 모든 양의 실수 t 에 대하여

$$V_1(t) = 2V_2(t)$$

일 때, $\int_{-1}^e f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}e$ ② $1 - \frac{1}{2}e$ ③ $2 - \frac{1}{2}e$
 ④ $\frac{1}{2} - e$ ⑤ $1 - e$

답답형

29. 첫째항이 양수이고 공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{a_1 + a_n} \right)^{4a_{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{a_3 + a_n} \right)^{a_{n+1}},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + a_3^{\frac{1}{a_n}}}{2} \right)^{a_{n+1}} = (a_1 + a_2)^2$$

이 성립할 때, $a_1 \times a_3 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 두 상수 $a(a \neq 0)$, b 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \left| f\left(\frac{3x}{x^2+3} + ax + b\right) \right|$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0) = 0$, $f'(1) < 0$

(나) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(-1) + g'(-1) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.