제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{2}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

$2^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}}=2^1$

2. 함수 $f(x)=2x^2+x+2$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x)=4x+1$

$f'(1)=5$

3. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=2, \quad 2a_2+a_7=30$$

일 때, a_{10}의 값은? [3점]

① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

$2(2+d)+2+6d=30$

$8d+6=30 \quad d=3$

$2+3\times9=29$

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax^2-2 & (x<2) \\ 3x & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$4a-2=6$

$a=2$

5. 함수 $f(x)=(x+1)(2x^2-5x+1)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$f'(x)=2x^2-5x+1+(x+1)(4x-5)$

$f'(2)=8-10+1+(3)(3)=-1+9=8$

6. 두 양수 a, b가

$$\log_3 a^2=4,\quad \log_9 ab=\frac{5}{2}$$

를 만족시킬 때, $\frac{b}{a}$의 값은? [3점]

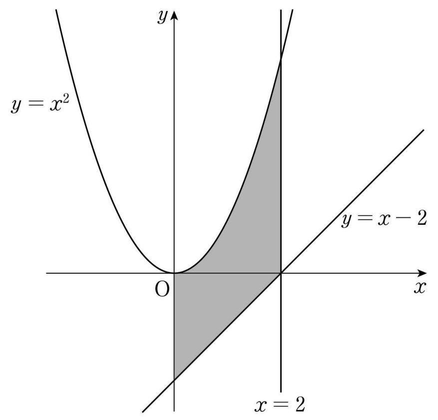
① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

$a^2=81$ $a=9$

$ab=3^5$ $b=27$

7. 곡선 $y=x^2$과 y축 및 두 직선 $y=x-2$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5



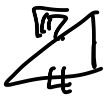
$\int_0^2 x^2-x+2=\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+2x\right]_0^2$

$=\frac{8}{3}-2+4=\frac{8}{3}+2=\frac{14}{3}$

8. $\cos\theta = 4\sin\theta$ 이고 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) < 0$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{4\sqrt{17}}{17}$ ② $-\frac{\sqrt{17}}{17}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{17}}{17}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

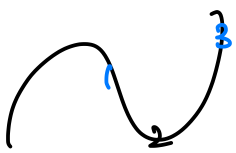
$\tan\theta = \frac{1}{4}$. θ는 3사분면. $\cos\theta < 0$



9. 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + a$ 가 최댓값 M, 최솟값 4를 가질 때, M 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2)$

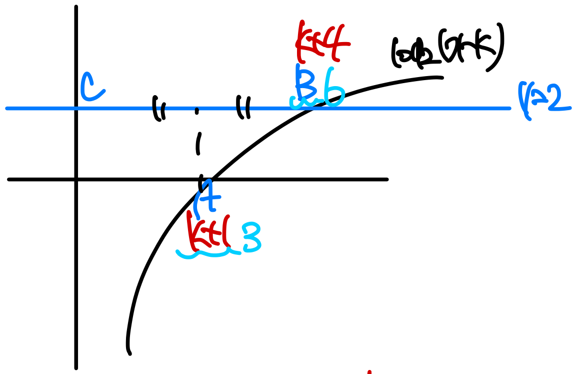


$f(2) = 4$. $16 - 12 - 24 + a = 4$ $a - 20 = 4$
$a = 24$

$f(3) = 54 - 27 - 36 + a = a - 9 = 15$

10. 양수 k 에 대하여 곡선 $y = \log_2(x-k)$ 가 x 축과 만나는 점을 A라 하자. 직선 $y = 2$ 가 곡선 $y = \log_2(x-k)$ 와 만나는 점을 B, y 축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12



$2(k+1) = k+4$ $k = 2$

11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t\,(t \ge 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-24t+36$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 25이다.
ㄴ. 출발한 후 점 P의 운동 방향은 두 번 바뀐다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리는 37이다.

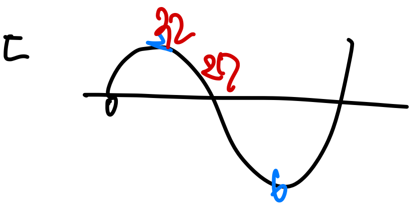
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ $x(t)=t^3-12t^2+36t$

$x(1)=1-12+36=25$

ㄴ $3(t-2)(t-6)$

ㄷ



$32+5=37$

$x(2)=8-48+72=32$

$x(3)=27-108+108=27$

12. $a_1=3$, $a_2=10$인 수열 $\{a_n\}$과 모든 항이 양수인 등비수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k+1}=n^2+n$$

을 만족시킨다. 다음은 $\sum_{n=1}^{5}\frac{a_n}{n}$의 값을 구하는 과정이다.

$n=1$일 때, $\frac{a_1}{b_1+1}=2$에서 $b_1=\frac{1}{2}$이다.

2 이상의 모든 자연수 n에 대하여

$\frac{a_n}{b_n+1}=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k+1}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{b_k+1}$이므로

$\frac{a_n}{b_n+1}=$ (가) $\times n$ …… ㉠

이다.

$n=1$일 때도 ㉠이 성립하므로 모든 자연수 n에 대하여

$\frac{a_n}{n}=$ (가) $\times(b_n+1)$ …… ㉡

이다.

그러므로 등비수열 $\{b_n\}$의 공비는 (나) 이다.

따라서 ㉡에 의하여 $\sum_{n=1}^{5}\frac{a_n}{n}=$ (다) 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점]

① 136 ② 137 ③ 138 ④ 139 ⑤ 140

$n^2+n-(n-1)^2-(n-1)$

$\frac{a_1}{b_1+1}=2$ $b_1=\frac{1}{2}$

$\frac{a_2}{2}=2(b_2+1)$

$b_2=\frac{3}{2}$

(가) 2 (나) 3 (다) 131

$2+3+131$

$\sum_{n=1}^{5} 2b_n+2$

1, 3, 9, 27, 81 10

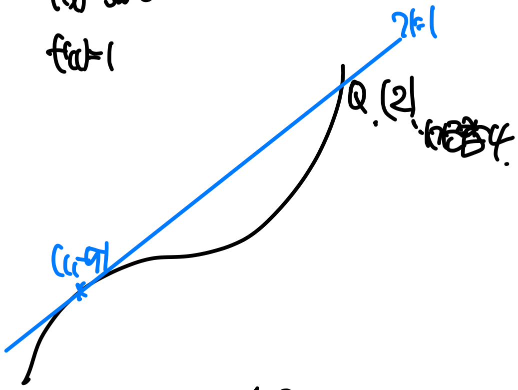
$121+10=131$

13. 함수 $f(x)=x^3-4x^2+6x-8$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(1,\ -5)$에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 Q에서의 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$f'(x)=3x^2-8x+6$ $D>0$

$f'(1)=1$

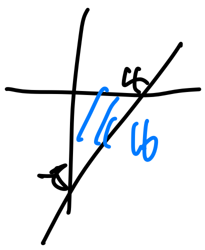


$f'(2)=12-16+6=2$

$f(2)=8-16+12-8=-4$

접선: $2(x-2)-4$

$=2x-8$

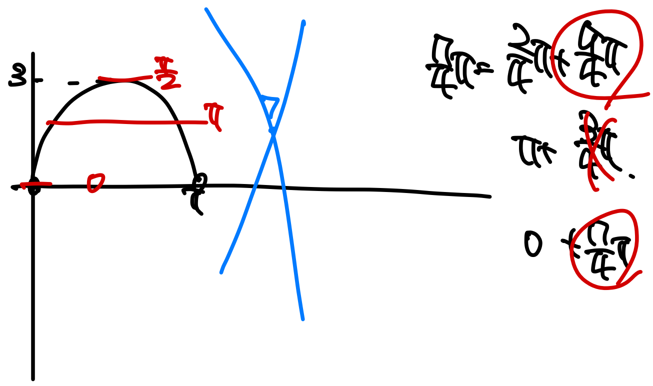


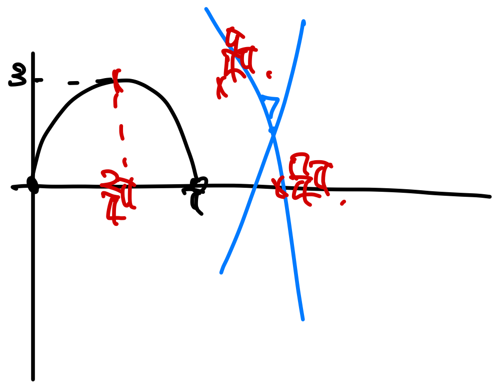
14. 두 상수 $a\,(a\neq 0)$, b에 대하여 닫힌구간 $[0,\ 2\pi]$에서 정의된 함수

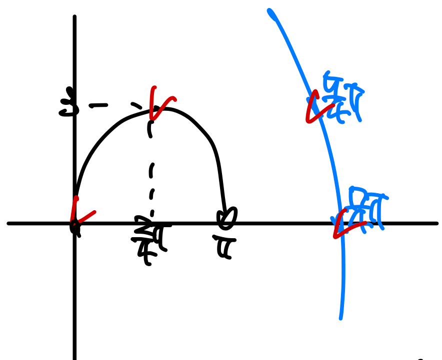
$$f(x)=\begin{cases} 3\sin x & (0\le x<\pi) \\ a\cos x+b & (\pi\le x\le 2\pi) \end{cases}$$

가 있다. $0\le t\le 2\pi$인 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=f(t)$를 만족시키는 모든 x의 값의 합이 $\frac{7}{4}\pi$가 되도록 하는 서로 다른 모든 실수 t의 개수가 4일 때, a^2+b^2의 값은? [4점]

① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$







$a\cos\left(\frac{5}{4}\pi\right)+b=3$ $-\frac{\sqrt{2}}{2}a+b=3$ $2b=3$

$a\cos\left(\frac{7}{4}\pi\right)+b=0$ $\frac{\sqrt{2}}{2}a+b=0$ $a=-\frac{3}{\sqrt{2}}$ $b=\frac{3}{2}$

$a^2+b^2=\frac{9}{2}+\frac{9}{4}=\frac{27}{4}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 두 상수 a, b에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} -xf(x)-ax^2 & (x\le 0) \\ \frac{1}{4}f(x)-bx^2 & (x>0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [4점]

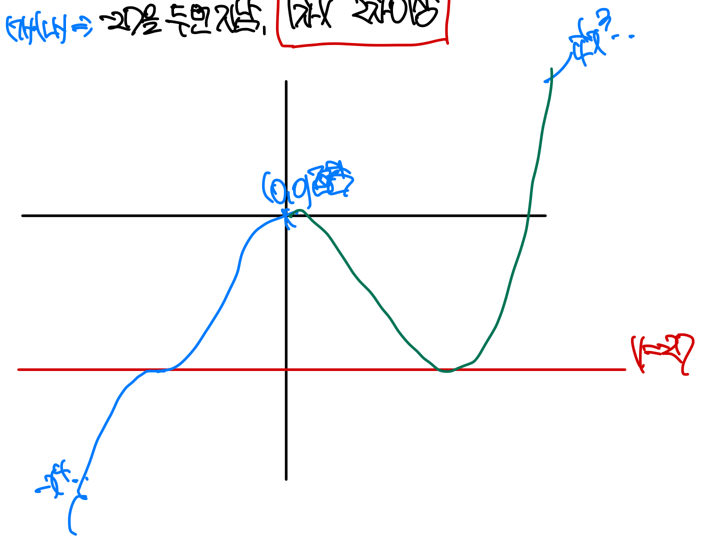
> (가) 집합 $\{x\,|\,g(x)=-27\}$의 원소의 개수는 2이다.
> (나) $\{x\,|\,g(x)=-27\}\subset\{x\,|\,g'(x)=0\}$

① $\frac{85}{4}$ ② $\frac{87}{4}$ ③ $\frac{89}{4}$ ④ $\frac{91}{4}$ ⑤ $\frac{93}{4}$

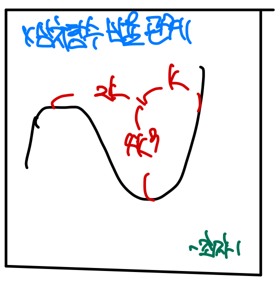
① g(x) 미분가능. $\begin{cases} f(0)=0 \\ \lim_{x\to0-}\{-f(x)-ax\}=\lim_{x\to0+}\{\frac{1}{4}\cdot\frac{f(x)}{x}-bx\} \end{cases} \Rightarrow f'(0)=0$

$f(x)=x^3+kx^2 \Rightarrow g(x)=\begin{cases} -x^4-kx^3-ax^2 & (x\le0) \\ \frac{1}{4}x^3+(\frac{1}{4}k-b)x^2 & (x>0) \end{cases}$

(가)(나) ⇒ −27을 두번 지남, $\boxed{y=k\ \text{2차 이상}}$



$\Rightarrow -27k^4=-27.\ k=1$



$\Rightarrow (\frac{1}{4})(4k^3)=-27\ \ k=3$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=3$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=a_n^2-3n$$

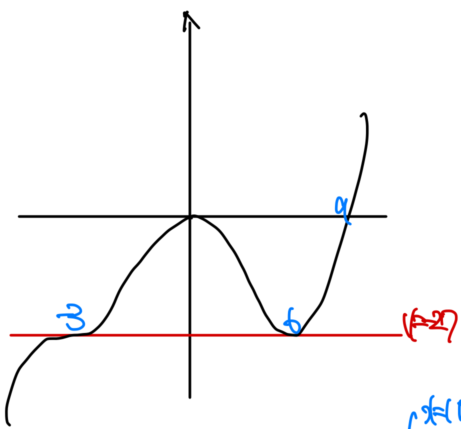
을 만족시킨다. a_3의 값을 구하시오. [3점]

#16 $a_2=a_1^2-3=6$
$a_3=a_2^2-6=30$

#17 $F(x)=x^4-x^3+2x+3$
$F(2)=16-8+4+3=15$

17. 함수 $f(x)=4x^3-3x^2+2$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(1)=5$일 때, $F(2)$의 값을 구하시오. [3점]

□에서 설정한 비율 관계를 통해, g(x)를 구할 수 있다.



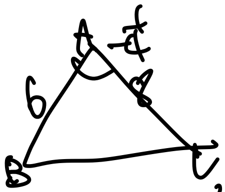
$x\le0$에서 $-x^4-kx^3-ax^2=-(x+3)^3(x-1)-27$ $\begin{cases} x=1\ \text{대입} & -1-k-a=-27 \\ x=-1\ \text{대입} & -1+k-a=16-27 \end{cases}$ ⊖ $k=8,\ a=18$

$x>0$에서 $\frac{1}{4}x^3+(\frac{1}{4}k-b)x^2=\frac{1}{4}(x-6)^2(x+3)$

$(\frac{1}{4}k-b=-\frac{9}{4},\ k=8\quad 2-b=-\frac{9}{4},\ b=\frac{17}{4})$

$a+b=\frac{72+17}{4}=\frac{89}{4}$

18. 삼각형 ABC에서 $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{AC}}=8$이고 $\cos A=-\frac{1}{4}$일 때, $\overline{\mathrm{BC}}^2$의 값을 구하시오. [3점]

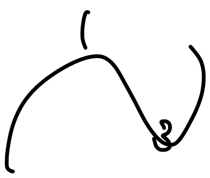


$k^2=124$

19. 함수 $f(x)=x^3-6x^2+ax+b$는 $x=1$에서 극대이다. 함수 $f(x)$의 극솟값이 5일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

$f'(x)=3x^2-12x+a$ $\quad a=9$

$3(x-1)(x-3)$



$b=5$

14

20. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n=\begin{cases} n & (n\text{이 5의 배수가 아닌 경우}) \\ -4n+10 & (n\text{이 5의 배수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $20 \le \sum_{k=1}^{m} a_k < 30$을 만족시키는 모든 자연수 m의 값의 합을 구하시오. [4점]

a_n	1	2	3	4	-10	6	7	8	9	-30	11	12	13	14	-50
S_n	1	3	6	10	0	6	13	21	30	0	11	23	36	50	0

16 17 18 19 ? 21 22 23 24 ? 26 ?

16 33 0 21 0 26

$\Sigma m = 8+12+21+26 = 20+47 = 67$

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

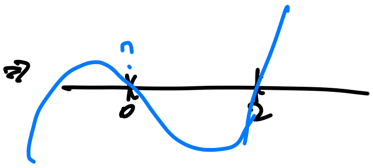
$$g(x)=\int_0^x (f(t)-|f(t)|)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) $x \ge k$인 모든 실수 x에 대하여 $g'(x)=0$을 만족시키는 실수 k의 최솟값이 2이다.
> (나) $g(2)=-8$

"g(x)는 "f(x)의 음수부분을 2배 한 것""

(가) $g'(x)=f(x)-|f(x)|$ ... 2



(나) $\int_0^2 f(x)=-4$

$\int_0^2 x(x-2)(x-1-k)=-4$

$\int_0^2 -kx(x-2)=-4$

$\frac{k}{6}(8)=-4$ $k=-3$

$f(x)=x(x-2)(x+2)$

$f(4)=4(2)(6)=48$

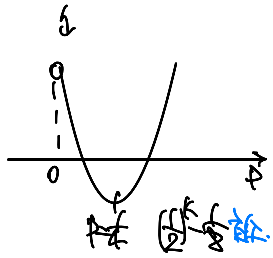
22. 자연수 k에 대하여 두 함수

$$f(x)=2^x,\ g(x)=2\times 4^x+\left(\frac{1}{2}\right)^k$$

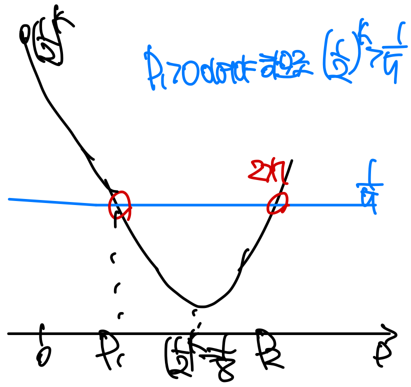
이 있다. 실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 두 점 A, B 사이의 거리가 $\frac{1}{5}$이 되도록 하는 실수 t의 개수가 2이고 이 두 실수의 합을 S라 할 때, $k\times\left(\frac{1}{2}\right)^S$의 값을 구하시오. [4점]

$2^x=p$라 하면. $f(x)=p$. $g(x)=2p^2+\left(\frac{1}{2}\right)^k$.

$g(x)-f(x)=2p^2-p+\left(\frac{1}{2}\right)^k$ ($p>0$!!!)



$p=\frac{1}{4}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^k-\frac{1}{8}$ 최소.



$p_1>0$이어야 하므로 $\left(\frac{1}{2}\right)^k>\frac{1}{5}$ ⇒ k는 1 또는 2

① $k=1$이면 최소 $\frac{3}{8}>\frac{1}{5}$. p 존재X

② $k=2$이면 최소 $\frac{1}{8}<\frac{1}{5}$

$2^{t_1}=p_1$, $2^{t_2}=p_2$ $2p^2-p+\frac{1}{4}=\frac{1}{5}$

$t_1+t_2=S$ $40p^2-20p+1=0$ (방정식의 두근곱)

$2^S=2^{t_1+t_2}=p_1p_2=\frac{1}{40}$

$k=2$ $\left(\frac{1}{2}\right)^S=40$ $k\times\left(\frac{1}{2}\right)^S=80$.

* 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \to \infty} \frac{n^2(12n+1)}{4n^3-1}$ 의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\lim_{n \to \infty}(3n+\cancel{2})a_n = 6,\quad \lim_{n \to \infty}\frac{b_n}{n} = 2$$

일 때, $\lim_{n \to \infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$a_n=\frac{2}{n}$

$b_n=2n$

25. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sqrt{n+2}$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}\, a_n$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$a_n = \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}$

$\sqrt{n^2+2n} - \sqrt{n^2+n}$

$\frac{n}{n+1}$ $\frac{n}{n+\frac{1}{2}}$

26. 자연수 a에 대하여

$$\lim_{n\to\infty} \frac{5a^{2n} + (2a)^{n+1}}{a^{2n} + (2a)^n} = a+1$$

을 만족시키는 모든 자연수 a의 값의 합은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$a=1$ $2a=a+1$ $a=1$

$a=2$ $\frac{5\cdot4^n + 4\cdot4^n}{4^n + 4^n} = \frac{9}{2}$

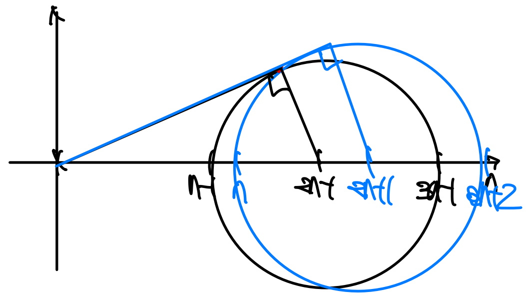
$a>3$ $5=a+1$ $a=4$

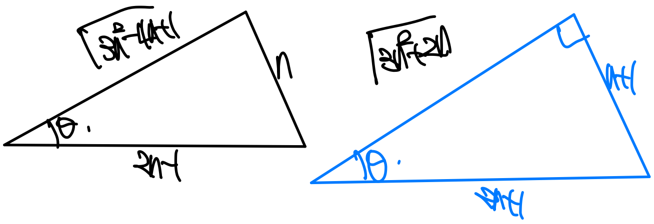
27. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> 좌표평면에서 원점을 지나고 기울기가 a_n인 직선이
> 점 $(2n-1,\ 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 n인 원과 서로 다른 두 점에서 만나고
> 점 $(2n+1,\ 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $n+1$인 원과 만나지 않는다.

$\lim\limits_{n\to\infty} n\left(3-\dfrac{1}{a_n^2}\right)$의 값은? [3점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4





$\tan\theta = a_n$

28. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2+5$가 있다.
두 자연수 $p,\ q$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}px^2+\frac{1}{2}qx+5 & (x<0)\\ 5 & (x\ge 0)\end{cases}$$

이라 하자.
실수 전체의 집합에서 연속인 함수

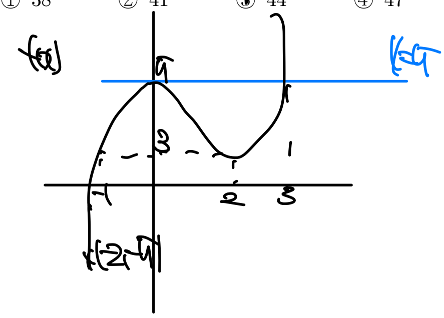
$$h(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(f(x))^{2n+1}+5^{2n}\times g(x)}{(f(x))^{2n}+5^{2n}}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수가 7이다.

> 자연수 n에 대하여 직선 $y=\left(k-\dfrac{1}{2^n}\right)x+5$가
> 함수 $y=h(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 a_n이라
> 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=4$이다.

$p+q+h(4)$의 값은? [4점]

① 38 ② 41 ③ 44 ④ 47 ⑤ 50



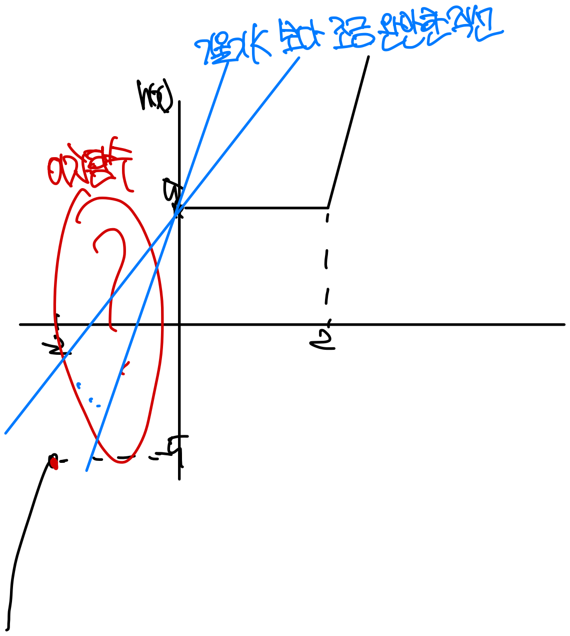
$2p-q=-10$

27. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

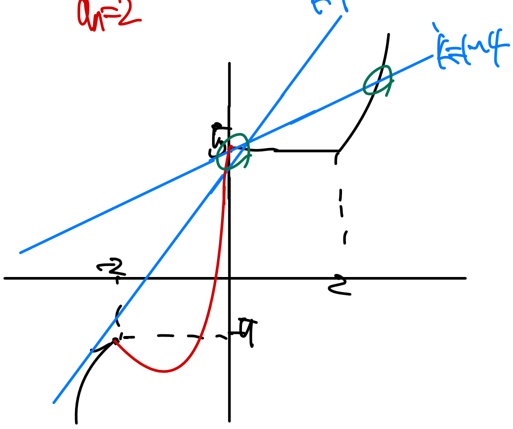
> 좌표평면에서 원점을 지나고 기울기가 a_n인 직선이
> 점 $(2n-1,\ 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 n인
> 원과 서로 다른 두 점에서 만나고
> 점 $(2n+1,\ 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $n+1$인
> 원과 만나지 않는다.

$\lim\limits_{n\to\infty} n\left(3-\dfrac{1}{a_n^{\,2}}\right)$의 값은? [3점]

① 2　② $\dfrac{5}{2}$　③ 3　④ $\dfrac{7}{2}$　⑤ 4



① 1≤k≤4
$a_n=2$



28. 함수 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{3}{2}x^2+5$가 있다.
두 자연수 $p,\ q$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}px^2+\dfrac{1}{2}qx+5 & (x<0)\\[2ex] 5 & (x\ge 0)\end{cases}$$

이라 하자.
실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$h(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(f(x))^{2n+1}+5^{2n}\times g(x)}{(f(x))^{2n}+5^{2n}}$$

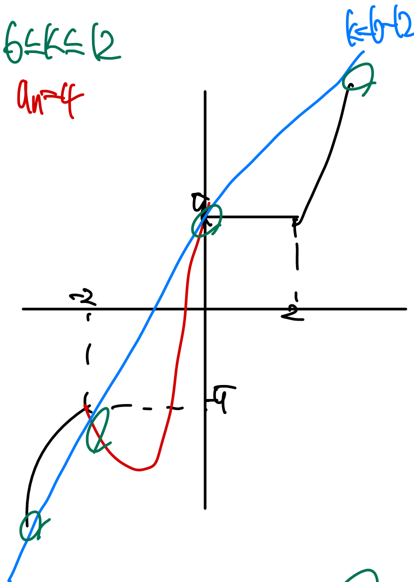
에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수가 7이다.

> 자연수 n에 대하여 직선 $y=\left(k-\dfrac{1}{2^n}\right)x+5$가
> 함수 $y=h(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 a_n이라
> 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=4$이다.

24, 7, 13
$p+q+h(4)$의 값은? [4점]

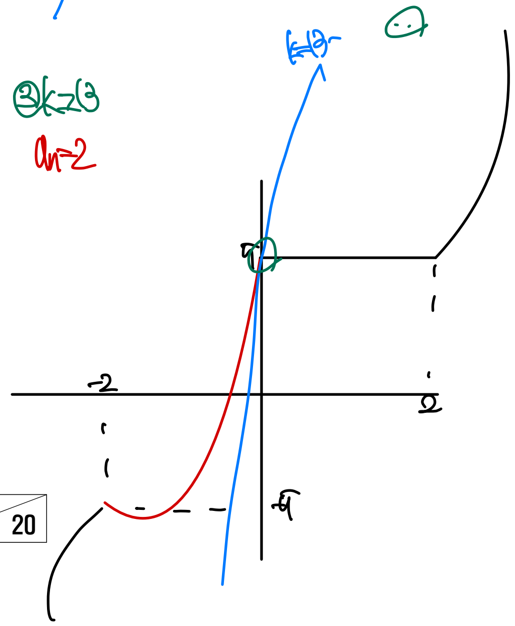
① 38　② 41　③ 44　④ 47　⑤ 50

② 6≤k≤12
$a_n=4$



①~③에서 보이듯, $a_n=4$이려면 이차함수와 두 번 만나야 하고,
결정적인 값은 (0,5)에서 접선이 되는 순간
기울기가 k보다 약간 작은 직선을 보면, k가 7개이려면 6~12까지,
딱 기울기 12일 때 이차함수와 접해야 함.
$g'(0)=\frac{1}{2}q=12$. $q=24$. $p=7$
$h(4)=f(4)=13$
$24+7+13=\underline{44}$

③ k≥13
$a_n=2$

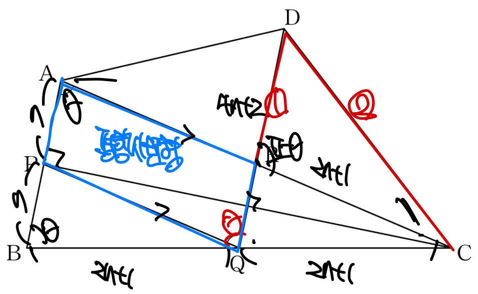


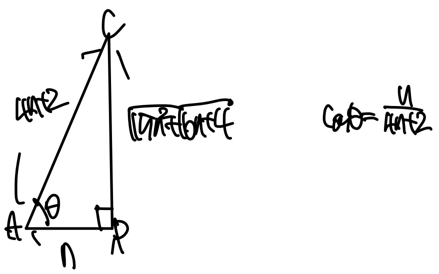
단 답 형

29. 그림과 같이 자연수 n에 대하여 $\overline{AC}=\overline{BC}=4n+2$인 사각형 ABCD가 있다. 선분 AB의 중점을 P, 선분 BC의 중점을 Q라 하고, 선분 DQ가 선분 AC와 만나는 점을 R이라 하자.

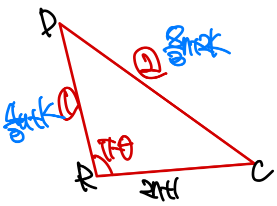
$\angle CAB=\angle PQR$, $\overline{CP}=\sqrt{15n^2+16n+4}$, $\overline{DR}:\overline{DC}=1:2$

일 때, $\lim_{n\to\infty}\left(\overline{DR}-\frac{4}{3}n\right)=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]





DR:DC = 1:2 인데.. 문제에서 $\lim_{n\to\infty}\left(DR-\frac{4}{3}n\right)$의 값을 물어봤으니,
DR = $\frac{4}{3}n+k$ 라고 잡고 계산하자!



$$-\frac{n}{4n+2} = \frac{(2n+1)^2+(\frac{4}{3}n+k)^2-(\frac{8}{3}n+2k)^2}{2\times(2n+1)\times(\frac{4}{3}n+k)}$$

$$-n \fallingdotseq \frac{4n^2+4n+1+\frac{16}{9}n^2+\frac{8}{3}kn+k^2-\frac{64}{9}n^2-\frac{32}{3}kn-4k^2}{\frac{8}{3}n+k}$$

$$-\frac{8}{3}n^2-kn \fallingdotseq \frac{36+16-64}{9}n^2+\frac{12-24k}{3}n+\cdots$$

$-k=4-8k$ $7k=4$ $k=\frac{4}{7}$ 11

30. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오. (단, k는 20 이하의 자연수이다.) [4점]

> 두 정수 a, b에 대하여
>
> $\lim_{n\to\infty}|a|(a+b)^n$의 값과 $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{2a+2b-20}{k}\right|^n$의 값이
>
> 모두 존재하며
>
> $\lim_{n\to\infty}|a|(a+b)^n=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{2a+2b-20}{k}\right|^n$이 되도록 하는
>
> 정수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는 19이다.

①
$\lim_{n\to\infty}|a|(a+b)^n$ 존재
- ① $a+b=1$
- ② $a+b=0$
- ③ $a=0$

② $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{2a+2b-20}{k}\right|^n$ 존재
- ① $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{18}{k}\right)^n$ 존재 $k\ge18$
- ② $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{20}{k}\right)^n$ 존재 $k\ge20$
- ③ $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2b-20}{k}\right)^n$ 존재 ..??

③ $\lim_{n\to\infty}|a|(a+b)^n=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{2a+2b-20}{k}\right|^n$ 이 되도록 하는 (a,b)가 19개

① $a+b=1$ $|a|=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{18}{k}\right)^n$, $k=18$이면 $(a=1, b=0)$ $(a=-1, b=2)$
~~$k>18$이면 $(a=0, b=1)$~~ but ③에서 세니까 제외!

② $a+b=0$ $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{20}{k}\right)^n\to0$ $k\ge21$이면 $(0,0)$ 뿐이다..

③ $a=0$ $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{2b-20}{k}\right|^n=0$ $-k<2b-20<k$, $-\frac{1}{2}k+10<b<\frac{1}{2}k+10$
- k가 짝수면 $k-1$개
- k가 홀수면 k개

이상을 종합하면 k에 따른 (a,b) 순서쌍은 다음과 같다

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	1	3	3	5	5	7	7	9	9

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21↑
k	11	11	13	13	15	15	17	19	19	19	∞

57