

제 2 교시

수학 영역 **K S M**

5 지선 다형

1. $\left\{\frac{4}{3}-\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}\div\left(-\frac{1}{9}\right)$ 의 값은? [2점]
 ① -15 ② -12 ③ -9 ④ -6 ⑤ -3

2. 다항식 $2x(x+3)-(x^2+2x-1)$ 을 간단히 하였을 때, x 의 계수는? [2점]
 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$6x-2x=4x$

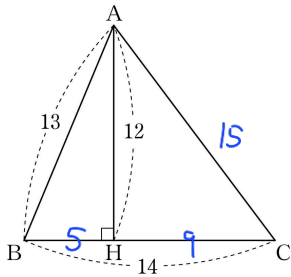
3. $\sin 30^\circ \times \tan 60^\circ$ 의 값은? [2점]
 ① $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 두 정수 a, b 에 대하여 다항식 $(3x-1)(x+2)-x^2-8x$ 가 $(2x+a)(x+b)$ 로 인수분해될 때, $a-b$ 의 값은? [3점]
 ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

$$\begin{aligned} & 2x^2-3x-2 \\ &= (2x+1)(x-2) \\ & a=1 \\ & b=-2 \end{aligned}$$

5. 그림과 같이 $\overline{AB}=13$, $\overline{BC}=14$ 인 예각삼각형 ABC 에 대하여 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\overline{AH}=12$ 일 때, 선분 AC 의 길이는? [3점]



- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

6. 다음은 어느 학교에서 축구부 학생 20 명이 1년 동안 넣은 골의 개수를 조사하여 줄기와 잎 그림과 상대도수의 분포표로 나타낸 것이다.

(이1은 1개)

줄기	잎
0	1 8 9
1	2 5 5 6 7 8 9
2	1 3 4 4 7
3	2 5 7 8
4	2

[줄기와 잎 그림]

계급(개)	상대도수
0 이상 ~ 10 미만	0.15
10 ~ 20	p
20 ~ 30	q
30 ~ 40	0.2
40 ~ 50	0.05
합계	1

[상대도수의 분포표]

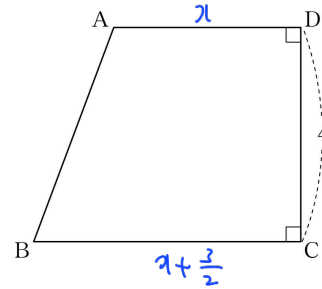
p - q 의 값은? [3점]

- ① 0.1 ② 0.15 ③ 0.2 ④ 0.25 ⑤ 0.3

$$p = \frac{7}{20} \quad q = \frac{5}{20} \quad \therefore p - q = \frac{2}{20} = 0.1$$

7. 그림과 같이 $\angle C = \angle D = 90^\circ$ 인 사각형 ABCD 가 있다.

$\overline{BC} = \overline{AD} + \frac{3}{2}$, $\overline{CD} = 4$ 이고 사각형 ABCD 의 넓이가 17 일 때, 선분 AD 의 길이는? [3점]



- ① $\frac{11}{4}$ ② 3 ③ $\frac{13}{4}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

$$\frac{1}{2} \left(기 + 기 + \frac{3}{2} \right) \times 4 = 17$$

$$2기 + \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$$

$$\therefore 기 = \frac{7}{2}$$

8. 양수 a 가 이차방정식 $x^2 - 2ax + 2a + 3 = 0$ 의 한 근일 때, 이차방정식 $3x^2 + (a-6)x - 1 = 0$ 의 두 근 중 양수인 근은?

[3점]

- ① $\frac{1 + \sqrt{21}}{6}$
- ② $\frac{2 + \sqrt{19}}{6}$
- ③ $\frac{2 + \sqrt{21}}{6}$
- ④ $\frac{3 + \sqrt{19}}{6}$
- ⑤ $\frac{3 + \sqrt{21}}{6}$

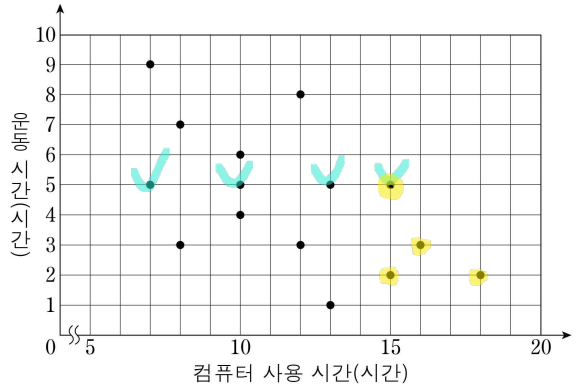
$x=a$ 대입 $\Rightarrow a^2 - 2a^2 + 2a + 3 = 0$
 $a^2 - 2a - 3 = 0, a = 3, -1$
 $\therefore a = 3 (\because a > 0)$
 $a = 3 \Rightarrow 3x^2 - 3x - 1 = 0$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ 양수근: $\frac{3 + \sqrt{33}}{6}$

9. 두 점 $A(-1, 4), B(2, 3)$ 을 지나는 직선과 두 점 $C(-2, 2), D(1, a)$ 를 지나는 직선이 서로 평행하다. 두 점 C, D 를 지나는 직선의 x 절편이 b 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

AB 기울기 = CD 기울기
 $\frac{-1}{3} = \frac{a-2}{3} \therefore a = 1$
 $C(-2, 2), D(1, 1)$
 $y = \frac{-1}{3}(x-1) + 1$
 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \therefore b = 4$
 $a+b = 5$

10. 다음은 어느 학급 학생 15명의 지난주 컴퓨터 사용 시간과 운동 시간에 대한 산점도이다.

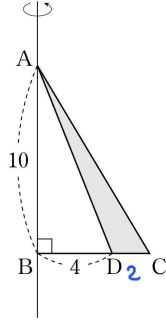


위의 산점도에 대하여 운동 시간의 최빈값은 a 시간이고, 컴퓨터 사용 시간이 15시간 이상인 학생들의 운동 시간의 평균은 b 시간이다. $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 7
- ② 7.5
- ③ 8
- ④ 8.5
- ⑤ 9

$a = 5$
 $\frac{5+3+2}{4} = 3 = b$
 $a+b = 8$

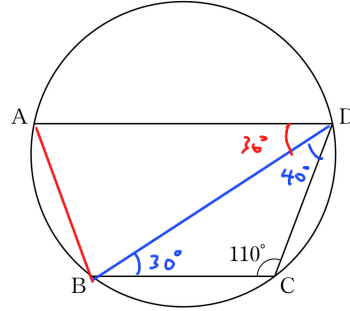
11. 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=10$ 인 삼각형 ABC의 넓이가 30이고, 선분 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{BD}=4$ 이다. 직선 AB를 회전축으로 하여 삼각형 ADC를 1회전시킬 때 생기는 회전체의 부피는? [3점]



- ① $\frac{200}{3}\pi$ ② 70π ③ $\frac{220}{3}\pi$ ④ $\frac{230}{3}\pi$ ⑤ 80π

$$\frac{1}{3} (6^2\pi - 4^2\pi) \times 10 = \frac{200}{3}\pi$$

12. 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 원 위의 네 점 A, B, C, D에 대하여 두 직선 AD, BC는 서로 평행하고 $\angle DCB=110^\circ$ 이다. 점 A를 포함하지 않는 호 BC, CD의 길이의 비가 4:3일 때, 점 B를 포함하지 않는 호 DA의 길이는? [3점]



- ① $\frac{38}{9}\pi$ ② $\frac{13}{3}\pi$ ③ $\frac{40}{9}\pi$ ④ $\frac{41}{9}\pi$ ⑤ $\frac{14}{3}\pi$

$$\widehat{BC} : \widehat{CD} = 4 : 3 = \angle BDC : \angle CBD$$

$$\therefore \angle BDC = 45^\circ, \angle CBD = 30^\circ$$

$$AD \parallel BC \Rightarrow \angle ADB = \angle CBD = 30^\circ$$

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ, \therefore \angle ABD = 80^\circ$$

$$\widehat{DA} : 10\pi \times \frac{80}{180} = \frac{40}{9}\pi$$

13 사진 편집 기능을 제공하는 어느 애플리케이션에는 다음과 같은 두 가지 종류의 요금제가 있다.

요금제 A	<ul style="list-style-type: none"> 가입비 15000 원 가입 시 추가 요금 없이 무제한 편집 가능
요금제 B	<ul style="list-style-type: none"> 가입비 10000 원 가입 시 추가 요금 없이 50 장까지 편집 가능 51 장부터는 추가 1 장당 150 원

요금제 A에 가입하여 사진 n 장을 편집할 때 지불하는 전체 금액이 요금제 B에 가입하여 사진 n 장을 편집할 때 지불하는 전체 금액보다 더 작게 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값은?

[3점]

- ① 83 ② 84 ③ 85 ④ 86 ⑤ 87

$$15000 < 10000 + 150(n-50)$$

$$\frac{100}{3} < n-50 \quad \therefore n > 83.33$$

14 상자 A에는 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있고, 상자 B에는 숫자 7, 8, 9가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있다. 두 상자 A, B에서 각각 공을 임의로 한 개씩 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 두 자연수가 서로소일 확률은? [4점]

- ① $\frac{11}{18}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{13}{18}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

Handwritten solution for problem 14:

Box B contains numbers 7, 8, 9. Box A contains numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Handwritten list of pairs (B, A):

- 7: 1, 2, 3, 4, 5, 6
- 8: 1, 3, 5
- 9: 1, 2, 4, 5

Handwritten calculation: $13/18 \therefore \frac{13}{6 \times 3} = \frac{13}{18}$

15. 둘레의 길이가 400 m인 원 모양의 산책로를 두 학생 A, B가 각자 일정한 속력으로 뛰려고 한다. 두 학생 A, B가 같은 지점에서 동시에 출발하여 서로 반대 방향으로 뛰면 출발한 시각으로부터 1분 30초 후에 처음으로 다시 만나고, 서로 같은 방향으로 뛰면 출발한 시각으로부터 12분 후에 처음으로 다시 만난다. 학생 A의 속력이 학생 B의 속력보다 클 때, 학생 A가 산책로를 한 바퀴 뛰는 데 걸리는 시간은? [4점]

- ① 2분 10초 ② 2분 20초 ③ 2분 30초
- ④ 2분 40초 ⑤ 2분 50초

A 속력: $x \text{ m/s}$

B 속력: $y \text{ m/s}$

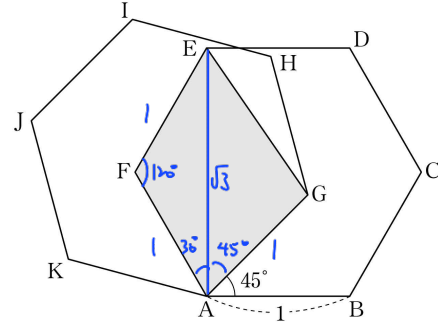
$$\begin{cases} \frac{3}{2}(x+y) = 400 \\ 2(x-y) = 400 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{800}{3} \\ x-y = \frac{100}{3} \end{cases}$$

$$2x = 300, x = 150$$

$$\Rightarrow \frac{400}{150} = \frac{8}{3} \text{ 분}$$

$$= 2\text{분 } 40\text{초}$$

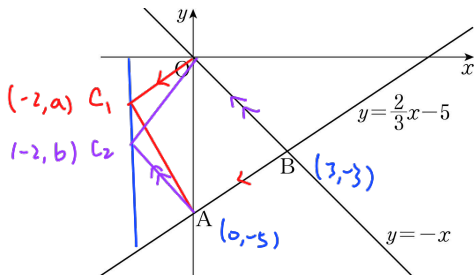
16. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 두 정육각형 ABCDEF, AGHIJK가 있다. 점 G가 정육각형 ABCDEF의 내부에 있고 $\angle BAG = 45^\circ$ 일 때, 사각형 AGEF의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{2+\sqrt{6}}{4}$
- ④ $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

$$\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{4}$$

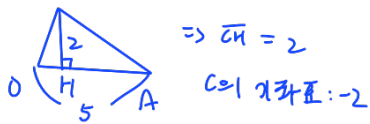
17. 그림과 같이 직선 $y = \frac{2}{3}x - 5$ 가 y 축과 만나는 점을 A, 직선 $y = -x$ 와 만나는 점을 B라 하자. 원점 O와 제3사분면에 있는 점 C에 대하여 사각형 OCAB가 사다리꼴이고 넓이가 $\frac{25}{2}$ 가 되도록 하는 모든 점 C의 y 좌표의 곱은? (단, 점 C의 y 좌표는 -5 보다 크다.) [4점]



- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

$A(0, -5), B(3, -3) \Rightarrow \Delta OAB = \frac{15}{2}$

$\therefore \Delta OCA = 5$



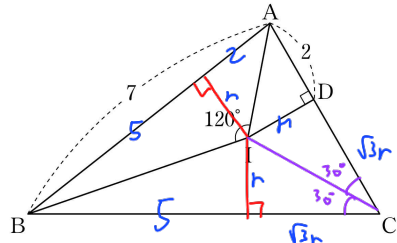
$\square OCAB$: 사다리꼴 $\Rightarrow OB \parallel AC$ or $AB \parallel OC$

$$\frac{-3}{3} = \frac{-b-5}{2} \quad \left| \quad \frac{2}{3} = \frac{a}{-2} \right.$$

$$b = -3 \quad \left| \quad a = -\frac{4}{3} \right.$$

$\therefore a \times b = 4$

18. 그림과 같이 $\overline{AB} = 7$ 인 삼각형 ABC의 내심을 I라 할 때, 점 I에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\overline{AD} = 2, \angle AIB = 120^\circ$ 일 때, 삼각형 ABC의 둘레의 길이는? [4점]



- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

I: 내심, $\angle AIB = 120^\circ \Rightarrow \angle ACB = 60^\circ$

$\Delta ABC = \frac{1}{2}r(7+7+2\sqrt{3}r) = \frac{r}{2}(14+2\sqrt{3}r) \sin 60^\circ$

$\sqrt{3}r + 7r = \frac{\sqrt{3}}{4}(3r^2 + 7\sqrt{3}r + 10)$

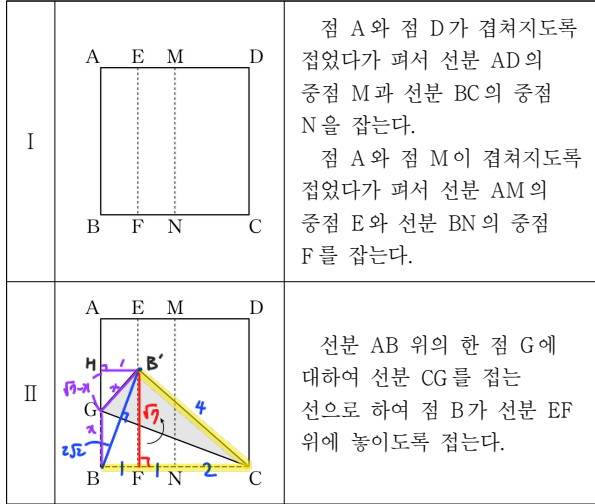
$4\sqrt{3}r + 28r = 3\sqrt{3}r^2 + 21r + 10\sqrt{3}$

$\sqrt{3}r^2 + 7r - 10\sqrt{3} = 0$

$\sqrt{3}r \quad + 10$
 $r \quad - \sqrt{3} \quad r = \sqrt{3}$

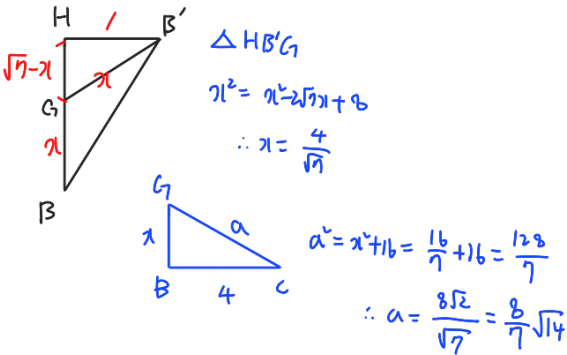
$\therefore \Delta ABC$ 둘레 = $14 + 2\sqrt{3}r$
 $= 14 + 6 = 20$

19. 한 변의 길이가 4 cm 인 정사각형 모양의 종이를 다음과 같이 차례로 접는다.

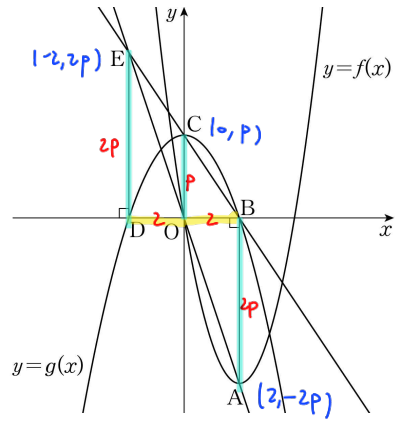


선분 CG의 길이가 a cm 일 때, a의 값은? (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]

- ① $\frac{8\sqrt{14}}{7}$
- ② $\frac{17\sqrt{14}}{14}$
- ③ $\frac{9\sqrt{14}}{7}$
- ④ $\frac{19\sqrt{14}}{14}$
- ⑤ $\frac{10\sqrt{14}}{7}$



20. 그림과 같이 제4사분면에 있는 점 A를 꼭짓점으로 하고 원점 O를 지나는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 있다. 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 B라 하자. 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 꼭짓점 C가 y축 위에 있고 점 B를 지난다. 이차함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 x축과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 점 D의 x좌표는 -2이다. 두 직선 BC, OA는 점 E에서 만나고, 점 E에서 x축에 내린 수선의 발은 D이다. 사각형 OABC의 넓이가 9일 때, $f(-4)+g(-4)$ 의 값은? [4점]



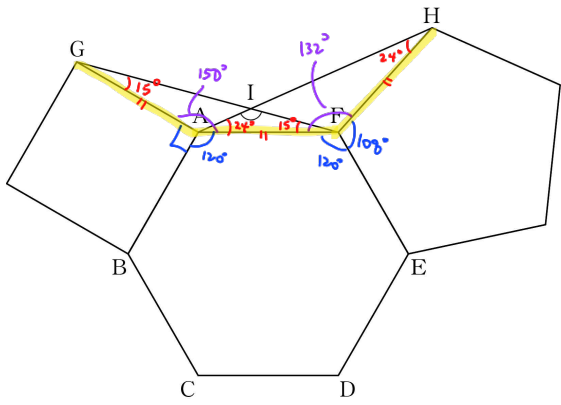
- ① 33
- ② 35
- ③ 37
- ④ 39
- ⑤ 41

$\triangle ODE \cong \triangle OBA$, $\triangle COB \cap \triangle EDB$
 $1:2$
 $E(-2, 2p), C(0, p), A(2, -2p)$
 $\square OABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 3p = 9 \therefore p = 3$
 $E(-2, 6), C(0, 3), A(2, -6)$
 $f(x) = \frac{3}{2}(x-2)^2 - 6, f(-4) = 48$
 $g(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 3, g(-4) = -9$ } 39

27. 그림과 같이 정육각형 ABCDEF에 대하여 변 AB를 한 변으로 하는 정사각형과 변 EF를 한 변으로 하는 정오각형이 있다. 이 정사각형에서 꼭짓점 A와 이웃한 꼭짓점 중 B가 아닌 점을 G, 이 정오각형에서 꼭짓점 F와 이웃한 꼭짓점 중 E가 아닌 점을 H라 하자. 두 선분 AH, FG가 만나는 점을 I라 할 때, $\angle AIF = x^\circ$ 이다. x 의 값을 구하시오. (단, 점 G와 점 H는 정육각형 ABCDEF의 외부에 있다.)

141

[4점]

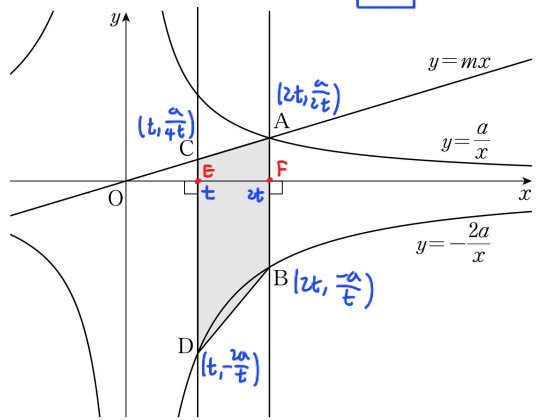


$\triangle AGF$ & $\triangle FAH$: 이등변삼각형
 $\angle GAF = 150^\circ \Rightarrow \angle AFG = 15^\circ$
 $\angle AFH = 132^\circ \Rightarrow \angle FAH = 24^\circ$
 $\therefore \angle AIF = 180 - (15 + 24) = 141^\circ$

28. 그림과 같이 양수 a 에 대하여 두 반비례 관계

$y = \frac{a}{x}$, $y = -\frac{2a}{x}$ 의 그래프가 있다. 양수 m 에 대하여 정비례 관계 $y = mx$ 의 그래프가 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 x 축에 수직인 직선이 $y = -\frac{2a}{x}$ 의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. $y = mx$ 의 그래프 위의 점 중 x 좌표가 점 A의 x 좌표의 $\frac{1}{2}$ 배인 점을 C라 하고, 점 C를 지나고 x 축에 수직인 직선이 $y = -\frac{2a}{x}$ 의 그래프와 만나는 점을 D라 하자. 사각형 ACDB의 넓이가 45일 때, a 의 값을 구하시오. [4점]

24



$\triangle OEC \sim \triangle OFA$ $\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2} \overline{AF}$
 $1 : 2$
 $A(2t, \frac{a}{2t}) \Rightarrow C(t, \frac{a}{4t})$
 $\square ACDB = \frac{1}{2} (\frac{9a}{4t} + \frac{3a}{2t}) \times t = 45$
 $\frac{15a}{4t} \times t = 90 \therefore a = 24$

29. 0이 아닌 실수 a 에 대하여 이차함수

$$f(x) = ax^2 - 3ax - 4a^2 - 8a - 2$$

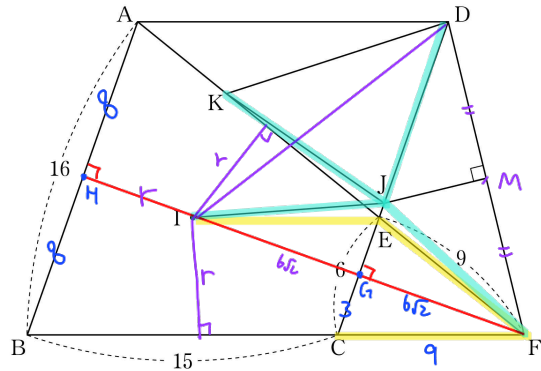
가 있다. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점을 A라 하고, 이 그래프가 y 축과 만나는 점을 B라 하자. 세 점 O, A, B를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\frac{3}{2}$ 이 되도록 하는 모든 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 값의 합을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 B는 점 O가 아니다.) [4점]

6

$f(x) = a(x - \frac{3}{2})^2 \sim$
 $B(0, -4a^2 - 8a - 2)$
 $A(\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$
 $\Delta OAB = \frac{1}{2} \times OB \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$
 $\therefore OB = 2$
 $|-4a^2 - 8a - 2| = 2$
 $\therefore -4a^2 - 8a - 2 = 2$ $-4a^2 - 8a - 2 = -2$
 $2a^2 + 4a + 2 = 0$ $2a^2 + 4a = 0$
 $(a+1)^2 = 0$ $2a(a+2) = 0$
 $a = -1$ $a = -2, 0$
 $\therefore a = -2$ ($\because a \neq 0$)
 $\Rightarrow a = -1, -2$
 $f(1) = -4a^2 - 10a - 2$
 $f(1) = 4, 2$
 $4 + 2 = 6$

30. 그림과 같이 $\overline{AB} = 16$, $\overline{BC} = 15$, $\angle B < 90^\circ$ 인 평행사변형 ABCD의 변 CD 위에 $\overline{CE} = 6$ 인 점 E가 있다. 직선 BC와 직선 AE의 교점을 F라 할 때, $\overline{EF} = 9$ 이다. 삼각형 ABF의 내심을 I, 선분 DF의 수직이등분선과 직선 CD의 교점을 J라 할 때, 선분 AE 위의 점 K는 $\overline{IK} = \overline{KJ}$ 를 만족시킨다. $\tan(\angle FKD) = \frac{q\sqrt{2}}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25



$\Delta ECF \sim \Delta ABF \therefore CF = 9$
 $\Delta ECF, \Delta BFC$ 이등변 Δ
 $AF = 24$
 $FH = 16\sqrt{2}$, $\Delta ABF = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 16\sqrt{2} = \frac{1}{2}(24+24+16)$
 $\therefore r = 4\sqrt{2}$, $IG = 6\sqrt{2} = GF$
 $\therefore \Delta EIF$: 이등변 Δ , $\Delta JGI \cong \Delta JGF$
 $\Rightarrow \Delta JIF$: 이등변 Δ
 $\therefore JI = JF = JD = JK$

$\tan(\angle FKD) = \tan(\angle DIG) = \frac{13}{6\sqrt{2}} = \frac{13\sqrt{2}}{12}$
 $\therefore p+q = 25$
 $GD = 16 - 3 = 13$

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.