

The Origin.Zero

by



제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $2^{\frac{1}{3}}$ ③ $2^{\frac{2}{3}}$ ④ 2 ⑤ $2^{\frac{4}{3}}$

2. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. $\sum_{k=1}^6 (k^2 - ak) = 7$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & (x < 2) \\ ax^2 + x + 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(a)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



5. 함수 $f(x) = (x^3 - x)(x^2 + x - 4)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?
[3점]

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

6. 두 상수 $a, b (a > 1, b > 1)$ 가

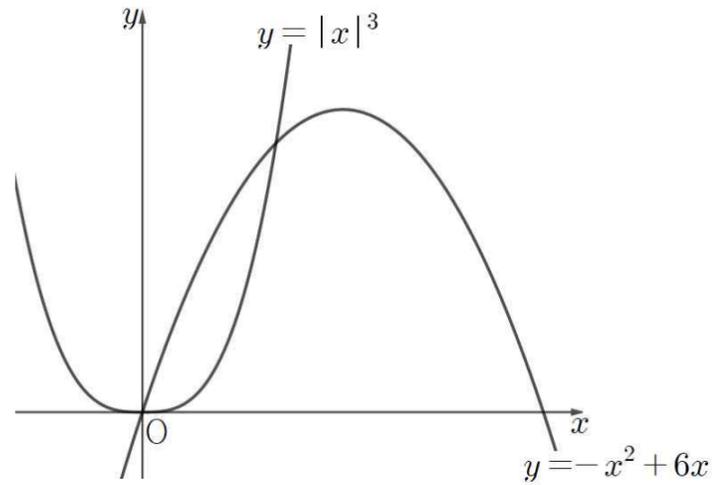
$$a^{\log_2 b} = 8, ab = 16$$

을 만족시킬 때, $(\log_2 a)^2 + (\log_2 b)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

7. 두 곡선 $y = |x|^3$, $y = -x^2 + 6x$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{13}{3}$ ② $\frac{14}{3}$ ③ 5 ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{17}{3}$



8. $\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여

$$3\sin^2(\pi + \theta) - 4\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - 4 = 0$$

을 만족시킬 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

9. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^3} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x} = -6$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -4 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

10. 두 양수 a, b 에 대하여 두 곡선 $y = 2^x - a$,

$y = -2^{x-1} + b$ 가 x 축 위의 한 점에서 만난다. 두 곡선이 y 축과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 선분 PQ의 길이가

$\frac{9}{2}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8



11. 시각 $t=0$ 일 때 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 두 점 P, Q의 각각의 속도 $v_1(t)$, $v_2(t)$ 가

$$v_1(t) = 3t^2 - 12t + 9,$$

$$v_2(t) = -2t + 3$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- ㄱ. 시각 $t=2$ 일 때, 두 점 P, Q는 만난다.
 ㄴ. 시각 $t > 0$ 에서 두 점 P, Q가 만나는 횟수는 2번이다.
 ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리는 점 Q가 움직인 거리의 2배이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

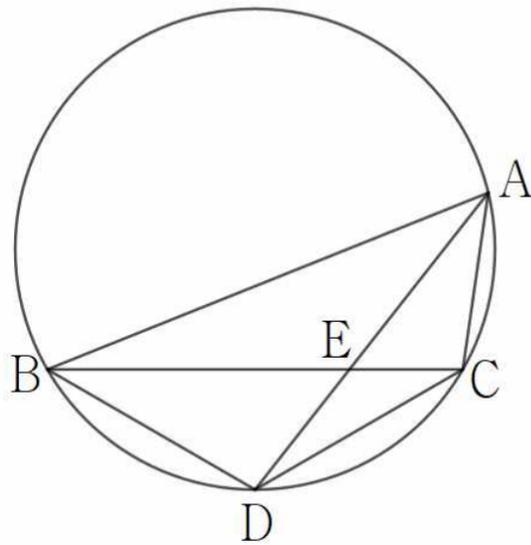
12. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 5$, $|a_1| + |a_2| + |a_3| + |a_4| = 15$ 를 만족시키는 모든 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_3 의 값의 합은? [4점]

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

13. $f(0) = -8$ 이고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 원점에서 곡선 $y = f(x)$ 에 그을 수 있는 접선의 개수는 2이고, 이 두 접선의 기울기의 합이 15일 때, $f(3)$ 의 값은?
[4점]

- ① -21 ② -19 ③ -17 ④ -15 ⑤ -13

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 R 인 원에 내접하는 삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 3$ 이고, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 이다. 점 A 를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D 에 대하여 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다. 선분 AD 와 선분 BC 의 교점을 E 라 하고, 삼각형 CDE 의 외접원의 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $\frac{r}{R}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{11}$ ② $\frac{6}{11}$ ③ $\frac{7}{11}$ ④ $\frac{8}{11}$ ⑤ $\frac{9}{11}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 상수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ \int_a^x f(t)dt & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(7)$ 의 값은? [4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 (나) 방정식 $|g(x)|$ 가 미분가능하지 않은 점은 $x = -1$ 뿐이다.
 (다) 방정식 $g(x) = k$ 가 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값은 0과 32뿐이다.

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n \leq 5) \\ a_n - 6 & (a_n > 5) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, a_{30} 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = 6x^2 - 4x + 3$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여 $F(1) = 10$ 일 때, $F(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 상수 $a, b, c (b > 0)$ 에 대하여 함수

$$f(x) = a \cos \frac{\pi x}{b} + c$$

의 주기가 4이고 최댓값은 5, 최솟값은 1이다. $f(1) < 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 실수 k 에 대하여 두 함수

$$f(x) = x^4 - 6x^2 - 8x + 60, \quad g(x) = -x^2 + 6x + k$$

가 있다. 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 부등식 $f(x_1) \geq g(x_2)$ 가 성립하도록 하는 k 의 최댓값을 구하시오. [3점]

20. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k+1} = \frac{2S_n}{n+3}$$

을 만족시킬 때, 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여 $n \geq 2$ 일 때,

$$\frac{a_n}{n+1} = \frac{2S_n}{n+3} - \frac{2S_{n-1}}{n+2}$$

이다. $a_n = S_n - S_{n-1}$ 이므로 이를 위 식에 대입하여 정리하면

$$(S_n - S_{n-1}) \times \frac{1}{n+1} = \frac{2S_n}{n+3} - \frac{2S_{n-1}}{n+2}$$

$$S_n = \frac{\text{(가)}}{(n-1)(n+2)} S_{n-1} \quad (n \geq 2)$$

이 성립한다.

또한, $S_1 = 2$ 이므로

$$S_n = \text{(나)} \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서

$$a_n = \text{(다)} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각

$f(n), g(n), h(n)$ 이라 할 때, $f(5) + g(6) + h(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 사차함수 $f(x)$ 와 이차함수 $g(x)$ 가 모두 최고차항의 계수가 1이고, 상수 k 와 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)+k$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)+g(x) \geq 0$ 이다.

(나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-g(x)}{(x-1)^2} = k$

(다) $f(1)=0$ 이고, 방정식 $f(x)+g(x)=0$ 는 $x=3$ 을 실근으로 갖는다.

22. 두 상수 a, b 에 대하여 두 함수 $f(x)=2^{x-a}+b$, $g(x)=\log_2(x-b)+a$ 가 있다. 직선 $y=-2x+22$ 가 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점을 A, 직선 $y=-\frac{1}{2}x+11$ 이 곡선 $y=g(x)$ 와 만나는 점을 B라 하고, 함수 $y=f(x)$ 의 점근선과 함수 $y=g(x)$ 의 점근선이 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB}=4\sqrt{2}$, 삼각형 ABC의 넓이가 8일 때, $f(8)+g(22)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

5지선다형

23. 1, 2, 3, 4, 5의 다섯 개의 숫자 중에서 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는? [2점]

- ① 100 ② 125 ③ 150 ④ 175 ⑤ 200

24. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A^C) = \frac{2}{3}, \quad P(B|A) = \frac{1}{4}, \quad P(B \cup A) = \frac{7}{12}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 는 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$



25. 좌표평면의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던질 때마다 다음 규칙에 따라 점 P를 이동시킨다.

- (가) 3의 배수의 눈이 나오면 x 축의 양의 방향으로 1만큼, y 축의 양의 방향으로 2만큼 이동시킨다.
 (나) 3의 배수가 아닌 눈이 나오면 x 축의 양의 방향으로 2만큼, y 축의 음의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

한 개의 주사위를 4번 던진 후 점 P의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a+b=6$ 일 확률은? [3점]

- ① $\frac{16}{81}$ ② $\frac{8}{27}$ ③ $\frac{32}{81}$ ④ $\frac{40}{81}$ ⑤ $\frac{16}{27}$

26. 어느 공장에서 생산되는 제품의 무게는 평균 50,

표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 제품 중에서 임의로 추출한 16개의 제품의 무게의 표본평균을 \bar{X}_1 이라 할 때, $P(\bar{X}_1 \geq 53) = 0.1151$ 이다. 이 공장에서 생산된 제품 중에서 임의로 추출한 25개의 제품의 무게의 표본평균을 \bar{X}_2 라 할 때,

$P(48 \leq \bar{X}_2 \leq 54)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 g 이다.) [3점]

| z | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.2 | 0.3849 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

- ① 0.7745 ② 0.8181 ③ 0.8185 ④ 0.8621 ⑤ 0.8849

27. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 4$ 이고, X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x) = ax + b$ 이다. (단, a, b 는 상수이다.)

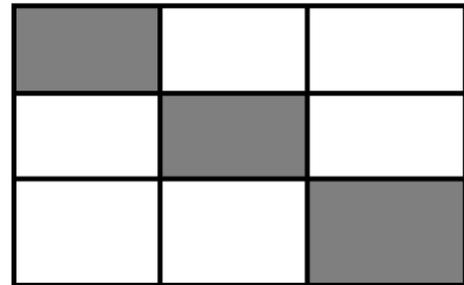
(나) $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(2-x) = f(2+x)$ 이다.

$P(0 \leq X \leq 1) = \frac{1}{8}$ 일 때, $P\left(1 \leq X \leq \frac{5}{2}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{15}{32}$ ② $\frac{17}{32}$ ③ $\frac{19}{32}$
 ④ $\frac{21}{32}$ ⑤ $\frac{23}{32}$

28. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적힌 9장의 카드가 있다. 이 카드를 3×3 격자판의 9개의 빈칸에 임의로 하나씩 놓을 때, 1행, 2행, 3행에 놓인 세 카드에 적힌 수의 합이 각각 모두 홀수일 때, 왼쪽 위에서 오른쪽 아래로 향하는 대각선에 놓인 세 카드에 적힌 수의 합이 짝수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{7}{18}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{9}$



단답형

29. 어떤 모바일 게임에서 아이템 강화에 성공할 확률은 $p(0 < p < 1)$ 로 일정하다. 이 강화를 n 번 독립적으로 시도하여 성공한 횟수를 X 라 할 때, 확률변수 X 는

$$P(X \leq 64) = 0.0228, P(X \geq 88) = 0.1587$$

을 만족시킨다. 이 강화를 k 번 독립적으로 시도하여 성공한 횟수를 Y 라 할 때, 확률변수 Y 는

$$P(Y \geq 216) = 0.0013$$

을 만족시킨다. $\frac{n+k}{10}$ 의 값을

오른쪽의 표준정규분포표를

이용하여 구하시오. (단, n, k 는 충분히 큰 자연수이다.) [4점]

| z | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 3.0 | 0.4987 |

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 임의의 두 원소 $x_1, x_2 \in X$ 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면

$f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

(나) $f(f(4)) = 6$

(다) $f(3) \leq 3$ 이고, $f(7) \geq 7$ 이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - 1}{\ln(1 + 2x)}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \sin x dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$



25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{8k}{n^2+k}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 함수 $f(x) = \sqrt{e^x(\sin x + \cos x)}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축, y 축 및 직선 $x = \frac{\pi}{6}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]

- ① $\frac{1}{2} \times e^{\frac{\pi}{6}}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2} \times e^{\frac{\pi}{6}}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2} \times e^{\frac{\pi}{6}}$
 ④ $e^{\frac{\pi}{6}}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{2} \times e^{\frac{\pi}{6}}$

27. 매개변수 $t(t > 0)$ 로 나타내어진 곡선

$$x = f(t), y = g(t)$$

가 있다. $f'(t) = \frac{2}{t}$ 이고, 곡선 위의 점 $(f(t), g(t))$ 에서의

접선이 x 축과 만나는 점의 x 좌표는 $f(t) - \frac{2}{t^2}$ 이다. $t = 2$ 에서

$y = e^2$ 일 때, $t = 2$ 에서의 $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① e^2 ② $\frac{5}{4}e^2$ ③ $\frac{3}{2}e^2$
 ④ $\frac{7}{4}e^2$ ⑤ $2e^2$

28. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = e^x + e^{-x} - 2$$

에 대하여 함수 $h(x) = g(f(x))$ 라 하자.

함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. $f(0) = 1$ 이고,

$f'(1) = 0$ 일 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

(가) 방정식 $h'(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 7이고, 이 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 x_1, x_2, \dots, x_7 이라 할 때, $x_4 = 0$ 이고,

$$h(x_6) = e^2 + \frac{1}{e^2} - 2$$

이다.

(나) 양의 실수 t 에 대하여 함수 $y = |h(x) - t|$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 $N(t)$ 라 할 때, 모든 양의 실수 t 에 대하여 $N(t) \neq 4$ 이다.

- ① 180 ② 190 ③ 200 ④ 210 ⑤ 220



단답형

29. 첫째항과 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = |a_n| + (-1)^n a_{n+1}$$

이다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} = -8, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - a_n) = 28$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| b_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$$60 \int_0^2 x(f(x))^2 f'(x) dx \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

(가) $f(0) = 0$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = xf(x) - \frac{1}{32}(f(x))^4 - \frac{a}{2}(f(x))^2 \quad (\text{단,}$$

a 는 상수이다.)

(나) 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = x$ 는 $x \geq 0$ 에서 오직 두 점에서만 만나고, 이 두 곡선으로 둘러싸인 부분의

넓이는 $\frac{1}{2}$ 이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.