확통 91 미적 91

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{2}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = 2x^2 + x + 2$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x) = 4x + 1$

3. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = 2, \quad 2a_2 + a_7 = 30$$

일 때, a_{10}의 값은? [3점]

① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

$2(2+d) + 2 + 6d = 30$

$8d = 24$

$d = 3$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2 & (x < 2) \\ 3x & (x \ge 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$4a - 2 = 6$

5. 함수 $f(x)=(x+1)(2x^2-5x+1)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$f(x) = (2x^2-5x+1)$
$+(x+1)(4x-5)$

$f'(2) = 9 - 10 + 1 + 8$

6. 두 양수 a, b가

$$\log_3 a^2 = 4, \quad \log_9 ab = \frac{5}{2}$$

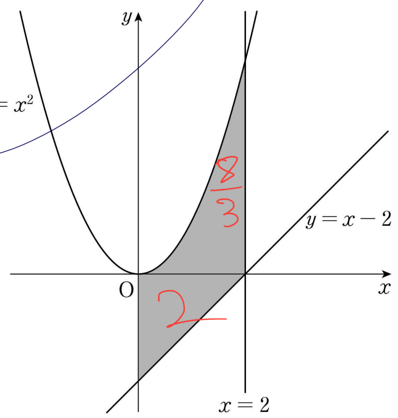
를 만족시킬 때, $\frac{b}{a}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

$a=9$ $b=27$

7. 곡선 $y=x^2$과 y축 및 두 직선 $y=x-2$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5



8. $\cos\theta = 4\sin\theta$이고 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)<0$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

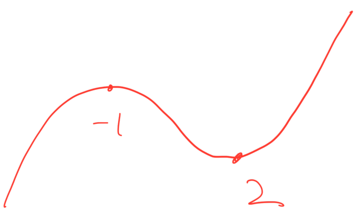
① $-\frac{4\sqrt{17}}{17}$ ② $-\frac{\sqrt{17}}{17}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{17}}{17}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

$\cos\theta<0$

9. 닫힌구간 $[1, 3]$에서 함수 $f(x)=2x^3-3x^2-12x+a$가 최댓값 M, 최솟값 4를 가질 때, M의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

$f(x) = 6x^2-6x-12$



$f(2) = 16-12-24+a = 4$

$a=24$

$f(1) = a-13$

$f(3) = a-36-27+54 = a-9$

15

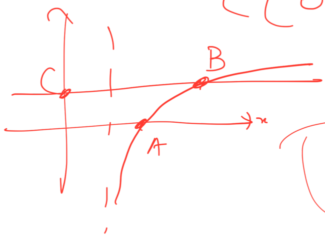
10. 양수 k에 대하여 곡선 $y=\log_2(x-k)$가 x축과 만나는 점을 A라 하자. 직선 $y=2$가 곡선 $y=\log_2(x-k)$와 만나는 점을 B, y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

A $(k+1, 0)$

B $(k+4, 2)$

C $(0, 2)$



$k=2$

11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t\,(t \ge 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-24t+36$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 25이다.
ㄴ. 출발한 후 점 P의 운동 방향은 두 번 바뀐다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리는 37이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$\int v(t)dt = t^3-12t^2+36t$

$v(t)=3(t-2)(t-6)$

$\int_0^3 |v(t)|dt = \int_0^2 (3t^2-24t+36)dt$

$+\int_2^3 (-3t^2+24t-36)dt$

$= [t^3-12t^2+36t]_0^2$

$+[-t^3+12t^2-36t]_2^3$

$=8-48+72$

$\cancel{-27+108-108}$

$+8-48+72$

$=-27+64=37$

12. $a_1=3$, $a_2=10$인 수열 $\{a_n\}$과 모든 항이 양수인 등비수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{b_k+1} = n^2+n$$

을 만족시킨다. 다음은 $\sum_{n=1}^{5} \frac{a_n}{n}$의 값을 구하는 과정이다.

$\frac{a_2}{b_2+1}+\frac{a_1}{b_1+1}=6$

4 $b_2=\frac{3}{2}$

$n=1$일 때, $\frac{a_1}{b_1+1}=2$에서 $b_1=\frac{1}{2}$이다.

2 이상의 모든 자연수 n에 대하여

$\frac{a_n}{b_n+1}=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k+1}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{b_k+1}$이므로 n^2-n

$\frac{a_n}{b_n+1}=$ (가) $\times n$ ⋯⋯ ㉠ 2

이다.

$n=1$일 때도 ㉠이 성립하므로 모든 자연수 n에 대하여

$\frac{a_n}{n}=$ (가) $\times(b_n+1)$ ⋯⋯ ㉡ 2

이다.

그러므로 등비수열 $\{b_n\}$의 공비는 (나) 이다. 3

따라서 ㉡에 의하여 $\sum_{n=1}^{5}\frac{a_n}{n}=$ (다) 이다. $3^{n-1}+2$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점]

① 136 ② 137 ③ 138 ④ 139 ⑤ 140

$15+(1+3+9+27+81)$

13. 함수 $f(x)=x^3-4x^2+6x-8$에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(1,\ -5)$에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자.
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 Q에서의 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$f'(x) = 3x^2-8x+6$

$y=x-6$

$x^3-4x^2+5x-2=0$

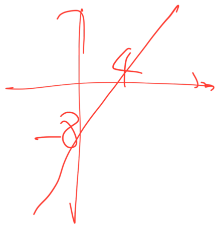
$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -4 & 5 & -2 \\ & & 1 & -3 & 2 \\ \hline & 1 & -3 & 2 & 0 \end{array}$$

2

$\mathrm{Q}(2,-4)$

$f'(2)=2$

$y=2x-8$



16

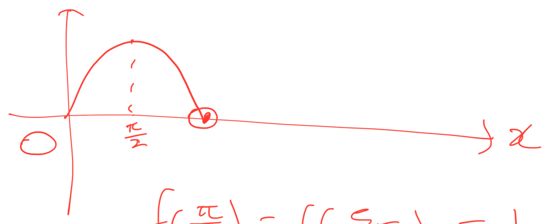
14. 두 상수 $a\,(a\neq 0)$, b에 대하여 닫힌구간 $[0,\ 2\pi]$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 3\sin x & (0\le x<\pi) \\ a\cos x+b & (\pi\le x\le 2\pi) \end{cases}$$

가 있다. $0\le t\le 2\pi$인 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=f(t)$를 만족시키는 모든 x의 값의 합이 $\frac{7}{4}\pi$가 되도록 하는 서로 다른 모든 실수 t의 개수가 4일 때, a^2+b^2의 값은? [4점]

1대1 함수

① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$



$f(\frac{\pi}{2})=f(\frac{5}{4}\pi)=1$

$f(\frac{7}{4}\pi)=0$

$\frac{\sqrt{2}}{2}a+b=0$

$-\frac{\sqrt{2}}{2}a+b=3$

$b=\frac{3}{2}$

$a=\frac{3}{\sqrt{2}}$

$\frac{9}{2}+\frac{9}{4}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 두 상수 a, b에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} -xf(x)-ax^2 & (x \le 0) \\ \frac{1}{4}f(x)-bx^2 & (x>0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [4점]

(가) 집합 $\{x \mid g(x)=-27\}$의 원소의 개수는 2이다.
(나) $\{x \mid g(x)=-27\} \subset \{x \mid g'(x)=0\}$

① $\frac{85}{4}$ ② $\frac{87}{4}$ ③ $\frac{89}{4}$ ④ $\frac{91}{4}$ ⑤ $\frac{93}{4}$

$f(0)=0$

$g'(x)=\begin{cases} -f(x)-xf'(x)-2ax & (x\le 0) \\ \frac{f'(x)}{4}-2bx & (x>0) \end{cases}$

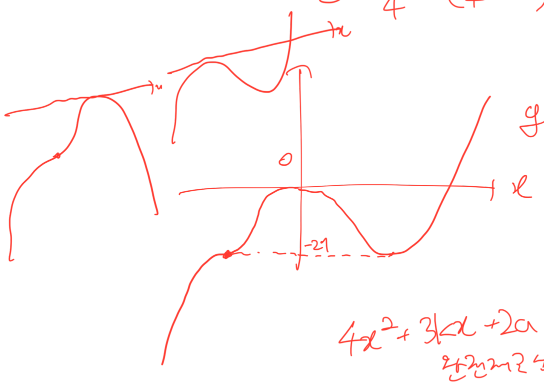
$g'(0)=0$

$f'(0)=0$

$f(x)=x^3+kx^2$

$g'(x)=\begin{cases} -4x^3-3kx^2-2ax \\ \frac{3}{4}x^2+(\frac{k}{2}-2b)x \end{cases}$

$g(x)=\begin{cases} -x^4-kx^3-ax^2 \\ \frac{x^3}{4}+(\frac{k}{4}-b)x^2 \end{cases}$



$g(\frac{8}{3}b-\frac{2}{3}k)=-27$

$\frac{k}{4}-b=c$

$4x^2+3kx+2a=0$

중근가져야

$D=9k^2-32a=0$

$2a=\frac{9}{16}k^2$

$(2x+\frac{3}{4}k)^2$

$x=-\frac{3}{8}k$ or 0

$-x^2(x^2+kx+\frac{9}{32}k^2)$

$+\frac{9}{64}k^2(\frac{9}{64}k^2-\frac{3}{8}k^2+\frac{9}{32}k^2)=+27$

$\frac{k^2}{64}(\frac{9-24+18}{64}k^2)=3$

$k=\pm 8$

$a=18$

$\frac{(-\frac{8}{3}c)^3}{4}+(\frac{8}{3}c)^2\times c$

$=-\frac{128}{27}c^3+\frac{64}{9}c^3$

$=\frac{64}{27}c^3=-27$

$c=-\frac{9}{4}$

$k+4b=9$

~~$k=8$ $b=\frac{1}{4}$ 그래프 개형 X~~

$k=-8$ $b=\frac{17}{4}$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=3$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=a_n^2-3n$$

을 만족시킨다. a_3의 값을 구하시오. [3점]

$a_2=9-3=6$

$a_3=36-6=30$

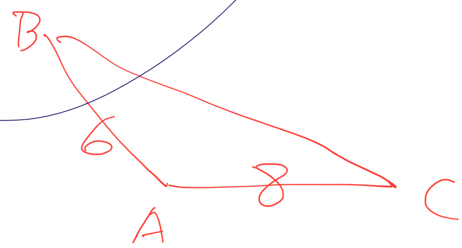
17. 함수 $f(x)=4x^3-3x^2+2$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(1)=5$일 때, $F(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$F(x)=x^4-x^3+2x+3$

$16-8+4+3$

$=15$

18. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=8$이고 $\cos A=-\frac{1}{4}$일 때, $\overline{BC}^2$의 값을 구하시오. [3점]



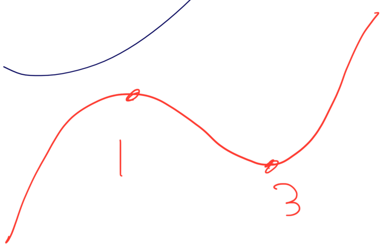
$\overline{BC}^2 = 36+64+2\times6\times8\times\frac{1}{4}$

$=124$

19. 함수 $f(x)=x^3-6x^2+ax+b$는 $x=1$에서 극대이다. 함수 $f(x)$의 극솟값이 5일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

$f'(x)=3x^2-12x+a$

$a=9$



$f(3)=27-54+27+b=5$

$b=5$

14

20. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n=\begin{cases} n & (n\text{이 5의 배수가 아닌 경우}) \\ -4n+10 & (n\text{이 5의 배수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $20 \le \sum_{k=1}^{m} a_k < 30$을 만족시키는 모든 자연수 m의 값의 합을 구하시오. [4점]

누계

1	
2	
3	
4	10
-10	0
6	6
7	13
8	21
9	30
-30	0
11	11
12	23
13	
14	
-50	0
16	
17	
18	
19	
-70	0
21	
22	
23	
24	
-90	0
26	
27	

67

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x (f(t)-|f(t)|)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) $x \ge k$인 모든 실수 x에 대하여 $g'(x)=0$을 만족시키는 실수 k의 최솟값이 2이다.
> (나) $g(2)=-8$

$f(0)=0$
$g(0)=0$

$g'(x)=f(x)-|f(x)|$

$x \ge 2$에서 $f(x) \ge 0$

$f(2)=0$ $f(x)$ 0 2

$g(2)=\int_0^2 \{f(x)-|f(x)|\}dx$

$=\int_0^2 2f(x)dx=-8$

$\int_0^2 f(x)dx=-4$

$f(x)=x(x-k)(x-2)$
$=x^3-(k+2)x^2+2kx$

$\left[\frac{x^4}{4}-\frac{(k+2)}{3}x^3+kx^2\right]_0^2$

$=4-\frac{8}{3}k-\frac{16}{3}+4k=-4$

$\frac{4}{3}k=-\frac{8}{3}$ $k=-2$

$f(x)=x^3-4x$

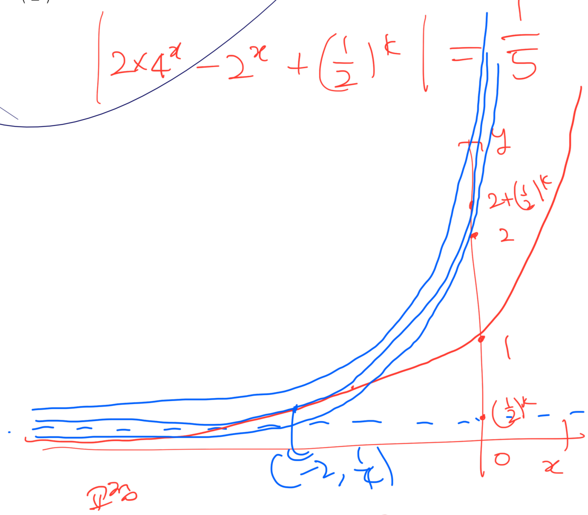
$f(4)=48$

22. 자연수 k에 대하여 두 함수

$$f(x)=2^x,\ g(x)=2\times 4^x+\left(\frac{1}{2}\right)^k$$

이 있다. 실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 두 점 A, B 사이의 거리가 $\frac{1}{5}$이 되도록 하는 실수 t의 개수가 2이고 이 두 실수의 합을 p라 할 때, $k\times\left(\frac{1}{2}\right)^p$의 값을 구하시오. [4점]

$\left|2\times4^x-2^x+\left(\frac{1}{2}\right)^k\right|=\frac{1}{5}$



교점 0 or 1 or 2
$k=1,2$ $k=3$ $k>3$

$2\times4^x-2^x+\left(\frac{1}{2}\right)^k$

$=2\times4^x-2^x+\frac{1}{8}+\left(\frac{1}{2}\right)^k-\frac{1}{8}$

$=2\left(2^x-\frac{1}{4}\right)^2+\left(\left(\frac{1}{2}\right)^k-\frac{1}{8}\right)-\frac{1}{5}$

$2\times4^x-2^x+\left(\frac{1}{2}\right)^k=\frac{1}{5}$ 실근 2개

$2^x=A$

$2A^2-A+\left(\frac{1}{2}\right)^k-\frac{1}{5}=0$

$D=1-4\times2\left(\left(\frac{1}{2}\right)^k-\frac{1}{5}\right)>0$

$\frac{13}{5}>8\times\left(\frac{1}{2}\right)^k$

$\left(\frac{1}{2}\right)^k<\frac{13}{40}$

$2^k>\frac{40}{13}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^k-\frac{1}{5}>0$

$2^k<5$

$k=2$

$2A^2-A+\frac{1}{20}=0$ $x=\alpha, \beta$

$2^{\alpha+\beta}=\frac{1}{40}$ $2^p=\frac{1}{40}$

80

> ＊ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. ${}_{3}\mathrm{H}_{5}$ 의 값은? [2점]

① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

${}_{7}C_{2}$

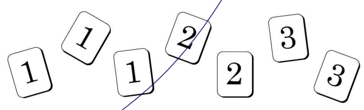
24. 서로 다른 종류의 연필 4자루가 있다. 이 4자루의 연필을 세 명의 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 72 ② 75 ③ 78 ④ 81 ⑤ 84

3^4

25. 숫자 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 합이 4가 되도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90



1 3

1 1 2 2 3

$\frac{5!}{2! \times 2!} \times 2 = 60$

2 2

1 1 1 3 3

$\frac{5!}{3! \times 2!} = 10$

26. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

$a+b+c+\lvert d-1 \rvert=4$

① 35 ② 40 ③ 45 ④ 50 ⑤ 55

(i) $d=0$

$a+b+c=3$

${}_3H_3 = {}_5C_3 = 10$

(ii) $d=1$

$a+b+c=4$

${}_3H_4 = {}_6C_2 = 15$

(iii) $d=2$

$a+b+c=3$

${}_3H_3 = {}_5C_3 = 10$

(iv) $d=3$

$a+b+c=2$

${}_3H_2 = {}_4C_2 = 6$

(v) $d=4$

$a+b+c=1$

3

(vi) $d=5$

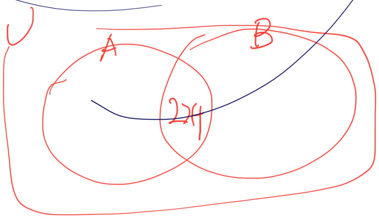
f

27. 전체집합 $U=\{-4,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 4\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 A, B의 모든 순서쌍 $(A,\ B)$의 개수는? [3점]

> (가) $n(A\cap B)\geq 2$
> (나) 집합 $A\cap B$의 모든 원소의 합은 0이다.

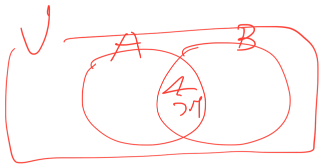
① 259 ② 262 ③ 265 ④ 268 ⑤ 271

(i) U



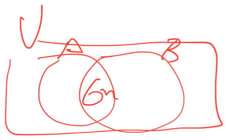
$3\times 3^4=243$

(ii) U



$3\times 3^2=27$

(iii) U



1

28. 두 집합 $X=\{x\mid x$는 9 이하의 자연수$\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 4\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f:X\to Y$의 개수는? [4점]

> (가) 집합 $\{x\mid f(x)=1,\ x\in X\}$의 원소의 개수는 3이고,
> 집합 $\{x\mid f(x)=2,\ x\in X\}$의 원소의 개수는 2이고,
> 집합 $\{x\mid f(x)=4,\ x\in X\}$의 원소의 개수는 4이다.
> (나) 7 이하의 모든 자연수 x에 대하여
> $f(x)+f(x+1)\neq f(x+2)$이다.

① 920 ② 925 ③ 930 ④ 935 ⑤ 940

1 1 2 이어나오거나

2 2 4 이어나오는게 없음.

1 3개 2 2개 4 4개 배열

$\dfrac{9!}{3!\times 4!\times 2!}=\dfrac{5\times 6\times 7\times 8\times 9}{2\times 6}=1260$

1 1 2 6개

$\dfrac{7!}{4!}=7\times 6\times 5=210$

2 2 4 6개

$\dfrac{7!}{3!\times 3!}=140$

1 1 2 2 4 4개

$\dfrac{5!}{3!}=20$

단답형

29. 숫자 1, 3, 5, 7, 9가 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 흰색 접시와 숫자 2, 4, 6, 8, 10이 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 검은색 접시가 있다. 이 10개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

> (가) 흰색 접시끼리는 서로 이웃하지 않는다.
> (나) 서로 이웃한 2개의 접시에 적혀 있는 수의 곱은 70 이하이다.

9 10 8

불가

9×8 7×10

$3\times2\times4!$

$\times3!$

$=36\times24$

$=(40-4)(20+4)$

$=864$

30. 정수 -1이 적혀 있는 6장의 카드와 정수 1이 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 12장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 12개의 자리에 각각 한 장씩 놓을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 수가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

> 11 이하의 모든 자연수 n에 대하여
> n번째 자리에 놓인 카드에 적혀 있는 수와
> $(n+1)$번째 자리에 놓인 카드에 적혀 있는 수의 곱을
> a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{11} a_n = 3$이다.

곱 1 7개 곱 -1 4개

↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
1번째 자리	2번째 자리	3번째 자리	4번째 자리	5번째 자리	6번째 자리	7번째 자리	8번째 자리	9번째 자리	10번째 자리	11번째 자리	12번째 자리

1 -1 붙는거 4개

4번 자르는 경우, 앞 3개만 수 확정해서 (1+3+5→6 이어버림, 2+4→6) 자동 뒤들은 확정

1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$

2 $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$

3 $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$

4 $\frac{1}{5}$ 1

$20+15+10+5$

$=50$

50×2

100

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{n^2(12n+1)}{4n^3-1}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}(3n+2)a_n=6,\ \lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{n}=2$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}a_n b_n$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sqrt{n+2}$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}\, a_n$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$a_1 = \sqrt{3}$

$a_2 = 2 - \sqrt{3}$

$a_1 + a_2 = 2$

$2 + a_3 = \sqrt{5}$ $a_3 = \sqrt{5} - 2$

$a_1 = \sqrt{3}$

$a_n = \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}$

$(n \geq 2)$

$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}\left(\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}\right)$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}} = \frac{1}{2}$

26. 자연수 a에 대하여

$$\lim_{n\to\infty} \frac{5a^{2n} + (2a)^{n+1}}{a^{2n} + (2a)^n} = a+1$$

을 만족시키는 모든 자연수 a의 값의 합은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

1, 4

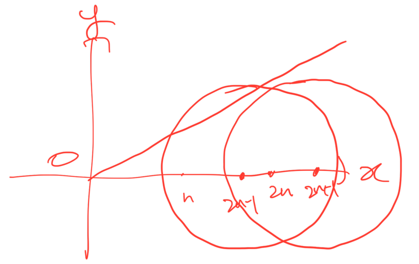
27. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

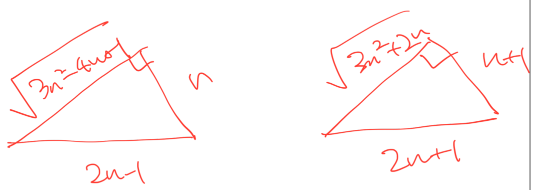
> 좌표평면에서 원점을 지나고 기울기가 a_n인 직선이
> 점 $(2n-1,\ 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 n인 원과 서로 다른 두 점에서 만나고
> 점 $(2n+1,\ 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $n+1$인 원과 만나지 않는다.

$\lim_{n\to\infty} n\left(3-\dfrac{1}{{a_n}^2}\right)$의 값은? [3점]

① 2 ② $\dfrac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\dfrac{7}{2}$ ⑤ 4

$y=a_n x$





$\lim_{n\to\infty} n\left(3-\dfrac{3n^2-4n+1}{n^2}\right)=n\dfrac{4n-1}{n^2}=4$

$\lim_{n\to\infty} n\left(3-\dfrac{3n^2+2n}{(n+1)^2}\right)=n\dfrac{4n+1}{n^2}=4$

Sandwich

28. 함수 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{3}{2}x^2+5$가 있다.
두 자연수 $p,\ q$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}px^2+\dfrac{1}{2}qx+5 & (x<0)\\ 5 & (x\ge 0)\end{cases}$$

이라 하자.
실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$h(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(f(x))^{2n+1}+5^{2n}\times g(x)}{(f(x))^{2n}+5^{2n}}$$

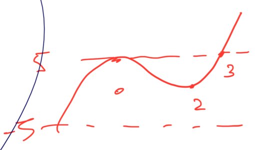
에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수가 7이다.

> 자연수 n에 대하여 직선 $y=\left(k-\dfrac{1}{2^n}\right)x+5$가 함수 $y=h(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 a_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}a_n=4$이다.

$p+q+h(4)$의 값은? [4점]

① 38 ② 41 ③ 44 ④ 47 ⑤ 50

$f'(x)=\frac{3x^2}{2}-3x$

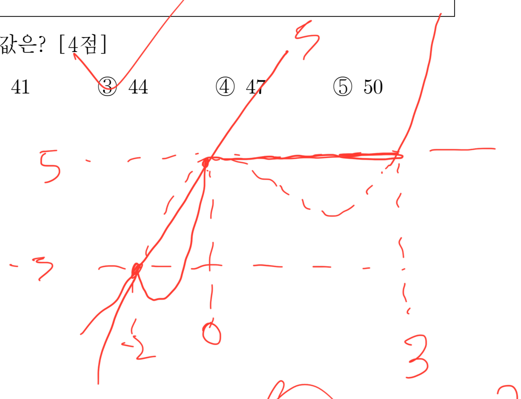


$\frac{x^3}{2}-\frac{3}{2}x^2+5=-5$

$x^3-3x^2+20=0$

$x=-2$

$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x<-2)\\ & (x>3)\\ g(x) & (-2<x<3)\end{cases}$



6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

$-2<\frac{-q}{2p}<0$

$2>\frac{q}{2p}$

$4p>q$

$(-2,\ -5)$

$2p+10=q$

$2p-q+5=-5$

$y=\frac{p}{2}x^2+(p+5)x+5$

$y'=px+p+5$

0 에서의 미분계수 $p+5$

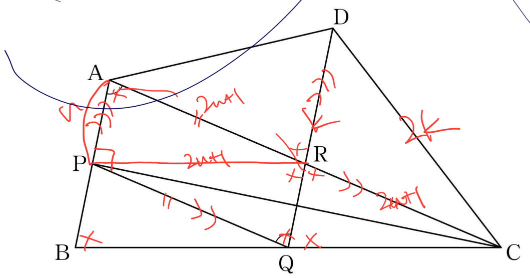
$p+5=12$ $p=7$ $q=24$

단답형

29. 그림과 같이 자연수 n에 대하여 $\overline{AC}=\overline{BC}=4n+2$인 사각형 ABCD가 있다. 선분 AB의 중점을 P, 선분 BC의 중점을 Q라 하고, 선분 DQ가 선분 AC와 만나는 점을 R이라 하자.

$\angle CAB = \angle PQR$, $\overline{CP}=\sqrt{15n^2+16n+4}$, $\overline{DR}:\overline{DC}=1:2$

일 때, $\lim_{n\to\infty}\left(\overline{DR}-\frac{4}{3}n\right)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오. (단, k는 20 이하의 자연수이다.) [4점]

> 두 정수 a, b에 대하여
> $\lim_{n\to\infty}|a|(a+b)^n$의 값과 $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{2a+2b-20}{k}\right|^n$의 값이 모두 존재하며
> $\lim_{n\to\infty}|a|(a+b)^n = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{2a+2b-20}{k}\right|^n$이 되도록 하는 정수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는 19이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.