2027학년도 **MATH ATELIER** 모의평가 1회

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{5}{6}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 함수 $f(x) = x^4 + 2x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

3. $\sum_{n=1}^{9} (n^2 - 2n)$ 의 값은? [3점]

① 185 ② 190 ③ 195 ④ 200 ⑤ 205

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \le 2) \\ x^2 - a & (x > 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. $\int_0^1 (x^2+x)\,dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

6. $\pi < \theta < 2\pi$ 인 실수 θ 에 대하여 $\tan\theta = -\frac{4}{3}$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

7. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-f(x)}{x^2}=0,\quad \lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=10$$

을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값은? [3점]

① 52 ② 54 ③ 56 ④ 58 ⑤ 60

8. 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_1+a_3+a_5=2a_4+2a_6+2a_8$$

을 만족시킨다. $a_{11}=1$일 때, a_2의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

9. 함수 $f(x)=x^4-4x^2$에 대하여 x에 대한 방정식

$$|f(x)|=k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4일 때, 상수 k의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. 상수 $a\,(a>1)$에 대하여 $\log_a(-x^2+20x)$의 값이 자연수가 되도록 하는 실수 x의 개수가 5일 때, a의 값은? [4점]

① $10^{\frac{1}{3}}$ ② $10^{\frac{2}{3}}$ ③ 10 ④ $10^{\frac{4}{3}}$ ⑤ $10^{\frac{5}{3}}$

11. 시각 $t=0$일 때 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t\,(t\geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$t^2-2t+1 \leq \{v(t)\}^2 \leq t^4-2t^2+1$$

을 만족시킨다. 점 P의 가속도가 항상 양수일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 시각 $t=0$일 때 점 P의 속도는 1이다.

ㄴ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다.

ㄷ. 시각 $t=2$일 때 점 P의 위치는 $\frac{5}{6}$보다 작다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$인 삼각형 ABC와 점 D에 대하여 선분 DC 위에 점 A가 있고 $\overline{DA}=3\overline{AC}$이다. 두 삼각형 ABD, CBD의 외접원의 반지름의 길이가 각각 $15\sqrt{2}$, $20\sqrt{2}$일 때, 삼각형 ABC의 둘레의 길이는? [4점]

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

13. 곡선 $y=-x^4+1$과 두 직선 $y=ax+a$, $x=0$으로 둘러싸인 영역을 A라 하고, 곡선 $y=x^4-4x^3+6x^2-4x$와 직선 $y=-ax$로 둘러싸인 영역을 B라 하자.

$$(A\text{의 넓이})=(B\text{의 넓이})$$

일 때, 상수 a의 값은? (단, $1<a<4$) [4점]

① $\frac{8}{5}$ ② $\frac{9}{5}$ ③ 2 ④ $\frac{11}{5}$ ⑤ $\frac{12}{5}$

14. 공차가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_{m+1}=0,\quad \sum_{k=1}^{2m}\frac{1}{\sqrt{|a_k|}+\sqrt{|a_{k+1}|}}=\sqrt{2}$$

를 만족시키는 자연수 m이 존재할 때, 다음은 a_{15}의 최댓값을 구하는 과정이다.

$a_{m+1}=0$이고 수열 $\{a_n\}$이 등차수열이므로
$n\le 2m+1$인 모든 자연수 n에 대하여

$$|a_n|=|a_{2m+2-n}| \quad \cdots\cdots ㉠$$

이다. ㉠에 의하여

$$b_n=\frac{1}{\sqrt{|a_n|}+\sqrt{|a_{n+1}|}}$$

이라 하면 $n\le 2m$인 모든 자연수 n에 대하여
$b_n=b_{2m+1-n}$이므로

$$\sum_{k=1}^{2m}b_k=\boxed{\text{(가)}}\times\sum_{k=m+1}^{2m}b_k=\sqrt{2} \quad \cdots\cdots ㉡$$

이다. $m+1\le n\le 2m$인 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n=\frac{\sqrt{a_{n+1}}-\sqrt{a_n}}{a_{m+2}}$$

이므로 ㉡에 의하여 $a_{m+2}=\boxed{\text{(나)}}$이다.

$$a_{15}=\boxed{\text{(나)}}\times(14-m)$$

이므로 a_{15}의 최댓값은 $\boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(m)$이라 할 때, $f(p+q)$의 값은? [4점]

① 192 ② 194 ③ 196 ④ 198 ⑤ 200

15. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $|xf(x)|$는 다항함수이다.

(나) $\lim_{x \to a} |x^3| f\left(\frac{1}{x}\right) = 4a^2 + 1$인 실수 a는 0뿐이다.

$f(1) < 0$일 때, $f(-1)$의 최솟값은? [4점]

① -9 ② -3 ③ 3 ④ 9 ⑤ 15

단답형

16. 방정식 $4^x + 2^x = 72$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 상수 a에 대하여 함수 $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + a$의 최솟값이 1일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=2a_n+3$$

을 만족시킨다. $a_1=3$일 때, a_3의 값을 구하시오. [3점]

19. 양의 상수 a와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_a^x f(t)\,dt=x^3+ax^2-16$$

을 만족시킬 때, $a\times f(3)$의 값을 구하시오. [3점]

20. 곡선 $y=2^{2x-1}$와 직선 $y=2x+2$는 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고, 곡선 $y=\log_2(x-a)+b$와 직선 $y=\frac{x}{2}-2$는 서로 다른 두 점 C, D에서 만난다. 두 직선 AC, BD는 모두 x축에 평행할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

21. 두 상수 $a\,(a>0)$, b와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 $|x|\neq 1$인 모든 실수 x에 대하여

$$f'(x)=\begin{cases} a\left(x^2-4|x|+4\right)+1 & (|x|>1) \\ -x^2+x-b & (|x|<1) \end{cases}$$

을 만족시킨다. 다음 조건을 만족시키는 두 실수 p, q의 순서쌍 (p, q)가 오직 하나뿐일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

점 (p, q)를 지나고 함수 $y=f(x)\,(|x|\neq 1)$의 그래프에 접하는 두 직선 중 서로 수직인 것이 존재한다.

22. 상수 $a\left(0<a<\dfrac{1}{4}\right)$에 대하여 다음 조건을 만족시키고 $0\leq x\leq 2\pi$인 모든 실수 x의 값의 합을 S라 하자.

$\sin x-\sin^2 x$, $\cos^2 x-\dfrac{\cos x}{2}$ 중에서 값이 a인 것이 존재한다.

자연수 n에 대하여 $n\pi<S<(n+1)\pi$일 때, $n+25a$의 값을 구하시오. [4점]

∗ 확인 사항 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오. ○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 네 개의 숫자 1, 1, 2, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

24. 두 사건 A, B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{3}\mathrm{P}(B),\quad \mathrm{P}(A^C\cap B^C)=\frac{1}{2}$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

25. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a가 적어도 한 번 포함되는 경우의 수는? [3점]

① 50 ② 55 ③ 60 ④ 65 ⑤ 70

26. 평균이 m이고 표준편차가 8인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 64인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $23.04 \le m \le a$이다. a의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$로 계산한다.) [3점]

① 26.80 ② 26.88 ③ 26.96 ④ 27.04 ⑤ 27.12

27. 이산확률변수 X가 가지는 값은 1, 2, 3이고

$$\mathrm{P}(X=x)=a(x+b)\ (x=1,\ 2,\ 3)$$

이다. $\mathrm{E}(X)=\frac{13}{6}$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① $\frac{17}{12}$ ② $\frac{19}{12}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ $\frac{23}{12}$ ⑤ $\frac{25}{12}$

28. 9 이하의 세 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c) 중에서 임의로 하나를 선택하는 시행을 한다. 이 시행에서 선택한 순서쌍 (a, b, c)에 대하여 $a+b+c$의 값이 짝수일 때, $a+c>2b$일 확률은? [4점]

① $\frac{43}{91}$ ② $\frac{44}{91}$ ③ $\frac{45}{91}$ ④ $\frac{46}{91}$ ⑤ $\frac{47}{91}$

4 수학 영역(확률과 통계)

단답형

29. 숫자가 하나씩 적힌 공이 256개 들어 있는 주머니가 있다. 모든 정수 $n\,(0 \le n \le 8)$에 대하여 숫자 n이 적힌 공의 개수는 ${}_8\mathrm{C}_n$이다. 이 주머니에서 1개의 공을 뽑아 공에 적힌 숫자를 확인하고 공을 다시 주머니에 넣는 시행을 한다. 이 시행을 1250번 반복할 때, 확인한 모든 숫자의 합이 5100 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 k라 하자. $1000 \times k$의 값을 구하시오. [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.191
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.494

30. 두 집합

$$X = \{x \mid x\text{는 16 이하의 자연수}\},$$
$$Y = \{y \mid y\text{는 7 이하의 자연수}\}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키고 치역이 Y인 함수 $f : X \to Y$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $n \le 15$인 모든 자연수 n에 대하여 $f(n) \le f(n+1)$이다.

(나) $f(f(x)) \le 3$인 모든 자연수 x의 값의 평균은 8이다.

＊ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(미적분)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{e^x - 1}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. $\int_0^1 x e^{x^2} dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{e-1}{2}$ ② $e-1$ ③ $\frac{3}{2}(e-1)$

④ $2(e-1)$ ⑤ $\frac{5}{2}(e-1)$

25. $x=1$ 에서 $x=2$ 까지의 곡선

$$y=\frac{x^2}{4}-\frac{1}{2}\ln x$$

의 길이는? [3점]

① $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\ln 2$ ② $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln 2$ ③ $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\ln 2$

④ $1+\frac{1}{2}\ln 2$ ⑤ $\frac{5}{4}+\frac{1}{2}\ln 2$

26. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n a_{n+2}}=\frac{3}{16}$$

을 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

27. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=t^2,\quad y=(t^2-2t)e^t$$

을 C라 하자. 곡선 C 위의 두 점 A, B에서의 접선이 서로 평행하다. 두 점 A, B의 x좌표가 모두 a일 때, a의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

28. 실수 전체의 집합에서 연속인 도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 $0\le x\le 1$인 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=-ax-b\sin(\pi x)$

(나) $f(f(x))=x$

$\int_0^1 xf'(ax-a)\,dx=-1+\frac{4}{\pi^2}$ 일 때, $a\pi+4b$의 값은? (단, a, b는 양의 상수이다.) [4점]

① $\frac{4}{\pi}$ ② $\frac{8}{\pi}$ ③ $\frac{12}{\pi}$ ④ $\frac{16}{\pi}$ ⑤ $\frac{20}{\pi}$

단답형

29. 수열 $\{a_n\}$과 일반항이

$$b_n = \sum_{k=1}^{n}(n-k)a_k$$

인 수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $\{a_{n+1}\}$은 등비수열이다.

(나) $\lim_{n\to\infty} b_n = 8$, $\lim_{n\to\infty} \frac{b_{n+2}-b_n}{8-b_{n+1}} = \frac{3}{2}$

$a_1 + a_5 = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 이차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x) = f\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)$$

가 있다. 다음 조건을 만족시키는 두 실수 a, b에 대하여 $a-b$의 최댓값은 $\frac{5}{2}$이다.

모든 실수 x에 대하여 $\frac{a}{e^x+e^{-x}} \le g(x) \le \sqrt{3}be^{-\frac{|x|}{2}}$이다.

$9\times g(\ln 2)$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.