제 1 교시

2027학년도 이해원 모의고사 문제지

국어 영역

홀수형

성명		수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

푸른 낭만을 선물할게

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다릅니다. 3점 문항에는 점수가 표시되어 있습니다. 점수 표시가 없는 문항은 모두 2점입니다.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.

이해원국어연구소

제 1 교시

국어 영역

[1～3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

다항함수와 지수·로그함수가 함께 얽힌 방정식은 흔히 '풀 수 없는 방정식'이라 불린다. 이 표현은 해가 존재하지 않는다는 뜻이라기보다, 인수분해나 치환과 같이 이미 정형화된 대수적 절차만으로는 해를 곧바로 산출하기 어렵다는 뜻에 가깝다. 따라서 이러한 방정식을 다룰 때 초점은 계산의 숙련도 자체보다, 주어진 식이 어떤 구조를 취하고 있는지 파악하는 데 놓인다. 다시 말해 문제 해결의 관건은 식을 더 많이 변형하는 데 있지 않고, 어느 지점에서 식의 표면적 복잡성이 실제 구조의 단순성을 가리고 있는지를 ⓐ식별하는 데 있다.

이때 해를 찾기 위해 '적당한 수를 대입한다'는 말은 자의적 추측과 구별되어야 한다. 겉으로 보기에 이는 논리적 비약처럼 보일 수 있으나, 실제로는 양변의 형식적 대응을 읽어 내는 과정에 가깝다. 예컨대 한쪽에 로그항과 상수항이, 다른 쪽에 일차식과 지수항이 놓여 있을 때, 두 변의 각 부분이 서로 어떤 방식으로 대응될 수 있는지를 먼저 검토하게 된다. 이처럼 식의 일부를 다른 쪽 식의 일부와 ⓑ대응시키는 사고는 무작위적 대입이 아니라, 식의 형태를 해석하여 가능한 후보를 압축하는 절차라고 보아야 한다. 즉 발견은 우연처럼 보일 수 있으나, 그 배후에는 형식 인식이 선행한다.

그러나 이러한 방식으로 어떤 값을 하나 찾아냈다고 해서 문제가 끝나는 것은 아니다. 그 값이 단지 가능한 해 가운데 하나인지, 아니면 유일한 해인지가 다시 ⓒ판정되어야 하기 때문이다. 여기서 판단의 층위는 식 자체에서 함수의 성질로 옮겨 간다. 방정식의 한 변을 하나의 함수로 보고, 같은 함숫값을 갖는 입력이 여럿 존재할 수 있는지 따지는 것이다. 만일 그 함수가 특정 구간에서 단조롭게 증가한다면, 동일한 함숫값에 대응하는 입력은 하나뿐이라는 결론이 가능해진다. 해의 '발견'이 식의 형태에 대한 해석에서 비롯되었다면, 해의 '확정'은 함수의 단조성에 대한 분석에서 비롯된다고 할 수 있다.

한편 동일한 문제를 다루는 방식은 반드시 하나로 고정되지 않는다. 어떤 경우에는 식을 좌표평면 위의 관계로 옮겨 곡선과 직선의 만남으로 해석하는 편이 더 자연스러울 수 있고, 다른 경우에는 식의 양변을 직접 비교하며 방정식의 형태를 분석하는 편이 더 효율적일 수 있다. 전자는 대상을 기하적 배치 속에서 이해하려는 접근이고, 후자는 대수적 구조 속에서 이해하려는 접근이다. 두 방식은 서로 대립한다기보다, 동일한 수학적 대상을 서로 다른 표현 체계 안에서 ⓓ조직하는 방식의 차이라고 보아야 한다. 따라서 문제 해결의 우열은 특정 풀이법의 선택 자체에 있는 것이 아니라, 문제의 구조가 어느 관점을 더 잘 허용하는지를 판별하는 데 있다.

이 점에서 이른바 '발상'은 신비한 직관이나 우연한 착상으로 이해될 일이 아니다. 오히려 그것은 복잡한 식의 외양 아래 숨어 있는 대응 관계를 포착하고, 필요할 때에는 식의 관점에서 함수의 관점으로, 다시 기하적 관점으로 옮겨 갈 수 있는 해석 능력에 가깝다. 최근의 문항들이 단순 계산보다 이러한 전환 능력을 더 적극적으로 요구하는 이유도 여기에 있다. 결국 수험생에게 필요한 것은 하나의 풀이를 기계적으로 반복하는 습관이 아니라, 식의 표면과 구조, 대수와 함수, 방정식과 그래프 사이를 오가며 문제를 재구성하는 능력이다. '풀 수 없는 방정식'이라는 말은, 그래서 어떤 절대적 불가능성을 가리킨다기보다 하나의 고정된 절차로는 ⓔ환원되지 않는 해석의 필요성을 드러내는 표현이라고 할 수 있다.

1. 윗글을 이해한 내용으로 적절하지 않은 것은?

① 정형화된 절차만으로 해를 곧바로 구하기 어렵더라도, 식의 구조를 해석하면 해를 찾을 단서를 얻을 수 있다.
② 식의 양변에서 서로 대응되는 요소를 포착하는 일은 해 후보를 무제한으로 늘리는 과정이라기보다 줄여 가는 과정에 가깝다.
③ 어떤 값을 해 후보로 찾은 뒤에는, 그 값이 유일한지 확인하기 위해 함수의 성질을 검토할 수 있다.
④ 하나의 문제를 서로 다른 표현 체계로 다룰 수 있다면, 그중 한 관점이 성립하는 순간 다른 관점은 무의미해진다.
⑤ '발상'은 단순한 직관이라기보다 여러 관점 사이를 이동하며 문제를 재구성하는 능력으로 이해될 수 있다.

2. 윗글을 참고할 때, <보기>의 ㉮~㉰에 들어갈 말을 바르게 짝지은 것은? [3점]

<보 기>

곡선 $y=\log_{16}(8x+2)$ 위의 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$와

곡선 $y=4^{x-1}-\frac{1}{2}$ 위의 점 B가 제1사분면에 있다.

점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점이

원점 O에 대하여 직선 OB 위에 있고

선분 AB의 중점의 좌표가 $\left(\frac{77}{8},\ \frac{133}{8}\right)$이다.

이때 함수 $y=\log_{16}(8x+2)$의 역함수 $y=16^{x-\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}$의

그래프와 곡선 $y=4^{x-1}-\frac{1}{2}$은 (㉮)의 관계이고,

두 상수 $a,\ b$의 값은 각각 (㉯), (㉰)이다.

	㉮	㉯	㉰
①	확대·축소	63/4	7/4
②	평행이동	63/4	7/4
③	평행이동	65/4	9/4
④	확대·축소	65/4	9/4
⑤	확대·축소	67/4	9/4

3. 문맥상 밑줄 친 ⓐ~ⓔ의 의미로 적절하지 않은 것은?

① ⓐ: 가려내는
② ⓑ: 결부시키는
③ ⓒ: 판별되어야
④ ⓓ: 해체하는
⑤ ⓔ: 단순화되지 않는

[4~9] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가)

미적분에서 어떤 함수의 극한이 존재한다는 말은, 그 함수가 특정 점에서 실제로 어떤 값을 갖는지를 말하는 것이 아니라 그 점의 근방에서 어떤 거동을 보이는지를 ⓐ판정하는 것이다. 19세기 초 코시는 『해석학 강의』에서 극한을 해석학의 기초 개념으로 정비했고, 뒤이어 바이어슈트라스의 엡실론-델타 기법과 하이네의 수열적 서술은 이 개념을 한층 엄밀하게 만들었다. 이런 계보에서 확인되듯 극한은 점 자체가 아니라 그 점에 가까워지는 과정에 관한 개념이므로, $x=a$에서 함숫값이 없거나 그 값이 극한과 다르더라도 극한의 존재 자체는 별도로 판단된다.

이 관점에서 $h(x)=g(x)/f(x)$의 극한을 모든 실수에 대하여 조사하는 문제는, 모든 실수를 일일이 대입하는 문제가 아니라 '문제가 생길 수 있는 점'을 먼저 가려내는 문제로 바뀐다. 극한 법칙에 따르면 몫의 극한이 의심되는 경우는 두 함수의 개별 극한이 애초에 존재하지 않거나, 존재하더라도 분모의 극한값이 0이 되는 경우로 ⓑ압축된다. 이때 ㉠분자의 극한이 0이라는 사실만으로는 문제가 생기지 않는다. 분모의 극한이 0이 아니면 몫의 극한은 여전히 정해지기 때문이다. 반면 분자와 분모가 함께 0에 가까워지는 0/0 꼴은 극한 법칙만으로 값을 결정할 수 없는 '부정형'이어서, 그 점 근방에서 두 함수가 0이 되는 속도를 다시 비교해야 한다.

분자가 0에 가까워지는 일은 그 자체로 식을 불안정하게 만들지 않지만, 분모가 0에 가까워지는 일은 몫 전체의 거동을 불확정하게 만들 수 있다. 특히 분자와 분모가 함께 0에 가까워지는 경우에는 겉으로는 하나의 형식처럼 보이더라도 실제로는 서로 다른 결론이 나올 수 있다. 따라서 이 경우에는 단순한 대입보다 구조적인 분석이 요구된다. 결국 극한의 존재성을 판단하는 일은 모든 점을 동일하게 계산하는 작업이 아니라, 문제가 발생할 지점을 먼저 선별한 뒤 그 지점에서 어떤 종류의 불안정이 형성되는지를 따져 보는 과정이라고 할 수 있다.

(나)

다항식으로 이루어진 분수식의 극한을 판단할 때에는 극한의 원리가 더욱 뚜렷하게 드러난다. 다항식은 모든 실수에서 연속이므로, 각 점에서 개별적인 극한의 존재를 일일이 의심할 필요가 없다. 따라서 판단의 초점은 자연스럽게 분모가 0이 되는 지점으로 모인다. 분모가 0이 아닌 곳에서는 식의 거동이 대체로 안정적이기 때문이다. 이 때문에 '모든 실수에서 극한이 존재하는가'라는 질문은 실제로는 모든 점을 똑같이 조사하라는 요구가 아니라, 분모를 0으로 만드는 몇몇 점을 추려 그곳에서만 정밀한 검토를 수행하라는 요구로 바뀐다. 전역적인 조건처럼 보이는 진술이 실은 국소적인 분석으로 환원되는 셈이다.

그러나 분모가 0이 된다는 사실만으로 극한의 부재가 곧바로 확정되는 것은 아니다. 분자도 같은 점에서 함께 0이 된다면, 겉으로는 불안정해 보이던 식이 실제로는 하나의 값으로 정리될 수 있기 때문이다. 이때 핵심이 되는 것은 각 다항식이 공통으로 가지는 인수의 구조이다. 같은 점에서 0이 되더라도 분자와 분모 중 어느 쪽에 그 인수가 더 많이 남아 있는가에 따라 결론은 달라진다. 공통 인수가 충분히 ⓒ상쇄되면 식은 안정된 값으로 수렴할 수 있지만, 분모 쪽에 불안정성을 남기는 인수가 더 많이 남아 있으면 극한은 쉽게 하나의 값으로 모이지 않는다. 따라서 여기서 중요한 것은 0이 되는지의 여부 자체가 아니라, 그 0이 어떤 구조를 통해 형성되었는지를 파악하는 일이다.

이러한 관점은 절댓값이 포함된 식에서도 유지된다. 절댓값은 식의 모양을 복잡하게 보이게 만들 수 있지만, 극한의 존재성을 판단하는 핵심 기준까지 바꾸지는 않는다. 절댓값이 들어간다고 해서 새롭게 검토해야 할 점이 무한히 늘어나는 것은 아니며, 여전히 분모를 0으로 만드는 지점이 우선적인 검토 대상이 된다. 그리고 그 지점에서 분자와 분모 사이에 약분 가능한 구조가 형성되는지를 따지면 된다. 결국 다항식으로 이루어진 분수식의 극한 문제는 계산을 무한히 반복하는 문제가 아니라, 식이 어디에서 불안정해질 수 있는지를 먼저 가려내고 그 원인을 구조적으로 분석하는 문제라고 할 수 있다. 이 점에서 극한의 존재성 판단은 단순한 연산 능력보다 식의 취약한 지점을 읽어 내는 독해 능력을 요구한다.

결국 이런 유형의 문제는 다음과 같이 정리할 수 있다. 다항식으로 이루어진 분수식의 극한이 모든 실수에서 존재하는지를 묻는다면, 먼저 분자·분모의 개별 극한을 전부 따지는 것이 아니라 분모가 0이 되는 점을 ⓓ추려야 한다. 그리고 그 점마다 분자와 분모가 공유하는 인수의 중복도를 비교하여, 약분 이후에도 분모 쪽에 불안정성이 남는지를 판단해야 한다. 따라서 이 문제에서 요구되는 것은 단순한 대입이나 기계적 계산이 아니라, 식을 '어디서 안정되고 어디서 불안정해지는가'의 관점에서 재구성하는 독해이다. 수식의 표면을 따라가는 데 그치지 않고, 그 내부의 구조적으로 ⓔ취약한 지점을 식별해 내는 것, 바로 그것이 극한의 존재성을 판정하는 핵심이라 할 수 있다.

4. (가)와 (나)의 서술 방식으로 가장 적절한 것은?

① (가)는 극한 판단의 일반 원리를 설명하고, (나)는 이를 다항식의 분수식에 적용하여 판단 기준을 구체화하고 있다.
② (가)는 극한 이론의 역사적 전개를 통시적으로 서술하고, (나)는 절댓값 함수의 성질을 정의 중심으로 설명하고 있다.
③ (가)는 함숫값과 극한값의 차이를 사례 중심으로 열거하고, (나)는 다항식의 종류를 분류하여 비교하고 있다.
④ (가)는 극한 계산의 절차를 단계별로 제시하고, (나)는 그 절차가 갖는 한계를 비판적으로 검토하고 있다.
⑤ (가)는 여러 학자의 상반된 입장을 병렬적으로 소개하고, (나)는 그중 하나의 입장을 옹호하며 반론을 제기하고 있다.

5. (가)를 통해 알 수 있는 내용으로 적절하지 않은 것은?

① 극한은 특정 점에서의 실제 함숫값과 구별되어 판단될 수 있다.
② 모든 실수에서 몫의 극한을 조사할 때, 문제가 생길 가능성이 있는 점을 먼저 가려낼 수 있다.
③ 분모의 극한값이 0이 되면, 분자의 상태와 관계없이 몫의 극한은 항상 존재하지 않는다.
④ 분자와 분모가 함께 0에 가까워지는 경우에는 단순 대입보다 구조적인 분석이 요구될 수 있다.
⑤ 극한의 존재성 판단은 모든 점을 같은 방식으로 계산하는 일과 다를 수 있다.

6. (나)를 통해 알 수 있는 내용으로 가장 적절한 것은?

① 다항식의 분수식에서는 분모가 0이 되는 점이 있어도 그 점은 검토 대상에서 제외된다.
② 공통 인수가 충분히 상쇄되면, 분모가 0이 되는 점에서도 식이 하나의 값으로 정리될 수 있다.
③ 절댓값이 포함된 식에서는 분모보다 분자의 영점을 우선적으로 살펴야 한다.
④ 전역적인 조건이 제시되면 국소적인 분석은 의미를 잃는다.
⑤ 다항식은 연속이므로 그 몫도 모든 실수에서 연속이다.

7. (가)를 바탕으로 할 때, ㉠을 이해한 내용으로 가장 적절한 것은?

① 함숫값이 0이면 극한값도 반드시 0이 되기 때문이다.
② 분모의 극한값이 0이 아니라면 몫의 극한은 여전히 정해질 수 있기 때문이다.
③ 분자의 극한이 0이면 분모도 함께 0으로 수렴해야 하기 때문이다.
④ 분자의 극한은 극한의 존재성 판단과 무관한 요소이기 때문이다.
⑤ 분자가 0으로 수렴하면 공통 인수의 유무를 따질 필요가 없기 때문이다.

8. <보기>는 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대한 조건이다. (가)와 (나)를 읽은 학생이 <보기>에 대해 보인 반응으로 적절한 것은? [3점]

<보 기>

실수 t에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} -f(x) & (x<t) \\ f(x) & (x \ge t) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 연속이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- 모든 실수 a에 대하여 $\lim\limits_{x\to a+}\dfrac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이 존재한다.
- $\lim\limits_{x\to m+}\dfrac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이 음수가 되도록 하는 자연수 m의 집합은 $\left\{g(-1),\ -\dfrac{7}{2}g(1)\right\}$이다.

(단, $g(-1) \neq -\dfrac{7}{2}g(1)$이다.)

① 위 조건을 해석할 때에는 모든 실수 a를 기계적으로 대입하기보다, 먼저 분모를 0으로 만드는 0과 2를 주된 검토 대상으로 삼을 수 있겠네. 또한 $g(3)$의 값은 -1이겠군.
② 함수 $g(x)$가 실수 전체에서 연속이므로, 분모가 0이 아닌 점에서는 몫의 극한 존재를 별도로 의심할 필요가 크지 않겠네. 또한 $f(-2)$의 값은 -10이겠군.
③ $x=0$과 $x=2$에서는 분모가 0이 되므로, 분자도 같은 점에서 함께 0이 되는지와 약분 가능한 구조가 있는지를 살펴볼 수 있겠네. 또한 $g(-1)$의 값은 4겠군.
④ $x=t$에서 함수 $g(x)$의 정의가 바뀌므로, 분모의 상태와 무관하게 그 점이 0이나 2보다 우선적인 핵심 검토 대상이 된다고 볼 수 있겠네. 또한 $g(-5)$의 값은 65겠군.
⑤ 자연수 m에 대한 두 번째 조건도 가능한 m을 무차별적으로 계산하기보다, 식의 부호가 달라질 가능성이 있는 지점을 선별해 해석하는 접근이 가능해. 또한 $f(6)$의 값은 12겠군.

9. 문맥상 ⓐ~ⓔ의 단어와 바꿔 쓰기 적절하지 않은 것은?

① ⓐ: 판단하는
② ⓑ: 한정된다
③ ⓒ: 소거되면
④ ⓓ: 가려야
⑤ ⓔ: 본질적인

[10～12] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

확률 문제는 흔히 개별 경우의 수를 세고 각 경우의 가능성을 계산하는 작업으로 이해된다. 그러나 시행이 반복되거나 조건이 단계적으로 갱신되는 상황에서는, 개별 경우를 일일이 나열하는 방식만으로는 문제의 핵심을 ⓐ포착하기 어렵다. 겉으로 드러나는 경우의 수는 빠르게 불어나지만, 실제로 확률을 좌우하는 것은 매 단계에서 무엇이 달라지고 무엇이 유지되는가 하는 구조적 관계이기 때문이다. 이때 필요한 것은 경우를 더 많이 세는 능력이라기보다, 경우들이 어떤 틀 안에서 생성되고 연결되는지를 파악하는 능력이다. 확률 구조의 시각화가 중요해지는 이유가 여기에 있다.

조건부 확률은 이러한 구조를 이해하는 출발점이 된다. 어떤 사건의 확률은 고립된 값으로 주어지는 것이 아니라, 이미 알려진 조건 아래에서 다시 평가되기도 한다. 즉 조건이 붙는다는 것은 단순히 설명이 하나 더 덧붙는 것이 아니라, 사건을 바라보는 기준이 되는 전체 경우의 집합이 재편된다는 뜻이다. 따라서 확률 문제를 제대로 읽는다는 것은 각 단계에서 새롭게 주어진 조건이 무엇이며, 그 조건이 이후의 판단에 어떤 방식으로 개입하는지를 추적하는 일과 다르지 않다. 문제는 결국 숫자의 계산 이전에 정보의 ⓑ흐름을 읽는 일로 바뀐다.

$\boxed{\text{마르코프 체인}}$은 바로 이러한 정보의 흐름을 도식화한 표현으로 이해할 수 있다. 어떤 확률 과정에서 다음 단계의 결과가 오직 현재 상태에만 의존한다고 볼 수 있다면, 그 과정은 과거의 복잡한 이력을 전부 적어 두지 않고도 몇 개의 상태와 그 사이의 이동 관계로 정리될 수 있다. 이때 마르코프 체인은 새로운 내용을 덧붙이는 별도의 이론이라기보다, 이미 문제 안에 들어 있는 확률 구조를 눈에 보이게 바꾸어 놓은 시각화의 형식에 가깝다. 다시 말해 표나 문장으로 주어진 조건을 '상태'와 '전이'의 관계로 번역한 것이 마르코프 체인인 셈이다.

이 시각화의 장점은 복잡한 확률 과정을 '길 찾기'의 문제로 바꾸어 준다는 데 있다. 상태는 점으로, 한 상태에서 다른 상태로 옮겨 갈 가능성은 화살표로 나타낼 수 있다. 그러면 현재 어떤 상태에 있는지, 다음에는 어디로 이동할 수 있는지, 그리고 특정 결과에 도달하려면 어떤 경로들이 가능한지가 한눈에 드러난다. 개별 시행을 따로따로 바라볼 때는 흩어져 있던 정보가, 그림 안에서는 하나의 연결망으로 ⓒ조직되는 것이다. 따라서 마르코프 체인을 활용한다는 말은 복잡한 확률을 단순히 그림으로 예쁘게 ⓓ옮긴다는 뜻이 아니라, 문제의 본질을 '상태의 변화 구조'로 재해석한다는 뜻에 가깝다.

다만 이때 핵심은 그림 자체가 아니라 상태를 어떻게 설정하느냐에 있다. 상태를 지나치게 잘게 나누면 시각화의 이점이 사라지고, 반대로 너무 거칠게 묶으면 현재 상태만으로 다음 단계를 설명할 수 없게 된다. 결국 좋은 마르코프 체인 그림은 많은 정보를 담는 그림이 아니라, 다음 결과를 결정하는 데 필요한 정보만 ⓔ남긴 그림이다. 이 점에서 마르코프 체인은 확률 구조의 시각화 버전이라는 말이 성립한다. 그것은 계산을 대신하는 장치가 아니라, 계산이 가능하도록 구조를 먼저 드러내는 장치이기 때문이다. 확률 문제를 잘 푼다는 것은 결국 숫자를 빠르게 처리하는 능력만이 아니라, 문제 속 의존 관계를 적절한 상태와 전이로 조직하여 눈앞에 펼쳐 놓을 수 있는 능력이라고 할 수 있다.

10. $\boxed{\text{마르코프 체인}}$에 대한 이해로 가장 적절한 것은?

① 과거에 일어난 모든 경우의 수를 빠짐없이 보존하여 다음 결과를 예측하는 방법이다.
② 조건부 확률을 사용하지 않고 개별 경우의 수만 그림으로 배열하는 계산 방식이다.
③ 다음 단계의 결과가 현재 상태에만 의존할 때, 그 구조를 상태와 전이 확률로 시각화한 표현이다.
④ 상태는 많을수록 좋으므로, 가능한 한 잘게 나누어야 마르코프 체인이 유용해진다.
⑤ 한 번 도식화하고 나면 추가 계산 없이 그림만 보고 곧바로 원하는 확률을 읽어 낼 수 있다.

11. 16개의 공과 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 여섯 개의 빈 상자가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 <보기>의 시행을 한다.

<보 기>

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k일 때,
k가 홀수이면
1, 3, 5가 적힌 상자에 공을 각각 1개씩 넣고,
k가 짝수이면
k의 약수가 적힌 상자에 공을 각각 1개씩 넣는다.

이 시행을 4번 반복한 후 여섯 개의 상자에 들어 있는 모든 공의 개수의 합이 홀수일 때, 3이 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수가 2가 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수보다 1개 더 많을 확률은? [3점]

① $\frac{1}{8}$　② $\frac{3}{16}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{5}{16}$　⑤ $\frac{3}{8}$

12. 문맥상 ⓐ~ⓔ의 단어와 가장 가까운 의미로 쓰인 것은? [3점]

① ⓐ: 구조대는 안개 속에서 조난자의 위치를 재빨리 포착했다.
② ⓑ: 장마철에는 강물의 흐름이 한층 빨라진다.
③ ⓒ: 발표 내용이 표와 도식으로 조직되어야 청중이 더 쉽게 이해할 수 있다.
④ ⓓ: 행사를 위해 의자들을 운동장으로 옮겼다.
⑤ ⓔ: 그의 마지막 한마디는 오랫동안 사람들의 마음에 상처를 남겼다.

[13～17] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

합성함수는 두 함수를 단순히 이어 붙인 기호처럼 보이지만, 실제로는 하나의 점이 다른 점으로 번역되는 과정을 압축해 놓은 표현이다. $h(x)=f(g(x))$에서 입력값 x는 먼저 g를 거쳐 다른 값으로 바뀌고, 그 값이 다시 f의 입력이 되어 최종값 $h(x)$를 만든다. 따라서 합성함수를 이해한다는 것은 식을 표면적으로 변형하는 일이 아니라, 어떤 점이 어떤 중간값을 매개로 하여 새로운 점으로 대응되는지를 읽어 내는 일에 가깝다. 이 때문에 합성함수의 해석에서는 흔히 “f의 점을 매개로 g의 점과 h의 점이 대응된다.”는 관점이 중요하게 작동한다. 문제는 결국 값의 계산보다 대응 관계의 조직을 파악하는 문제로 옮겨 간다.

이러한 대응은 함수의 증감이나 미분가능성 같은 성질을 해석할 때 더욱 분명해진다. 합성함수의 미분법 $h'(x)=f'(g(x))g'(x)$는 그냥 공식이 아니라, 두 함수의 기울기 정보가 어떻게 결합되는지를 보여 주는 진술이다. 속함수 g가 입력의 방향을 유지하면 겉함수 f의 기울기 부호가 그대로 전달되고, g가 방향을 뒤집으면 최종적인 증가와 감소도 반전된다. 따라서 합성함수의 개형은 ‘기울기 곱하기’라는 관점으로 읽을 수 있다. 나아가 겉함수와 합성함수가 주어졌을 때 속함수를 추적하는 경우에는 이를 역으로 ‘기울기 나누기’의 문제로 이해할 수도 있다. 물론 실제 풀이에서는 단순한 사칙연산이 아니라, 어느 점이 어느 점에 대응되는지를 먼저 정확히 짚어 두어야 한다.

그런데 합성함수의 국소적 개형을 더 미세하게 판정하려면 기울기의 부호만으로는 부족하다. 어떤 점에서 그래프가 축을 단순히 가로지르는지, 접한 뒤 되돌아가는지, 혹은 접하면서도 다시 교차하는지까지 읽으려면 그 점들 근방에서 함수가 ‘몇 차 함수처럼’ 움직이는지를 파악해야 한다. 이를 설명하는 언어가 $\boxed{\text{차수논리}}$이다. 차수는 본래 다항함수의 최고차항과 관련된 개념이지만, 여기서는 한 점 근방에서 가장 먼저 살아남는 선두항의 차수를 뜻한다. 복잡한 초월함수라도 특정 점 주변에서는 일차함수나 이차함수, 또는 그보다 높은 차수의 다항함수처럼 움직인다고 보는 것이다. 이 관점에 서면 $\sin x$, $1-\cos x$같은 함수도 서로 다른 국소 차수를 갖는 하나의 ‘예쁜 함수’들로 읽힌다.

차수논리의 핵심은 합성에서 차수가 곱해진다는 사실이다. 속함수 g가 어떤 점에서 q차처럼 움직이고, 겉함수 f가 대응점에서 p차처럼 움직인다면, 합성함수 $h=f\circ g$는 원래 점에서 대체로 $p\times q$차처럼 움직인다. 이는 x^q이 다시 p차 함수의 입력이 될 때 최고차항 $x^{p\times q}$를 갖는다는 직관과 같다. 역함수의 경우도 같은 틀에서 해석할 수 있다. 항등함수 x는 1차함수이므로, $f\circ f^{-1}$의 차수는 1이 되어야 하고, 따라서 역함수의 차수는 원함수 차수의 역수처럼 이해된다. 이 때문에 합성함수 문제는 단순히 식을 전개하는 문제가 아니라, 서로 대응되는 점들의 차수 관계를 추적하는 문제로 재구성된다.

여기서 주목할 점은 차수가 반드시 자연수일 필요는 없다는 사실이다. 우리가 익숙한 다항함수의 언어에서는 차수가 대개 1, 2, 3처럼 정수로 주어지지만, 국소적 거동을 기준으로 보면 1보다 작은 차수도 충분히 의미를 갖는다. 예컨대 $x=0$ 근방에서 $\sqrt{x}$나 $\sqrt[3]{x}$ 같은 함수는 직선보다 더 급하게 치솟거나 누워 있는 것이 아니라, 오히려 접선의 기울기가 무한대로 발산한다. 이 경우 함수는 한 점 근방에서 $x^k(0<k<1)$ 꼴, 곧 1보다 작은 차수의 함수처럼 움직인다고 이해할 수 있다. 따라서 차수는 단순히 ‘몇 번 미분 가능한가’를 세는 수가 아니라, 그 점에서 함수가 얼마나 완만하거나 얼마나 급격하게 출발하는지를 나타내는 척도이기도 하다.

[A] 이로부터 미분가능성과 차수의 관계도 보다 정교하게 정리된다. 어떤 점에서 차수가 k일 때, $0<k<1$이면 그래프는 그 점에서 수직 접선에 가까운 형태를 보이며 기울기가 발산하므로 미분가능하지 않다. $k=1$이면 직선처럼 움직여 보통 기울기 0이 아닌 상태에서 미분가능하고, $k>1$이면 함수가 더 평평하게 출발하므로 기울기 0으로 미분가능하다. 다만 이 분류는 양쪽에서 같은 차수가 나타날 때의 이야기이다. 실제 함수는 좌극한과 우극한에서 서로 다른 선두 구조를 보이기도 하므로, 그럴 때에는 하나의 차수만으로 판정하기보다 좌차수와 우차수를 따로 확인해야 한다.

이 점은 절댓값이 섞인 함수에서 잘 드러난다. 어떤 함수는 전체적으로 보아 하나의 차수가 존재하지 않더라도, 좌우에서 각각 같은 차수를 가질 수 있다. 예를 들어 $x|x|$는 원점에서 좌우 모두 2차처럼 움직이므로 좌·우미분계수가 각각 0이 되어 미분가능하다. 반면 $\sqrt{|x|}$는 좌우 모두 $1/2$차처럼 움직이므로 양쪽에서 기울기가 무한대로 발산하여 미분가능하지 않다. 다시 말해 차수의 존재 여부만 보는 것은 충분하지 않으며, 필요한 경우에는 좌·우차수를 따로 읽어 함수의 국소적 대칭성과 불연속적인 개형 변화를 함께 살펴야 한다.

결국 합성함수와 차수논리는 서로 분리된 기술이 아니다. 합성함수가 점과 값의 대응 구조를 보여 준다면, 차수논리는 대응되는 점에서 함수가 어떤 속도로 움직이는지를 보여 준다. ⓐ 하나는 ‘어디로 가는가’를, 다른 하나는 ‘어떻게 가는가’를 설명하는 셈이다. 최근의 고난도 문항들이 이 두 관점을 동시에 요구하는 이유도 여기에 있다. 문제의 식과 조건을 읽을 때에는 먼저 f, g, h 사이의 대응을 잡고, 이어서 각 대응점에서 기울기와 차수를 곱하거나 나누어 전체 개형을 조직해야 한다. 따라서 합성함수 문제를 푼다는 것은 공식을 적용하는 일이 아니라, 함수의 움직임을 구조와 속도의 언어로 다시 번역하는 일이라고 할 수 있다.

13. 윗글을 읽고 답을 찾을 수 있는 질문에 해당하지 않는 것은?

① 합성함수 $h(x)=f(g(x))$에서 f, g, h의 점들은 어떤 방식으로 대응되는가?
② 합성함수의 증가와 감소는 두 함수의 기울기 정보를 어떻게 결합하여 판단하는가?
③ 차수가 1보다 작은 점에서는 미분가능성을 어떠한 방식으로 해석할 수 있는가?
④ 좌차수와 우차수를 따로 살펴야 하는 경우는 왜 발생하는가?
⑤ 차수논리가 고등학교 교육과정에 처음으로 도입된 역사적 배경은 무엇인가?

14. 차수논리에 대한 이해로 가장 적절한 것은? [3점]

① 차수는 함수 전체의 종류를 판별하는 기준이므로, 하나의 함수는 모든 점에서 동일한 차수를 갖는다.
② 차수가 1보다 크면 언제나 그래프가 x축을 가로지르고, 0보다 크고 1보다 작으면 언제나 극값을 갖는다.
③ 합성함수에서 대응점의 차수가 각각 p와 q이면 합성함수의 차수는 $p+q$로 이해하는 것이 적절하다.
④ 차수는 한 점 근방에서 함수가 몇 차 함수처럼 움직이는지를 나타내는 지표이므로, $0<k<1$과 같은 분수 차수도 국소 개형과 미분가능성을 설명하는 데 의미를 갖는다.
⑤ 좌차수와 우차수가 다를 때에는 더 작은 쪽 차수만으로 전체 차수를 정하고, 이를 바탕으로 미분가능성을 판정하면 된다.

15. [A]를 적용하여 <보기>를 이해한 내용으로 적절하지 않은 것은? [3점]

<보 기>

다음은 $x=0$에서의 국소적 변화를 살펴보려는 세 함수이다.

• $f(x)=|x|^{1/2}$ • $g(x)=x|x|$ • $h(x)=|x|^{3/2}$

① 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 좌·우차수가 각각 $1/2$이므로, 기울기가 발산하는 형태를 보여 미분가능하지 않다고 볼 수 있다.
② 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 좌·우차수가 각각 2이므로, 좌·우미분계수가 모두 0이 되어 미분가능하다고 볼 수 있다.
③ 함수 $h(x)$는 $x=0$에서 좌·우차수가 각각 $3/2$이므로, 기울기 0으로 미분가능하다고 볼 수 있다.
④ 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 차수가 짝수이므로, x축에 접한 뒤 방향을 바꾸며 교차하지 않는다고 이해하는 것이 적절하다.
⑤ 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$는 전체 차수의 존재 여부와 별개로, 좌·우차수를 따로 확인하여 $x=0$에서의 미분가능성을 검토할 수 있다.

16. <보기>는 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$에 대한 조건이다. 윗글을 읽은 학생이 <보기>에 대해 보인 반응으로 적절한 것은? [3점]

<보 기>

모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=g(x)-\tan g(x)$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0)\times\left(g(0)\right)^2$의 값은?

• $f(0)=0$, $f''(\pi)=0$
• $\sin g(\pi)=0$, $\lim_{x\to\infty} g(x)=\frac{3\pi}{2}$

① -12 ② -6 ③ -1 ④ 3 ⑤ 9

17. 문맥상 ⓐ와 바꿔 쓰기에 적절하지 않은 것은?

① 합성함수는 점과 값의 대응 구조를, 차수논리는 그 대응점에서의 국소적 움직임을 드러낸다
② 전자는 함수가 어떤 값으로 이어지는지를, 후자는 그 점에서 함수가 어떤 속도와 형태로 거동하는지를 설명한다
③ 하나는 함수들의 대응 관계를, 다른 하나는 그 관계가 나타나는 지점의 접함·교차·변곡 양상을 보여 준다
④ 합성함수와 차수논리는 모두 함수가 최종적으로 어디에 도달하는지만을 다룰 뿐, 그 점 근방의 움직임과는 관련이 없다
⑤ 하나는 구조적 대응을, 다른 하나는 대응점에서의 개형과 차수를 해석하게 해 준다

[18～21] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

공간도형 문제는 흔히 눈앞에 주어진 입체의 모양을 충실히 따라가며 해석해야 하는 것으로 여겨진다. 그러나 실제 해결의 관건은 입체를 있는 그대로 오래 응시하는 데 있지 않다. 오히려 중요한 것은 복잡한 삼차원의 배치를 평면 위에서 다룰 수 있는 관계로 ⓐ환원하는 일이다. 공간도형이 어렵게 느껴지는 이유는 대상이 본래 복잡해서라기보다, 그 복잡성을 적절한 평면적 언어로 번역하지 못하기 때문인 경우가 많다. 따라서 공간도형의 독해는 입체를 더 정밀하게 보는 훈련이라기보다, 입체를 어떤 방식으로 잘라 보고, 비추어 보고, 펼쳐 볼 것인지를 결정하는 훈련에 가깝다.

이때 가장 기본이 되는 방법이 단면화이다. 단면화란 입체를 특정한 평면으로 절단한 뒤, 그 절단면에 나타나는 도형을 평면도형으로 옮겨 생각하는 방식이다. 이는 입체의 일부를 훼손하여 단순화한다는 뜻이 아니라, 문제 해결에 필요한 핵심 관계만 남긴다는 뜻에 가깝다. 예컨대 구, 원뿔, 원기둥처럼 곡면을 포함한 도형에서도 적절한 평면을 선택해 자르면 원, 삼각형, 사다리꼴 같은 익숙한 평면도형이 ⓑ드러난다. 이처럼 단면화는 공간도형을 ‘평면도형으로 바꾸어 생각하라’는 요청이며, 복잡한 입체 배치를 중학교 수준의 평면 기하 관계로 되돌려 놓는 장치이기도 하다. 결국 단면화의 핵심은 얼마나 많은 것을 자르느냐가 아니라, 어떤 평면을 택해야 원하는 선분과 점들이 한 화면 안에 동시에 나타나는가를 판단하는 데 있다.

그런데 공간도형에서 요구되는 것은 단순히 단면의 모양을 읽는 일만이 아니다. 두 직선, 직선과 평면, 두 평면이 이루는 각처럼 본질적으로 공간적 관계를 묻는 경우에는, 보이는 개형과 실제 각의 크기가 일치하지 않는다는 사실이 문제를 어렵게 만든다. 이 지점에서 등장하는 개념이 이면각이다. 두 평면이 만나면 그 교선이 생기는데, 이면각이란 그 교선을 경계로 하여 양쪽 평면이 벌어지는 정도를 뜻한다. 교과서적으로는 ‘교선을 찾고 양쪽에서 직각을 세운다’는 절차로 정리되지만, 그 절차가 요구하는 것은 단순한 작도 기술이 아니라 공간적 관계를 한 평면 위 각으로 ⓒ치환하는 사고이다. 다시 말해 이면각을 구한다는 것은 두 평면 사이의 모호한 입체적 벌어짐을, 한 점에서 만나는 두 직선의 각으로 재해석하는 일이다.

[A] 이 재해석이 가능한 까닭은 교선을 기준으로 양 평면에서 각각 수직인 직선을 잡으면, 두 평면의 상대적 기울기가 그 두 직선의 상대적 기울기로 ⓓ보존되기 때문이다. 따라서 이면각 문제의 핵심은 ‘어떤 각을 구할 것인가’보다 먼저 ‘그 각을 대신할 수 있는 두 직선을 어떻게 찾을 것인가’에 있다. 한마디로 공간에서 직접 각을 재려 하지 말고, 그 각과 동치인 평면 위 각을 찾아야 한다는 뜻이다. 공간도형 문제에서 자주 쓰이는 “교선 찾아 양쪽 직각”이라는 말은 바로 이러한 동치의 원리를 압축한 표현이다. 표면상으로는 작도 절차처럼 보이지만, 실상은 입체 관계를 평면 관계로 번역하는 사고의 규칙인 셈이다.

정사영 역시 같은 맥락에서 이해할 수 있다. 정사영은 어떤 방향으로 빛을 비춘다고 생각했을 때 대상이 평면 위에 남기는 그림자이다. 이 방법의 장점은 입체의 깊이를 제거하고, 특정 방향에서 보았을 때 보존되는 길이·위치 관계를 한꺼번에 확보할 수 있다는 데 있다. 단면화가 ‘잘라서 본다’는 방식이라면, 정사영은 ‘바라보아서 ⓔ눌러 놓는다’는 방식이라고 할 수 있다. 특히 어떤 선분들이 실제로는 서로 다른 높이나 깊이에 놓여 있어 직접 비교하기 어려울 때, 적절한 방향으로 정사영하면 그것들이 한 평면 위 관계로 정리되기도 한다. 따라서 정사영은 단면화와 대립하는 기법이 아니라, 같은 목적을 다른 경로로 달성하는 기법이다. 즉 둘 다 공간의 복잡성을 평면의 질서로 환원한다는 점에서는 동일하다.

한편 공간도형에서는 때로 입체를 펼쳐 전개도로 생각하는 방식도 유효하다. 이는 본래 서로 다른 면에 놓인 선분이나 점의 관계를 한 장의 평면 위로 끌어내어 길이와 각을 직접 비교하게 해 준다. 원뿔, 각뿔, 각기둥처럼 면의 연결 구조가 분명한 도형에서 특히 강력한데, 이 역시 결국은 입체를 평면화하는 또 하나의 방식이라 할 수 있다. 따라서 단면화, 정사영, 전개도는 서로 다른 기술이지만, 그 밑바탕에는 ‘입체는 평면 위에서 읽을 때 비로소 계산 가능해진다’는 공통 원리가 놓여 있다.

정리하면, 공간도형 문제를 푼다는 것은 삼차원의 모양을 끝까지 붙들고 씨름하는 일이 아니다. 필요한 관계가 무엇인지에 따라 절단면을 볼지, 그림자를 만들지, 아니면 펼쳐 볼지를 결정하는 일이다. 단면화는 핵심 요소를 같은 평면 안에 모으는 방법이고, 이면각은 두 평면의 벌어짐을 평면각으로 치환하는 방법이며, 정사영은 깊이를 제거하고 보존되는 관계만 남기는 방법이다. 그러므로 공간도형의 핵심은 ‘공간을 잘 본다’는 막연한 감각이 아니라, 공간을 평면도형의 언어로 다시 쓸 수 있는가에 달려 있다. 복잡한 입체를 단순한 평면 관계로 번역해 내는 순간, 문제는 더 이상 공간의 문제가 아니라 구조의 문제가 된다.

18. 윗글의 내용에 대한 이해로 가장 적절한 것은?

① 단면화는 입체의 일부를 제거하여 원래 도형과 다른 새로운 도형을 만드는 과정이다.
② 이면각은 두 평면이 이루는 각이므로, 공간에서 직접 보이는 모양 그대로 읽는 것이 가장 정확하다.
③ 정사영은 입체의 깊이를 제거하되, 특정 방향에서 보존되는 관계를 평면 위에 남기는 방법이다.
④ 전개도는 원뿔이나 각기둥처럼 곡면 또는 면의 연결 구조가 있는 도형에는 적용할 수 없고, 다면체에만 가능하다.
⑤ 공간도형 문제의 핵심은 입체를 오래 관찰하여 실제 모양을 최대한 정확히 기억하는 데 있다.

19. [A]를 적용하여 <보기>를 이해한 내용으로 적절하지 않은 것은?

<보 기>

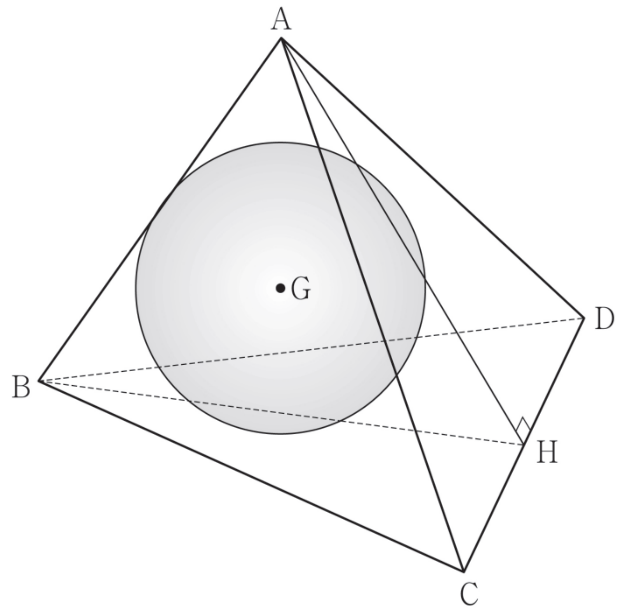
두 평면 α, β가 한 직선 l에서 만난다고 하자.
평면 α 위의 직선 m, 평면 β 위의 직선 n이 모두 직선 l에 수직이다.

① 두 직선 m과 n이 이루는 각을 이용해 두 평면 α, β가 이루는 이면각을 생각할 수 있다.
② 이면각 문제를 평면각 문제로 바꾸려면, 먼저 교선 l을 기준으로 삼아야 한다.
③ 두 직선 m과 n이 각각 자신이 속한 평면 안에서 직선 l에 수직이라는 점이 중요하다.
④ 두 직선 m과 n이 서로 평행하기만 하면, 두 직선이 교선 l과 어떤 관계를 갖는지와 무관하게 이면각을 대신할 수 있다.
⑤ 이면각을 구하는 절차는 입체의 벌어짐을 평면 위 각의 관계로 다시 읽는 과정이라고 볼 수 있다.

20. 윗글을 바탕으로 <보기>를 감상한 반응으로 가장 적절한 것은? [3점]

<보 기>

그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{CD}=4$, $\overline{BC}=\overline{BD}=2\sqrt{5}$ 인 사면체 ABCD가 있고, 점 A에서 직선 CD에 내린 수선의 발 H에 대하여 두 평면 ABH와 BCD는 서로 수직이고 $\overline{AH}=4$이다.
삼각형 ABH의 무게중심을 G라 하고, 점 G를 중심으로 하고 평면 ACD에 접하는 구를 S라 하자.
$\angle APG=\frac{\pi}{2}$인 구 S 위의 모든 점 P가 나타내는 도형을 T라 할 때, 도형 T의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이는?



① $\frac{\pi}{7}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{5}$ ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{3}$

21. 문맥상 밑줄 친 ⓐ~ⓔ의 의미로 적절하지 않은 것은?

① ⓐ: 복잡한 상황을 더 단순한 관계로 바꾸는
② ⓑ: 숨어 있던 성질이 분명히 나타난다
③ ⓒ: 어떤 대상을 기능적으로 같은 다른 것으로 바꾸는
④ ⓓ: 원래의 관계가 그대로 유지되기
⑤ ⓔ: 실제 입체를 힘으로 납작하게 변형시킨다

＊ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.