제 2 교시

2027학년도 대학수학능력시험 5월 우유 모의평가 문제지

수학 영역

홀수형

성명	미 쿠	수험 번호	2	0	2	6	–	0	4	2	6

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

싱그러운 초록의 숨결이 너의 꿈에 닿기를

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

우유 모의고사

2027학년도 대학수학능력시험 5월 우유 모의평가 문제지

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $4^{1-\sqrt{2}} \times 2^{2\sqrt{2}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

$2^{2-2\sqrt{2}}$

2. 함수 $f(x)=x^3-2x^2+7x+1$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [2점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$3\cdot 4-4\cdot 2\cdot$

$4+7$

3. 상수 a에 대하여 닫힌 구간 $[1, 8]$에서 함수 $f(x)=\log_2 x+a$의 최댓값이 5일 때, a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x+a & (x<2) \\ x^2+3x-a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$4+a=10-a$

5. 함수 $f(x)=x^3-3x^2-24x+3$가 $x=a$에서 극댓값 b를 갖는다. $a+b$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

-2 $\quad 31$

$-8-12+48+3$

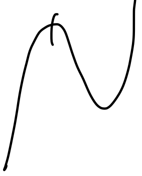
① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

$3x^2-6x-24$

x^2-2x-8

$(x-4)(x+2)$

-2



6. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\sin bx+3$의 최솟값이 0이고, 주기가 π일 때, $a\times b$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$a=3$

$b=2$

7. 다항함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=xf(x)$위의 점 $(1,\ f(1))$에서의 접선의 방정식이 $y=7x-4$ 이다. 곡선 $y=x^2f(x)$위의 점 $(1,\ f(1))$에서의 접선의 y절편은? [3점]

$f(x)+xf'(x)$

① -11 ② -10 ③ -9 ④ -8 ⑤ -7

$f(1)=3$

$f'(1)=4$

$2xf(x)+x^2f'(x)$

$6 \quad 4$

$10(x-1)+3$

수학 영역

8. $a_1=0$인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=na_n+n^2$$

을 만족시킬 때, a_3의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$a_2 = a_1+1 = 1$

$a_3 = 2a_2+4$

9. 다항함수 $f(x)$가

$$f(x)=4x^2-\left(\int_0^1 tf(t)\,dt\right)x+2$$

일 때, $f(4)$의 값은? [4점]

① 52 ② 56 ③ 60 ④ 64 ⑤ 68

$64-6+2$

$\int_0^1 4x^3-kx^2+2x = k$

$x^4-\frac{k}{3}x^3+x^2$

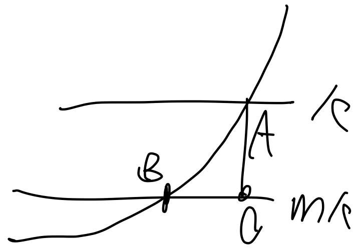
$2-\frac{k}{3}=k$

10. 두 양수 k, $m(m\neq1)$에 대하여 곡선 $y=2^x$가 직선 $y=k$, $y=mk$과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 점 A에서 직선 $y=mk$에 내린 수선의 발을 C라 할 때,

$\overline{AC}=24$, $\overline{BC}=2$

이다. 모든 $m\times k$의 값의 합은? [4점]

① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

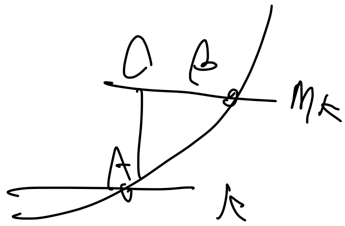


1) $mk=8$

32

32

8



11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도는 각각

a_1 $6t-9$ a_2 -3

$$v_1(t)=3t^2-9t, \quad v_2(t)=-3t+6$$

$S_1 = t^3 - \frac{9}{2}t^2$ $S_2 = -\frac{3}{2}t^2 + 6t$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

$S_1 - S_2 = t^3 - 3t^2 - 6t$

<보 기>

ㄱ. 시각 $t=5$일 때 선분 PQ의 길이는 20이다. 50-30

ㄴ. 점 P의 가속도가 9가 되는 시각과 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각은 같다. 3 3

ㄷ. 점 P가 출발한 시각부터 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각까지 점 Q가 움직인 거리는 $\frac{9}{2}$이다.

3

$S_2(0)=0$

$S_2(2)=6$

$S_2(3)=\frac{9}{2}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$-\frac{27}{2}+18$

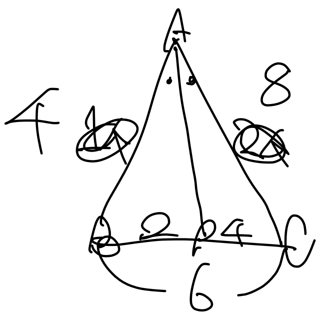
12. $\overline{BC}=6$인 삼각형 ABC에서 ∠A의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 P라 하자. 삼각형 ABP의 외접원의 넓이를 S_1, 삼각형 ACP의 외접원의 넓이를 S_2라 할 때,

$$\frac{S_2}{S_1}=4, \quad \cos A = \frac{11}{16}$$

이다. 삼각형 ACP의 넓이는? [4점]

① $2\sqrt{10}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{55}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

$\frac{5k^2-36}{4k^2} = \frac{11}{16}$



$20k^2 - 144 = 11k^2$

$9k^2 = 144$

$k = \frac{12}{3} = 4$

$\cos C = \frac{9+16-4}{3 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{21}{24}$

$\frac{7}{8}$ $\frac{\sqrt{15}}{8}$

$\frac{\sqrt{15}}{8} \times 2 \times \frac{1}{2} \times 8$

13. 다항함수 $f(x)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수 k의 개수가 1일 때, $f(-2)$의 값은? [4점]

> (가) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2f(k)f(x)-(f(k))^2x}{f(k)x^2+2x}=2$
>
> (나) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{2f(k)f(x)-(f(k))^2x}{f(k)x^2+2x}=0$

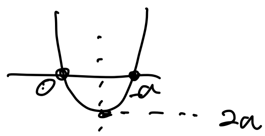
$f(x)=x^2+ax$

$f(k)\neq 0$

$2f(k)a-f(k)^2=0$

$2a=f(k)$

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20



$\to f(-\frac{a}{2})=2a$

$\frac{a^2}{4}-\frac{a^2}{2}=-\frac{a^2}{4}=2a$

$-\frac{a}{4}=2 \quad a=-8$

$x^2-8x \qquad 16+4$

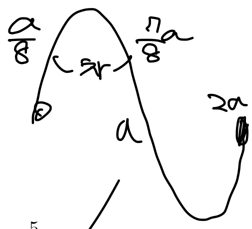
14. 양수 a에 대하여 구간 $(0,\ 2a]$에서 정의된 함수 $f(x)=\sin\frac{\pi}{a}x$가 있다. $|\cos t|\neq 1$인 실수 t에 대하여 방정식

$$f(x)=\cos t$$

의 서로 다른 두 실근의 차를 $g(t)$라 하자.

$$g(k)+g(\pi-k)=9,\quad 0\le k\le 2\pi$$

를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값의 차가 $\frac{5}{4}\pi$일 때, $g\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값은? [4점]



$\frac{3}{8}\pi$ & $\frac{13}{8}\pi$

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$\frac{3}{4}a=\frac{9}{2} \to a=6$

$\frac{2}{36}\pi\times 6$

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가 있다. 두 실수 a, b가 다음 조건을 만족시킨다.

$2x\int_a^x f(t) + x^2f(x) - x^2f(x) > 0$

(가) 함수 $\int_a^x (x^2-t^2)f(t)dt$는 실수 전체의 집합에서 증가한다.

$x^2\int_a^x f(t) - \int_a^x t^2 f(t)$

(나) 함수 $\int_b^x \left\{f(t)\times\int_b^t g(s)ds\right\}dt$는 실수 전체의 집합에서 증가한다.

$\to f(x)\times(x) > 0$

$f(x)\int_b^x g(t)dt > 0$

$a-b$의 값이 최소일 때의 a, b의 값을 각각 p, q라 하자. $p=-6q$이고 $f(0)=12$일 때, $f(-3)+g(-2)$의 값은? (단, p와 q는 0이 아닌 실수이다.) [4점]

① 32 ② 33 ③ 34 ④ 35 ⑤ 36

$a \to 2$

$\to f(x) = (x-2)(x-6)$?

$b=-1$

$g(-1)=0$

$G(x) = (x+1)^2(x-2)(x-6)$

$= \int g(t)dt$

$g(x) = 2(x+1)(x-2)(x-6)$

$+2(x+1)^2[x-4]$

$2(x+1)[2x^2-11x+8]$

단답형

16. 등비수열 $\{a_n\}$이

$a_3\times a_5\times a_7=8$, $\frac{a_4}{a_1}=27$

을 만족시킬 때, a_8의 값을 구하시오. [3점]

54

$G = (x-2)(x-6)(x+1)^2$

…?

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=4x^3-4x+2$이고 $f(0)=1$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [3점]

x^4-2x^2+2x+1

$81-18+7$

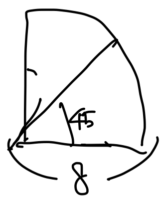
6

70

9

18. 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$이고 넓이가 8π인 부채꼴의 호의 길이를 l이라 할 때, $\frac{l}{\pi}$의 값을 구하시오. [3점] 6

$\boxed{2}$



16π

$3x^2-12x$ $3x(x-4)$

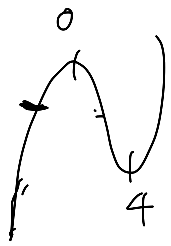
9

19. 함수 $f(x)=x^3-6x^2+k$에 대하여 닫힌 구간 $[-1,\ 4]$에서의 최댓값과 최솟값의 합이 -24일 때, k의 값을 구하시오. [3점]

$x^2(x-6)$ 16 -2

$\cancel{24}$ -32

$\boxed{4}$



20. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 2이상의 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=2}^{n}\frac{a_k}{S_kS_{k-1}}=\frac{n-1}{2n}$$

$\frac{a_2}{S_2S_1}$

이다. $m\times a_{10}$의 값이 자연수가 되도록 하는 정수 m의 최솟값을 구하시오. [4점]

$\boxed{18}$

$\frac{a_2}{(a_2+1)}=\frac{1}{4}$

$a_2=\frac{1}{3}$

$\sum_{k=2}^{n+1}-\sum_{k=2}^{n}=\frac{n}{2(n+1)}-\frac{n-1}{2n}$

$=\frac{a_{n+1}}{S_{n+1}S_n}=\frac{a_{n+1}}{(S_n+a_{n+1})S_n}$

$\frac{a_3}{S_2S_3}=\frac{1}{24}$

$=\frac{\cancel{n^2}\ n+1}{2n(n+1)}$

$\frac{a_{n+1}}{(S_{n+1})S_n}=\frac{1}{2n(n+1)}$

21. 최고차항의 계수가 1이고, $x=2$에서 극값 -9를 갖는 삼차함수 $f(x)$가 있다. 함수

$f(0) = -f(0) - 2$

$f(0) = -1$

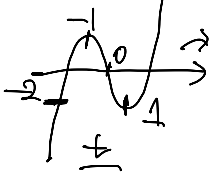
$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<0) \\ -f(x)+t^3+at^2+bt & (x\geq 0)\end{cases}$$

0 -3

에 대하여 함수 $g(x)$가 $x=k$에서 극값을 갖도록 하는 k의 개수를 $h(t)$라 할 때, $h(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\lim_{t\to\alpha-} h(t) \neq \lim_{t\to\alpha+} h(t)$를 만족시키는 실수 α의 값은 오직 -2뿐이다.
>
> (나) $h(1) > \lim_{t\to\infty} h(t)$

$f(a+2b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

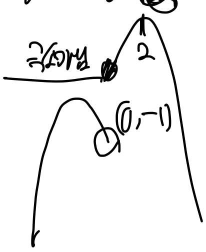


$(t-1)^2(t+2)$

$(t^2-2t+1)(t+2)$

119

t^3-3t



$(x-2)^2(x+2)-9$

16×8

4×2

$128-9$

22. 세 실수 a, p, q, $r(a>1)$에 대하여 세 점

$(6, 0)$

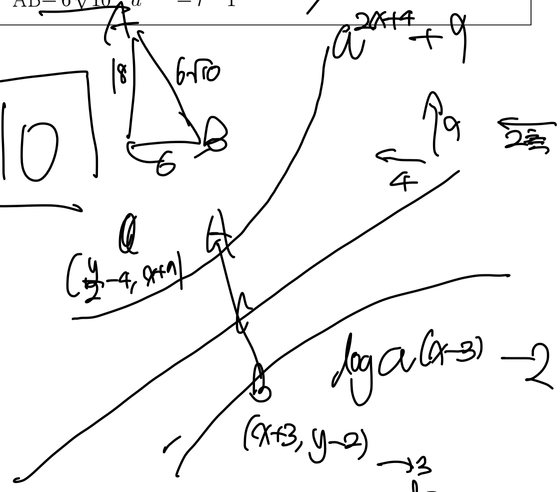
$$\mathrm{A}(p,\ a^{2p+4}+9),\ \mathrm{B}(q,\ \log_a(q-3)-2),\ \mathrm{C}(r,\ r+2)$$

$(-1, a^2+9)$ $(5, \log_a 2-2)$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q+r$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) 세 점 A, B, C를 모두 지나고, 기울기가 -3인 직선이 존재한다.
>
> (나) $\overline{\mathrm{AB}}=6\sqrt{10}$, $a^{r-2}=r-1$

10



$a^{2x+4}+9$

$\log_a(x-3)-2$

$(x+3, y-2)$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 다항식 $\left(x+\frac{1}{3}\right)^9$의 전개식에서 x^7의 계수는? [2점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

24. 두 사건 A, B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3},\ \mathrm{P}(B^C)=\frac{4}{5}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? [3점]

① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{15}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

25. 두 주사위 A, B를 동시에 굴려서 나오는 수를 각각 a, b라 할 때, 길이가 각각 a, b, 7인 세 선분으로 삼각형을 만들 수 있는 확률은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

26. 어떤 사격 게임에 1점, 2점, 3점, 4점의 네 종류의 과녁이 있다. 각 과녁은 충분히 많이 준비되어 있다. 한 선수가 이 과녁을 향해 총 5발을 쏘아 맞힌 점수를 순서대로 기록했을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? [3점]

(가) 맞힌 5개의 점수의 곱은 72이다. (나) 4번째에 맞힌 점수는 홀수이다.

① 40 ② 41 ③ 42 ④ 43 ⑤ 44

27. 흰 공 5개와 검은 공 12개를 네 주머니 A, B, C, D에 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 같은 색 공끼리는 구별하지 않는다.) [3점]

(가) 각 주머니에 흰 공과 검은 공을 각각 1개 이상 넣는다. (나) 주머니 A, B, C에 넣는 흰 공의 개수의 합은 주머니 D에 넣는 검은 공의 개수와 같다.

① 87 ② 89 ③ 91 ④ 93 ⑤ 95

28. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8가 하나씩 적혀있는 8장의 카드를 가로 4줄, 세로 2줄로 배열하려고 한다. 짝수 $a(a=2, 4, 6, 8)$가 적힌 카드와 이웃하는 카드의 숫자 중 a의 약수가 존재하지 않도록 배열하는 모든 경우의 수는? (단, 어떤 카드의 왼쪽, 오른쪽과 위아래에 있는 카드를 이웃한 카드로 본다.) [4점]

① 64 ② 72 ③ 80 ④ 88 ⑤ 96

29. 8명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 1학년 남학생 3명, 1학년 여학생 2명, 2학년 여학생 3명이 있다. 이 8명의 학생 모두가 일정한 간격으로 원 모양의 탁자에 둘러앉을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

> (가) 여학생과 이웃한 두 자리에는 남학생이 적어도 한 명 앉는다.
> (나) 어떤 두 2학년 학생의 사이에도 1학년이 3명 이상 앉지 않는다.

30. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $f(x)+x \in X$를 만족시키는 서로 다른 x의 개수와 $f(x)-x \in X$를 만족시키는 서로 다른 x의 개수는 모두 3이다.
> (나) $f(1) \times f(3)$의 값은 짝수이다.

수학 영역(미적분)

제 2 교시

홀수형

5지선다형

23. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{-2n+1}+3^{-n+1}}{2^{-2n}+3^{-n}}$ 의 값은? [2점]

$(\frac{1}{3})\times 3$

$(\frac{1}{4})$ $(\frac{1}{3})$

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5

24. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

-1

$$x=e^{\sin 2t}+t,\quad y=e^{\cos 2t}-t$$

$-2\sin 2t\ e^{\cos 2t}-1$

에서 $t=\frac{\pi}{2}$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

$2\cos 2t\ e^{\sin 2t}+1$ -1

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

$\cos\pi=-1$

$\sin\pi=0$

25. 수열 $\{a_n\}$이

$$\lim_{n\to\infty}\left(a_n-\frac{4n^2-3}{n+1}\right)=2$$

$a_n=4n$

를 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+a_n}-n\right)$의 값은? [3점]

$4n$

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

$(n+2)^2$

26. 곡선 $e^{\frac{x}{y}}-e^{x+y}+e^2-1=0$ 위의 점 $(0,\ 2)$에서의 접선과 직선 $y=-x+1$이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

$e^x e^y$

① $\frac{1}{4e^2-1}$　② $\frac{1}{4e^2-3}$　③ $\frac{1}{4e^2-5}$　④ $\frac{1}{4e^2-7}$　⑤ $\frac{1}{4e^2-9}$

$\frac{1}{y}e^{\frac{x}{y}}+\frac{dy}{dx}\left(-\frac{x}{y^2}\right)e^{\frac{x}{y}}-e^xe^y-\frac{dy}{dx}e^xe^y$

$\frac{1}{2}+\frac{dy}{dx}-e^2-\frac{dy}{dx}e^2$

$\frac{dy}{dx}(1-e^2)+\cancel{\frac{1}{2}-e^2}=0\quad e^2-\frac{1}{2}$

$\frac{dy}{dx}=\frac{2e^2-1}{2-2e^2}=\frac{1-2e^2}{2e^2-2}$

-1

-1

저

$$\frac{-1-\frac{1-2e^2}{2e^2-2}}{1-\frac{1-2e^2}{2e^2-2}}$$

$$=\frac{\frac{-2e^2+2-1+2e^2}{2e^2-2}}{\frac{2e^2-2-1+2e^2}{2e^2-2}}=\frac{1}{4e^2-3}$$

27. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$(x-1)^4 f(x) = a\tan^2 \pi x + b\sin^2 \pi x$$

를 만족시키고, $f(1) = 3\pi^4$일 때, $a-b$의 값은? (단, a와 b는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$2a\pi \tan\pi x \sec^2\pi x + 2b\pi \sin\pi x\cos\pi x$

$4(x-1)^3$

$\frac{\sqrt{3}}{5} = \frac{s}{2+c}$

$s = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$c = \frac{1}{2}$

$\sqrt{28}$, $\sqrt{3}$, 5

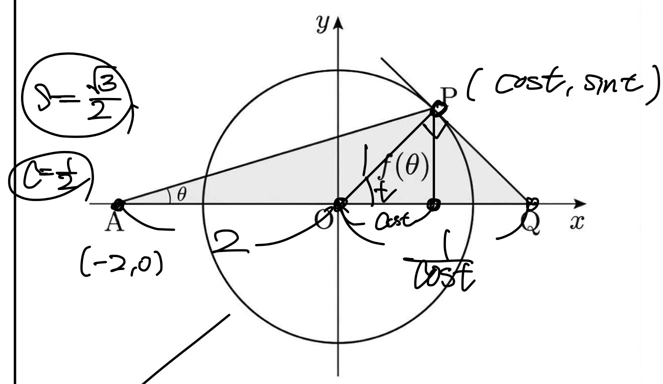
25 3

$\frac{\sin t}{2+\cos t} = \tan\theta$

$\frac{d\theta}{dt} \times \sec^2\theta = \frac{\cos^2 t + 2\cos t + \sin^2 t}{(2+\cos t)^2} \; \frac{25}{4}$

$\frac{8}{25} = \frac{d\theta}{dt} \times \frac{28}{25}$

28. 그림과 같이 좌표평면 위에 원 $C: x^2+y^2=1$과 점 A$(-2,\ 0)$이 있다. 원 C위를 움직이는 제 1사분면 위의 점 P에 대하여 선분 AP가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 하자. 점 P에서의 원 C의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 APQ의 넓이를 $f(\theta)$라 하자. $\tan\theta_0 = \frac{\sqrt{3}}{5}$인 θ_0에 대하여 $f'(\theta_0)$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$이다.) [4점]



① $\frac{35}{4}$ ② 9 ③ $\frac{37}{4}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{39}{4}$

$f(\theta) = \left(2 + \frac{1}{\cos t}\right)\frac{1}{2}(\sin t)$

$= \sin t + \frac{1}{2}\tan t$

$f'(\theta) = \frac{dt}{d\theta}\left[\cos t + \frac{1}{2}\sec^2 t\right]$ $\frac{5}{2}$ $\frac{7}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\times 4 = \frac{5}{2}$

$\frac{d\theta}{dt} = \frac{2}{7}$

29. 등비수열 $\{a_n\}$과 실수 p에 대하여 수열

$$b_n = |a_n - p| + a_n + p$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$은 수렴한다.
>
> (나) $b_2 + b_3 = 0$, $\sum_{n=4}^{\infty}(a_n - b_n) = \frac{4}{3}$

$\sum_{n=2}^{\infty}(a_{2n} - a_{2n+1}) = -4$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \times (p^2 - 10)$의 값을 구하시오.

[4점]

$a_n < p$ $2p$

$a_n > p$ $2a_n$

$a_3 = -p$

$\sum a_n = -\frac{4}{3}$

$a_4 - a_5 + a_6 \cdots$

$\frac{a_4}{1+r} = -4$

176

$r = -\frac{1}{2}$

$a_4 = -2$

$p = 4$

$6 \times \left(32 - 8 + \frac{3}{3}\left(\frac{8}{1+\frac{1}{2}}\right)\right)$

$\left(32 - \frac{8}{3}\right)\frac{2}{6}$

$192 - 16 = 176$

30. 실수 a, b와 양수 c에 대하여 구간 $[-1, \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{6}{\pi}\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) & (-1 \le x < 0) \\ ax^3 + bx & \left(0 \le x \le \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\right) \\ c\left(x - \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\right) + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} & \left(x > \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\right) \end{cases}$$

이다. 실수 t에 대하여 $f(x) = t$를 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 모든 실수 α에 대하여

$$\lim_{t \to \alpha} g'(t)$$

의 값이 존재할 때, c의 값을 구하시오. (단, $f(x) = t$를 만족시키는 실수 x의 값이 존재하지 않는 경우 $g(t) = 0$이다.)

[4점]

$-1 + 2 = 1$

$\left(-1, \frac{3\sqrt{3}}{\pi}\right)$

$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

1

$2 \& 1$

$f \circ g(t) = t$

$g'(t) = \frac{1}{f'(t)}$

$-\frac{\pi^2}{24}x^3 + 2x = \frac{3\sqrt{3}}{\pi}$

$\frac{12\sqrt{12}}{\pi^3}a + \frac{4\sqrt{3}}{\pi} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} - \frac{\sqrt{3}}{\pi}$

$\frac{24}{\pi^2}a = -1$

$a = -\frac{\pi^2}{24}$

$f' = -\frac{\pi^2}{8}x^2 + 2$ $f'\left(\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\right)$

$= -\frac{\pi^2}{8}\frac{12}{\pi^2} + 2 = \frac{1}{2}$

> ＊ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(기하)

5지선다형

23. $\overline{\mathrm{AB}}=1$, $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD에서 $|\overrightarrow{\mathrm{AC}}-2\overrightarrow{\mathrm{CD}}|$의 값은? [2점]

① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ 4

24. 양수 a에 대하여 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 0)$이고, 준선이 $x=-2$인 포물선이 점 $(4,\ a)$를 지날 때, 이 점에서 포물선에 그은 접선의 기울기는? [3점]

① $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ ③ 1 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

25. 두 초점이 F(c, 0), F′(−c, 0) $(c>0)$인 타원 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$에 대하여 점 F′을 지나고 기울기가 양수인 직선이 타원과 만나는 점 중 x좌표가 큰 점을 A라 할 때, $\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{5}$이다. 삼각형 AFF′의 넓이는? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

26. 두 점 A, B에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}+2\overrightarrow{\mathrm{BC}}|=|2\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}|$을 만족시키며 움직이는 점 C의 자취의 방정식이 $y=\dfrac{1}{2}x$이다. 점 B가 x축 위에 있고, $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{5}$일 때, $\overline{\mathrm{OA}}+\overline{\mathrm{OB}}$의 값은? (단, O는 원점이고, 점 A의 y좌표는 점 B의 y좌표보다 크다.) [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

27. 양수 a, b에 대하여 x축을 준선으로 갖고 초점이 각각 $\mathrm{F}(0, 3\sqrt{3})$, $\mathrm{F}'(a, b)$인 두 포물선이 x좌표가 양수인 교점 A와 x좌표가 음수인 교점을 갖는다. 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\cos(\angle \mathrm{HF'F}) = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$일 때, 선분 AF의 길이는? [3점]

① $\dfrac{5}{6}\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\dfrac{5\sqrt{3}}{4}$ ④ $\dfrac{5}{3}\sqrt{3}$ ⑤ $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

28. 두 초점이 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$ $(c>0)$인 타원 위를 움직이는 점 P에 대하여 점 Q는

$$|\overrightarrow{\mathrm{F'P}}|\overrightarrow{\mathrm{PQ}} = |\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|\overrightarrow{\mathrm{F'P}},\quad |\overrightarrow{\mathrm{PQ}}| = |\overrightarrow{\mathrm{PF}}|$$

를 만족시킨다. 선분 PQ의 길이의 최댓값이 6이고, $\angle \mathrm{QFF'} = \dfrac{\pi}{2}$가 되도록 하는 서로 다른 두 점 Q를 각각 X, Y라 할 때, $|\overrightarrow{\mathrm{XY}}| = 8$이다. 이 타원의 장축의 길이는? [4점]

① $\dfrac{20}{3}$ ② 7 ③ $\dfrac{22}{3}$ ④ $\dfrac{23}{3}$ ⑤ 8

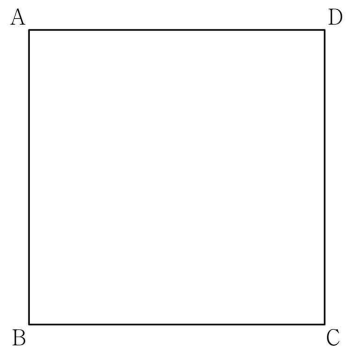
29. 두 초점이 F(c, 0), F′(−c, 0) (c > 0)인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{9}=1$ 위에 있는 제 1사분면 위의 점 A가 있다. x좌표가 음수인 쌍곡선 위에 있는 점 B에서 쌍곡선에 그은 접선이 직선 AF와 평행하고, 이 접선이 y축과 만나는 점을 C라 하자. 사각형 AFBF′의 둘레의 길이와 ACBF의 둘레의 길이가 같고, 삼각형 CAF의 둘레의 길이와 CBF′의 둘레의 길이의 차가 4일 때, c^2의 값을 구하시오. (단, 점 C의 y좌표는 양수이다.) [4점]

30. 좌표평면에 정사각형 ABCD가 있다.

$$|\overrightarrow{XA}+k\,\overrightarrow{XC}|=|\overrightarrow{XB}-\overrightarrow{XC}|$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형을 S라 하자.
다음 조건을 만족시키는 양수 m의 최솟값을 구하시오. [4점]

도형 S 위를 움직이는 점 P와 모든 양수 k에 대하여 $m\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{PD}+3\overrightarrow{PC}$를 만족시키는 점 P가 <u>존재하지 않는다.</u>



* 확인 사항 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.