

수학 영역

홀수형

성명	
----	--

수험 번호						—				
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

그는 그리움에 산다.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
- 미적분 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $3^{1+2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

2. 함수 $f(x) = 3x^4 + 2x^2 + 2$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 16 ③ 24 ④ 32 ⑤ 40

3. $\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여

$$\sin\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right) < 0, \quad \sin^2\theta = \frac{16}{25}$$

일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\left(\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)\right)^2 - 3f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) - 4$$

일 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하자.
 $F(2) = 0$ 일 때, $F(1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

7. 상수 a 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 15x$ 가 $x = 5$ 에서
 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_1 = 2, S_{10} - S_8 = 55$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

8. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치가 각각

$$x_1 = t^3 + \frac{3}{2}t^2 - 32t, \quad x_2 = \frac{1}{2}t^2 - t$$

이다. 점 P의 속도가 점 Q의 속도의 2배가 되는 시각에서의 점 P의 가속도를 p , 점 Q의 가속도를 q 라 할 때, $p - 2q$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

9. 닫힌구간 $[1, 5]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x-3} + 1 & (1 \leq x < 3) \\ \log_3(x-2) + 2 & (3 \leq x \leq 5) \end{cases}$$

의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M + m$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{15}{4}$ ② 4 ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{19}{4}$

10. 상수 $a(0 < a < 8)$ 에 대하여 곡선 $y = x^4 - ax^2 - 1$ 과 x 축으로 둘러싸인 영역을 A 라 하고, 곡선 $y = x^4 - ax^2 - 1$ 과 x 축 및 직선 $x = 3$ 으로 둘러싸인 영역을 B 라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) = 2 \times (B \text{의 넓이})$$

일 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{73}{15}$ ② $\frac{74}{15}$ ③ 5 ④ $\frac{76}{15}$ ⑤ $\frac{77}{15}$

11. 공비가 음수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여
부등식 $a_{2n} + a_{2n+1} < 0$ 을 만족시킨다.

$$\sum_{k=1}^4 |a_k| = 60, \quad \sum_{k=1}^3 |a_{k+1}| = 56$$

일 때, $a_1 + a_2 + a_3$ 의 값은? [4점]

- ① -21 ② -12 ③ -3 ④ 6 ⑤ 15

12. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_2^x |f(t)| dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(5)$ 의 값은? [4점]

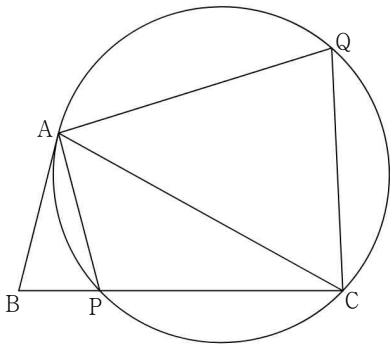
두 함수 $|g(x)|$ 와 $|g(x) - g(3)|$ 은 모두 실수 전체의
집합에서 미분가능한 함수이다.

- ① $\frac{14}{3}$ ② $\frac{29}{6}$ ③ 5 ④ $\frac{31}{6}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

13. 그림과 같이 $\cos(\angle ACB) = \frac{7}{8}$ 이고 외접원의 넓이가

$\frac{64}{15}\pi$ 인 삼각형 ABC가 있다.

선분 BC 위에 점 B가 아닌 점 P를 $\overline{AB} = \overline{AP}$, $\overline{AB} = 2\overline{BP}$ 가 되도록 잡고 삼각형 ACP의 외접원의 점 P를 포함하지 않는 호 AC 위에 점 Q를 $3\sin(\angle ACB) = 2\sin(\angle CAQ)$ 가 되도록 잡을 때, 사각형 ABCQ의 넓이는? (단, $\overline{AB} < \overline{AC}$) [4점]



- ① $\frac{35}{16}\sqrt{15}$ ② $\frac{9}{4}\sqrt{15}$ ③ $\frac{37}{16}\sqrt{15}$
- ④ $\frac{19}{8}\sqrt{15}$ ⑤ $\frac{39}{16}\sqrt{15}$

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최솟값은? [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$(f(x+1) - f(x))^n \times (f'(x+a) + b)^{n+1} \leq 0$$

을 만족시키는 실수 x 의 범위는 $0 \leq x \leq 3$ 이다.

(나) $f(0) = f(1)$, $f(7) = f(8)$

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

15. 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = a_{n+3}$ 이고 $a_n \in \{0, 1\}$ 이다.

첫째항이 1인 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_{n+1} = \begin{cases} b_n + na_n & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ b_n - 2a_n & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시키고 $b_3 > b_5$, $b_7 > 0$ 일 때, $b_{10} + b_{11} + b_{12}$ 의 값은?

[4점]

- ① 23 ② 27 ③ 31 ④ 35 ⑤ 39

단답형

16. -6 의 세제곱근 중 실수인 것의 개수를 a , $\sqrt{7}$ 의 네제곱근 중 실수인 것의 개수를 b 라 하자. $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = (x^3 + 2x)(x^2 + 2x - 1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k^2 + k^2) = \sum_{k=1}^{10} (a_k + 5)^2$$

일 때, $2 \times \sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 상수 $a(a > 0)$ 에 대하여 구간 $[0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 4\sqrt{3}\sin x & (0 \leq x \leq \pi) \\ a \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right) & (\pi < x < 2\pi) \end{cases}$$

가 있다. $0 \leq t < 2\pi$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = f(t)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 t 의 값의 합이 $\frac{13}{6}\pi$ 일 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1이고 모든 항의 계수가 정수인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)g(x) = 3x^2 - 27$$

이다. $g(3) = 1$ 일 때, $f(4)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

21. 곡선 $y = \log_2 x$ 위의 서로 다른 두 점 A, B와
곡선 $y = 2^{x+2} + 2$ 위의 점 C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 선분 AC의 수직이등분선은 $y = x + 2$ 이다. (나) 직선 BC와 x 축은 만나지 않는다.
--

점 A의 x 좌표와 점 B의 y 좌표의 합이 6일 때, 삼각형 OAB의 넓이를 구하시오. [4점]

22. 상수 $a(a < 0)$ 에 대하여 닫힌구간 $[0, 9]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x(x-2)^2 & (0 \leq x \leq 2) \\ a(x-2)^2(x-9) & (2 < x \leq 9) \end{cases}$$

가 있다. 실수 $k(0 < k < 9)$ 에 대하여 $0 < x < k$ 일 때 x 에 대한 방정식 $kf'(x) = f(k)$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(k)$ 라 하면 함수 $g(k)$ 는 $k = \alpha$, $k = \beta$ ($\alpha \neq \beta$)에서 불연속이고

$$g(\alpha) < \lim_{k \rightarrow \alpha^-} g(k) < \lim_{k \rightarrow \alpha^+} g(k)$$

이다. $f\left(\lim_{k \rightarrow \alpha^+} g(k)\right) + g(\beta) \times \left(\lim_{k \rightarrow \beta^+} g(k)\right)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = \frac{1}{t^2 + 1}, \quad y = -2^t$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln 2$ ② $2\ln 2$ ③ $3\ln 2$ ④ $4\ln 2$ ⑤ $5\ln 2$

25. 첫째항과 공비가 모두 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

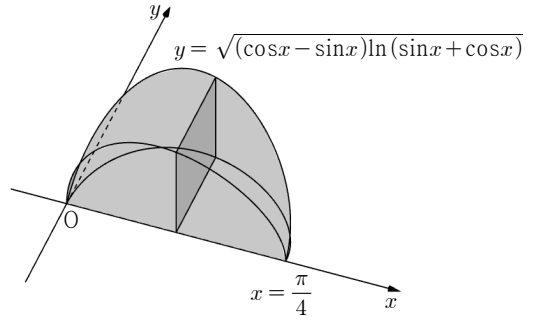
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 4^n}{(a_n)^2 + 3^n} = \frac{1}{9}$$

일 때, 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항과 공비의 합은? [3점]

- ① 5 ② 8 ③ 11 ④ 14 ⑤ 17

26. 그림과 같이 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ 에서 곡선

$y = \sqrt{(\cos x - \sin x)\ln(\sin x + \cos x)}$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\frac{\sqrt{2}}{2} \ln 2 + \sqrt{2} + 2$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2} \ln 2 + \sqrt{2} + 1$
 ③ $\frac{\sqrt{2}}{2} \ln 2 - \sqrt{2} + 3$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2} \ln 2 - \sqrt{2} + 2$
 ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2} \ln 2 - \sqrt{2} + 1$

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이고

$$\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 4e^2, \quad f(e) = e^2$$

일 때, $\int_1^e (\ln x) f'(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① $-e^2$ ② $-2e^2$ ③ $-3e^2$ ④ $-4e^2$ ⑤ $-5e^2$

28. 상수 k 와 함수 $f(x) = \ln(e^x + 1)$ 에 대하여

$$\int_0^{\ln 3} \left| \frac{f(x) - f(k)}{1 + e^{-x}} \right| dx = (f(k) - f(0))^2$$

이다.

$$(e^{2k} + 4\sqrt{2}) \times \int_0^{\ln 7} \frac{f(x) - f(k)}{1 + e^{-x}} dx$$

의 값은? [4점]

- ① $6(\ln 2)^2$ ② $7(\ln 2)^2$ ③ $8(\ln 2)^2$
 ④ $9(\ln 2)^2$ ⑤ $10(\ln 2)^2$

단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) \times \frac{1}{a_n} \right) = \frac{9}{20}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) \times \frac{1}{a_n} \right) = \frac{3}{20}$$

을 만족시킨다. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 m 에 대하여 $|a_m|$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) $a_m < 0$

(나) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-a_m}{n(n-a_m)} < \sum_{n=1}^{999} \frac{1}{n}$

30. 세 상수 $a(a > 0)$, b , c 와 함수

$$f(x) = (ax^2 + bx - 2)e^{x+1} \text{에 대하여 함수}$$

$$g(x) = \begin{cases} 4 \ln\left(\frac{1}{4}x^2 - x + \frac{7}{4}\right) + cx & (x < 1) \\ f(x-p) + q & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 두 실수 p , q 의 순서쌍 (p, q) 는 $(2, 2)$ 뿐일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오.

[4점]

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.