75M

제 2 교시

수학 영역

96

5지선다형

1. $4^{\frac{2}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

2. 함수 $f(x)=2x^2+x+2$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

3 3
2+d 2+6d

$$a_1=2, \quad 2a_2+a_7=30$$

일 때, a_{10} 의 값은? [3점] 2+9×3

① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

4. 함수

4a−2=6

$$f(x)=\begin{cases} ax^2-2 & (x<2) \\ 3x & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x)=(x+1)(2x^2-5x+1)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

$4x-5$

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$-1+3\times3$

6. 두 양수 a, b가 $a=9$

$$\log_3 a^2=4,\quad \log_9 ab=\frac{5}{2}$$

$9a^{\frac{3}{2}}$

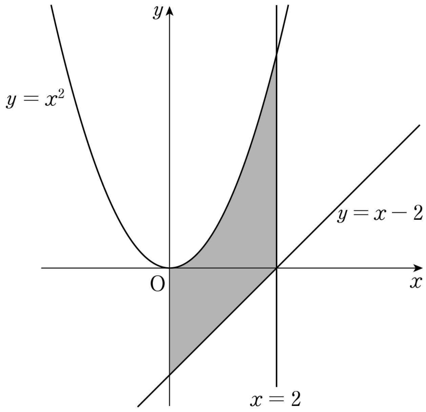
를 만족시킬 때, $\frac{b}{a}$의 값은? [3점]

$=\sqrt{9}$

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

7. 곡선 $y=x^2$과 y축 및 두 직선 $y=x-2$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5



$\int_0^2 x^2-x+2$

$\frac{x^3}{3}-\frac{1}{2}x^2+2x$

$\frac{8}{3}+2$

$\cos\theta$

$-\frac{4}{\sqrt{17}}$

8. $\cos\theta = 4\sin\theta$ 이고 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) < 0$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{4\sqrt{17}}{17}$ ② $-\frac{\sqrt{17}}{17}$ ③ 0

④ $\frac{\sqrt{17}}{17}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

$(x+1)(x-2)$

$6x^2-6x-12$

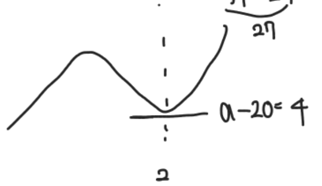
9. 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + a$ 가 최댓값 M, 최솟값 4를 가질 때, M의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

24

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

$16-12-24+a$

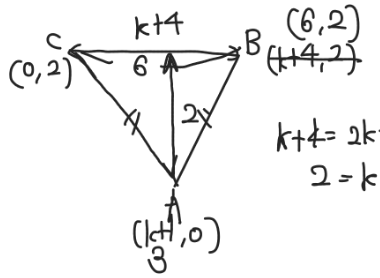
$\underbrace{54-27}_{27}-36+24$



10. 양수 k에 대하여 곡선 $y = \log_2(x-k)$ 가 x축과 만나는 점을 A라 하자. 직선 $y=2$ 가 곡선 $y=\log_2(x-k)$ 와 만나는 점을 B, y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

A(k+1, 0) B(k+4, 2) C(0, 2)



$k+4=2k+2$

$2=k$

11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t\,(t \geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-24t+36$$

$t^3-12t^2+36t = t(t-6)^2$

$t^2-8t+12$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 25이다. O

ㄴ. 출발한 후 점 P의 운동 방향은 두 번 바뀐다. O

ㄷ. 시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리는 37이다. O

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$\int_0^2 3t^2-24t+36 \; - \int_2^3 3t^2-24t+36$

$32 \; - (27-32)$

12. $a_1=3,\ a_2=10$인 수열 $\{a_n\}$과 모든 항이 양수인 등비수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{b_k+1} = n^2+n$$

$2n-1+1$

을 만족시킨다. 다음은 $\sum_{n=1}^{5} \frac{a_n}{n}$의 값을 구하는 과정이다.

> $n=1$일 때, $\frac{a_1}{b_1+1}=2$에서 $b_1=\frac{1}{2}$이다.
>
> 2 이상의 모든 자연수 n에 대하여
>
> $\frac{a_n}{b_n+1}=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k+1}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{b_k+1}$이므로
>
> $\frac{a_n}{b_n+1}=$ (가) $\times n$ …… ㉠ 2
>
> 이다. $\frac{1}{2}\times 3^{n-1}$ $b_2=\frac{5}{2}-1=\frac{3}{2}$
>
> $n=1$일 때도 ㉠이 성립하므로 모든 자연수 n에 대하여
>
> $\frac{a_n}{n}=$ (가) $\times(b_n+1)$ …… ㉡ 2 $\frac{10}{2}=2(b_n+1)$
>
> 이다. $=3^{n-1}+2$
>
> 그러므로 등비수열 $\{b_n\}$의 공비는 (나) 이다. 3
>
> 따라서 ㉡에 의하여 $\sum_{n=1}^{5}\frac{a_n}{n}=$ (다) 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 $p,\ q,\ r$이라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점] 2 3 131

① 136 ② 137 ③ 138 ④ 139 ⑤ 140

$10+(1,3,9,27,81)=131$

13 108

23

$12+6-18$

$3x^2-8x+6$

13. 함수 $f(x)=x^3-4x^2+6x-8$ 에 대하여 (8, 16, 12) $x-6$

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(1,\,-5)$ 에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. $(2,-4)$

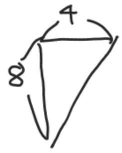
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 Q에서의 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점] $y=2(x-2)-4$

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

x^3-4x^2+5x-2

$(x^2-2x+1)(x-2)$

$y=2x-8$



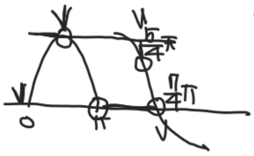
14. 두 상수 $a\,(a \neq 0)$, b에 대하여 닫힌구간 $[0,\,2\pi]$ 에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 3\sin x & (0 \le x < \pi) \\ a\cos x + b & (\pi \le x \le 2\pi) \end{cases}$$

$b+\frac{a}{\sqrt{2}}=0$

가 있다. $0 \le t \le 2\pi$ 인 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=f(t)$ 를 만족시키는 모든 x의 값의 합이 $\frac{7}{4}\pi$가 되도록 하는 서로 다른 모든 실수 t의 개수가 4일 때, a^2+b^2의 값은? [4점]

① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$



$b-\frac{a}{\sqrt{2}}=3$

$b=\frac{3}{2}$ $a=-\frac{3}{\sqrt{2}}$

$\frac{9}{2}+\frac{9}{4}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 두 상수 a, b에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} -xf(x)-ax^2 & (x\le 0) \\ \frac{1}{4}f(x)-bx^2 & (x>0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [4점]

(가) 집합 $\{x \mid g(x)=-27\}$의 원소의 개수는 2이다.
(나) $\{x \mid g(x)=-27\} \subset \{x \mid g'(x)=0\}$

① $\frac{85}{4}$ ② $\frac{87}{4}$ ③ $\frac{89}{4}$ ④ $\frac{91}{4}$ ⑤ $\frac{93}{4}$

$y=-27$

$-f(0)=\frac{1}{4}f(0)$

$f(\alpha)=-27$ 에서 $g'(\alpha)=0$

α β

$-x\left(f(x)+ax\right)$ $-\alpha^3\beta=27$

$\frac{1}{4}\left(f(x)-4bx^2\right)$ $\alpha<0$

$-xf(x)-ax^2=-(x-\alpha)^3(x-\beta)-27$

$=-(x-\alpha)^3\left(x+\frac{27}{\alpha^3}\right)-27$

$xf(x)=(x^3-3\alpha x^2+3\alpha^2x-\alpha^3)\left(x+\frac{27}{\alpha^3}\right)+27-ax^2$

$=x^4+\left(\frac{27}{\alpha^3}-3\alpha\right)x^3+\left(3\alpha^2-\frac{81}{\alpha^2}\right)x^2+\left(\frac{81}{\alpha}-\alpha^3\right)x-ax^2$

$f(x)=x^3+\left(\frac{27}{\alpha^3}-3\alpha\right)x^2+\left(3\alpha^2-\frac{81}{\alpha^2}-a\right)x+\frac{81}{\alpha}-\alpha^3$

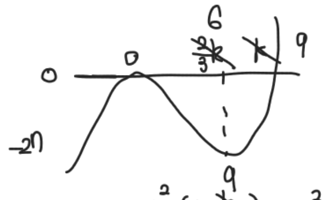
-27 -3 $=0$ $=0$

$\alpha^4=81$ $\alpha^2=9$ $\alpha=-3$

$f(x)=x^3+8x^2+\cancel{(18-a)x}$

$\frac{10}{4}-b=-\frac{9}{4}$

$b=\frac{17}{4}$



$4x^2(x-k)$ -3×36

$\frac{1}{4}\times\frac{4}{9}k^2x-\frac{k}{3}=-\frac{k^3}{27}=-27$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=3$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=a_n^2-3n$$

을 만족시킨다. a_3의 값을 구하시오. [3점]

$a_2=3^2-3=6$

$a_3=6^2-6=$

30

17. 함수 $f(x)=4x^3-3x^2+2$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(1)=5$일 때, $F(2)$의 값을 구하시오. [3점]

x^4-x^3+2x+3

$16-8+4+3$

15

~~45~~
~~17+28+47~~

18. 삼각형 ABC에서 $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{AC}}=8$이고 $\cos A=-\frac{1}{4}$일 때, $\overline{\mathrm{BC}}^2$의 값을 구하시오. [3점]

A
6 8
B C

$100-\cancel{96}^{24}x-\cancel{\frac{1}{4}}$

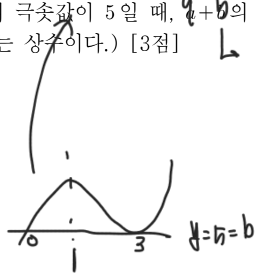
124

$x(x-3)^2+b$

19. 함수 $f(x)=x^3-6x^2+ax+b$는 $x=1$에서 극대이다. 함수 $f(x)$의 극솟값이 5일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

9 5

14



20. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n=\begin{cases} n & (n\text{이 5의 배수가 아닌 경우}) \\ -4n+10 & (n\text{이 5의 배수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $20 \le \sum_{k=1}^{m} a_k \boxed{< 30}$을 만족시키는 모든 자연수 m의 값의 합을 구하시오. [4점]

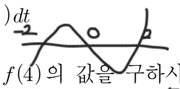
1, 2, 3, 4, -10, 6, 7, $\boxed{8}$, 9, -30, 11, $\boxed{12}$, 13, 14, -50,
0 0
16, 17, 18, 19, -70, $\boxed{21}$, 22, 23, 24, -90, $\boxed{26}$, 27, 28, 29, -110

67

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$f(t)<0 \Rightarrow g(t)\neq 0$

$$g(x)=\int_0^x (f(t)-|f(t)|)\,dt$$



x^3-4x

$\downarrow$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

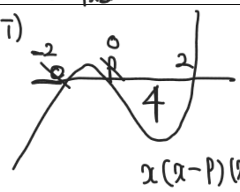
$\left[\frac{x^4}{4}-2x^2\right]_0^2$

$4-8=-4$

> (가) $x \ge k$인 모든 실수 x에 대하여
> $g'(x)=0$을 만족시키는 실수 k의 최솟값이 2이다.
>
> (나) $g(2)=-8$
> $=-4\times 2$

$f=x(x^2-4) \Rightarrow f(4)=12\times 4$

ㄱ)



$\cancel{-\frac{4}{3}+\frac{4}{3}p=-4}$

$\cancel{\frac{4}{3}p=-\frac{8}{3}}$

$x(x-p)(x-2)$

$x^3-(2+p)x^2+2px$

$\left[\frac{x^4}{4}-\left(\frac{2+p}{3}\right)x^3+px^2\right]_p^2$

48

$4-\frac{16}{3}-\frac{8}{3}p+4p$

$-\frac{p^4}{12}$

"

-4

22. 자연수 k에 대하여 두 함수

$$f(x)=2^x,\ g(x)=2\times 4^x+\left(\frac{1}{2}\right)^k$$

이 있다. 실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 두 점 A, B 사이의 거리가 $\frac{1}{5}$이 되도록 하는 실수 t의 개수가 2이고 이 두 실수의 합을 p라 할 때, $k\times\left(\frac{1}{2}\right)^p$의 값을 구하시오. [4점]

$(t, 2^t)$ $\quad (t, 2\times 4^t+\left(\frac{1}{2}\right)^k)$

$\left|2\times 4^t-2^t+\left(\frac{1}{2}\right)^k\right|=\frac{1}{5}$

$1-8\left[\left(\frac{1}{2}\right)^k+\frac{1}{5}\right]$

$D=\frac{13}{5}-8\left(\frac{1}{2}\right)^k>0$

$2\times 4^t-2^t+\left(\frac{1}{2}\right)^k-\frac{1}{5}=0$ (2개)

$D:\ -\frac{3}{5}-8\left(\frac{1}{2}\right)^k<0$

$2\times 4^t-2^t+\left(\frac{1}{2}\right)^k+\frac{1}{5}=0$ (0개)

$t=\alpha,\beta$

$\boxed{k\neq 1}$

$2^\alpha\times 2^\beta=2^p=\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^k-\frac{1}{5}}{2}$

$\boxed{k=2}$ $\quad k>3 \Rightarrow 2^p<0 \Rightarrow$ 성립X

$2^p=\dfrac{\frac{1}{4}-\frac{1}{5}}{2}=\frac{1}{40}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^p=40$

40×2

80

> * 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5 지 선 다 형

23. ${}_{3}\mathrm{H}_{5}$ 의 값은? [2점]

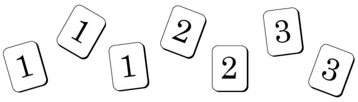
① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

24. 서로 다른 종류의 연필 4자루가 있다. 이 4자루의 연필을 세 명의 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 72 ② 75 ③ 78 ④ 81 ⑤ 84

25. 숫자 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 합이 4가 되도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 70　② 75　③ 80　④ 85　⑤ 90



26. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

$a+b+c+\lvert d-1\rvert=4$

① 35　② 40　③ 45　④ 50　⑤ 55

27. 전체집합 $U=\{-4,\ -2,\ -1,1,2,4\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 A, B의 모든 순서쌍 (A, B)의 개수는? [3점]

(가) $n(A\cap B)\geq 2$
(나) 집합 $A\cap B$의 모든 원소의 합은 0이다.

① 259 ② 262 ③ 265 ④ 268 ⑤ 271

28. 두 집합 $X=\{x\,|\,x$는 9 이하의 자연수$\}$, $Y=\{1, 2, 4\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X\rightarrow Y$의 개수는? [4점]

(가) 집합 $\{x\,|\,f(x)=1,\ x\in X\}$의 원소의 개수는 3이고,
집합 $\{x\,|\,f(x)=2,\ x\in X\}$의 원소의 개수는 2이고,
집합 $\{x\,|\,f(x)=4,\ x\in X\}$의 원소의 개수는 4이다.
(나) 7 이하의 모든 자연수 x에 대하여
$f(x)+f(x+1)\neq f(x+2)$이다.

① 920 ② 925 ③ 930 ④ 935 ⑤ 940

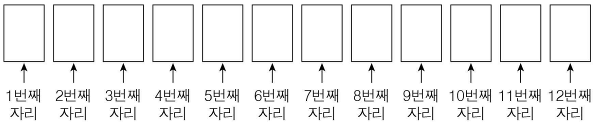
단답형

29. 숫자 1, 3, 5, 7, 9가 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 흰색 접시와 숫자 2, 4, 6, 8, 10이 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 검은색 접시가 있다. 이 10개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

> (가) 흰색 접시끼리는 서로 이웃하지 않는다.
> (나) 서로 이웃한 2개의 접시에 적혀 있는 수의 곱은 70 이하이다.

30. 정수 -1이 적혀 있는 6장의 카드와 정수 1이 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 12장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 12개의 자리에 각각 한 장씩 놓을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 수가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

> 11 이하의 모든 자연수 n에 대하여
> n번째 자리에 놓인 카드에 적혀 있는 수와
> $(n+1)$번째 자리에 놓인 카드에 적혀 있는 수의 곱을
> a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{11} a_n = 3$이다.



> * 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2(12n+1)}{4n^3-1}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}(3n+2)b_n=6,\quad \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=2$$

$\frac{6}{3n+2}$ 2n

일 때, $\lim\limits_{n\to\infty}a_nb_n$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\frac{6\times2}{3}$

25. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sqrt{n+2}$$

를 만족시킬 때, $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n}\,a_n$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$(n \geq 2)$ $\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}$

$\sqrt{n} \times \frac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}}$

26. 자연수 a에 대하여

$$\lim_{n\to\infty} \frac{5a^{2n} + (2a)^{n+1}}{a^{2n} + (2a)^n} = a+1$$

을 만족시키는 모든 자연수 a의 값의 합은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$a=1 \rightarrow \frac{5+(2)^{n+1}}{1+2^n} \Rightarrow 1+1$

$a=2$ $\cancel{\frac{5+4}{1+1}}$

$a>2$ $\frac{5+\left(\frac{2}{a}\right)^n \times 2a}{1+\left(\frac{2}{a}\right)^n}$ $a+1=5$

27. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

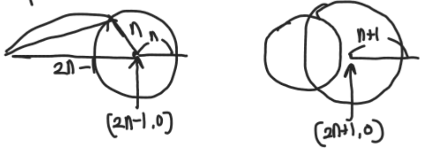
> 좌표평면에서 원점을 지나고 기울기가 a_n인 직선이
> 점 $(2n-1, 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 n인
> 원과 서로 다른 두 점에서 만나고
> 점 $(2n+1, 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $n+1$인
> 원과 만나지 않는다.

$\lim\limits_{n\to\infty} n\left(3-\dfrac{1}{{a_n}^2}\right)$의 값은? [3점]

$3n^2+2n$

① 2　② $\frac{5}{2}$　③ 3　④ $\frac{7}{2}$　⑤ 4

$\sqrt{3n^2-4n+1}$　　$4n^2+4n+1-(n^2+2n+1)$



$\dfrac{n}{\sqrt{3n^2-4n+1}} \gtrless a_n \gtrless \dfrac{n+1}{\sqrt{3n^2+2n}}$　　$n+1$　$2n+1$

$3n^2+6n+3$

$3-\dfrac{3n^2-4n+1}{n^2}$,　$3-\dfrac{3n^2+2n}{n^2+2n+1}$

$n\times\dfrac{4n-1}{n^2} < \lim < n\times\dfrac{4n+3}{n^2+2n+1}$

28. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2+5$가 ~~있다~~. $\dfrac{x^2(x-3)}{2}+5$

$4-6+5$
$-4-6+5$

두 자연수 p, q에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}px^2+\frac{1}{2}qx+5 & (x<0)\\ 5 & (x\ge 0)\end{cases}$$

$2p-q+5=-5$

이라 하자.
실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$h(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(f(x)\right)^{2n+1}+5^{2n}\times g(x)}{\left(f(x)\right)^{2n}+5^{2n}}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수가 7이다.

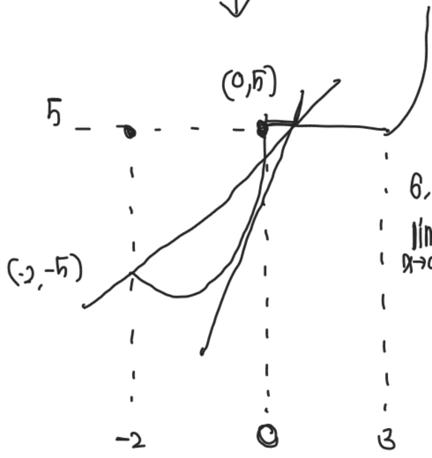
> 자연수 n에 대하여 직선 $y=\left(k-\frac{1}{2^n}\right)x+5$가
> 함수 $y=h(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 a_n이라
> 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=4$이다.　$\boxed{kx+5}$

$h(4)=f(4)=32-24+5$

$p+q+h(4)$의 값은? [4점]

① 38　② 41　③ 44　④ 47　⑤ 50

$(f(x))^2>5^2 \Rightarrow f(x)$　　$(x<-2,\ x>3)$
$(f(x))^2=5^2 \Rightarrow \dfrac{f(x)+g(x)}{2}$　　$(x=-2,\ 0,\ 3)$
$(f(x))^2<5^2 \Rightarrow g(x)$　　$(-2<x<0,\ 0<x<3)$



$5<k<$
$6\sim 12$

6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

$\lim\limits_{x\to 0-}\dfrac{g(x)}{x}=\dfrac{1}{2}q$

$q=$ ~~23~~, 24

$2p-q=-10$

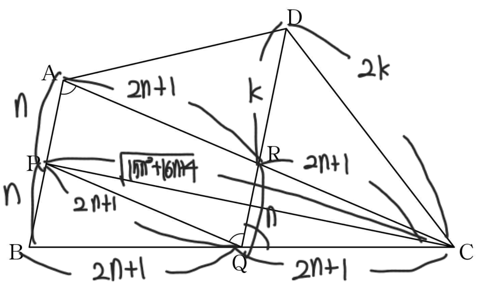
$q=24$　$p=7$

단 답 형

29. 그림과 같이 자연수 n에 대하여 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}=4n+2$인 사각형 ABCD가 있다. 선분 AB의 중점을 P, 선분 BC의 중점을 Q라 하고, 선분 DQ가 선분 AC와 만나는 점을 R이라 하자.

$\angle \mathrm{CAB}=\angle \mathrm{PQR}$, $\quad \overline{\mathrm{CP}}=\sqrt{15n^2+16n+4}$, $\quad \overline{\mathrm{DR}}:\overline{\mathrm{DC}}=1:2$

일 때, $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\overline{\mathrm{DR}}-\dfrac{4}{3}n\right)=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$n^2+k(4n^2+4n+1)$ $\quad 16n^2+16n+4$

$\cos\theta=\dfrac{n}{4n+2}$

$k^2+\underline{4n^2+4n+1}-2k(2n+1)\times\dfrac{n}{4n+2}=4k^2$

$\Rightarrow k^2+nk+(4n^2+4n+1)=4k^2$

$3k^2-nk-(4n^2+4n+1)=0$

$k=\dfrac{n\pm\sqrt{n^2+48n^2+48n+12}}{6}$

$=\dfrac{n\pm\sqrt{49n^2+48n+12}}{6}$

$\dfrac{\cancel{n}+\sqrt{49n^2+48n+12}-\cancel{8n}}{6}$

$\downarrow$

$\dfrac{48n+12}{6}\times\dfrac{1}{7n+\sqrt{49n^2+48n+12}}$

$\Rightarrow \dfrac{\cancel{48}}{6}\times\dfrac{1}{7n+7n}=\dfrac{4}{7}$

$\dfrac{4}{7}$

$\Downarrow$

11

30. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오. (단, k는 20 이하의 자연수이다.) [4점]

> 두 정수 a, b에 대하여
>
> $\lim\limits_{n\to\infty}|a|(a+b)^n$의 값과 $\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{2a+2b-20}{k}\right|^n$의 값이 모두 존재하며
>
> $\lim\limits_{n\to\infty}|a|(a+b)^n=\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{2a+2b-20}{k}\right|^n$이 되도록 하는 정수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는 19이다.

① $a+b=1$, $\quad \left|\dfrac{2a+2b-20}{k}\right|=\left|\dfrac{18}{k}\right|=1$

$|a|=1$

$(1,0)$ $\quad (-1,2)$

~~②~~ $-1<\boxed{a+b}<1$ $\quad \left|-\dfrac{20}{k}\right|^n$ $\quad \boxed{k\le 20}$

0 $\quad$ (∴ 무수히 많은 ㄹ)

③ $a=0$ $\Rightarrow \left|\dfrac{2b-20}{k}\right|^n$

$k=19, 18$

10	
9	11
8	12
7	13
6	14
5	15
4	16
3	17
2	18
1	19 $\to \left\vert\dfrac{18}{k}\right\vert$
0	20

$k=19$

$k=18 \to (2\vee 18)+(1,0)\ (-1,2)$

17개

37

57

> * 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 포물선 $y^2=20x$의 준선이 $x=k$일 때, 상수 k의 값은? [2점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

24. 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{25}=1$의 단축의 길이가 6일 때, 이 타원의 두 초점 사이의 거리는? (단, a는 양수이다.) [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

25. 쌍곡선 $\frac{x^2}{5a^2}-\frac{y^2}{a^2+1}=1$의 한 점근선의 방정식이 $y=-\frac{1}{2}x$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, a는 양수이다.) [3점]

① $2\sqrt{5}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $6\sqrt{5}$ ④ $8\sqrt{5}$ ⑤ $10\sqrt{5}$

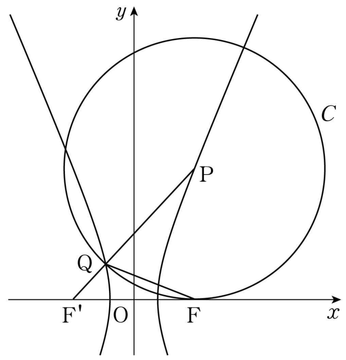
26. 포물선 $y^2=4px\ (p>0)$의 초점을 지나고 기울기가 $\frac{4}{3}$인 직선이 이 포물선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하자. 점 P와 이 포물선의 준선 사이의 거리가 20일 때, p의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. 두 점 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)$ $(c>0)$을 초점으로 하고 장축의 길이가 8인 타원이 있다. 점 F를 지나고 기울기가 양수인 직선이 이 타원과 만나는 점 중 y좌표가 양수인 점을 P, y좌표가 음수인 점을 Q라 하자.
$\overline{\mathrm{FP}}:\overline{\mathrm{FQ}}=1:2$, $\overline{\mathrm{F'P}}:\overline{\mathrm{F'Q}}=3:2$일 때, c의 값은? [3점]

① $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

28. 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)$ $(c>0)$을 초점으로 하는 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 선분 F′P가 이 쌍곡선과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하고, 점 P를 중심으로 하고 점 Q를 지나는 원을 C라 하자. 원 C가 x축과 점 F에서 접하고 $\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{FQ}}=1$일 때, 원 C의 반지름의 길이는? [4점]

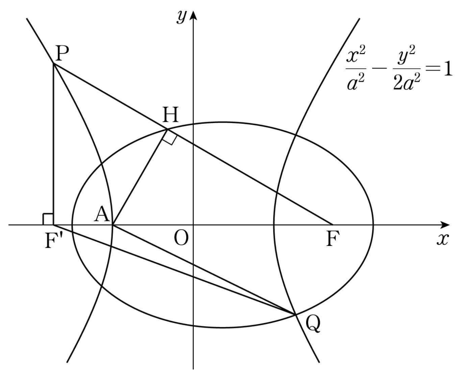


① $\frac{3\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{12}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{7}$

단답형

29. 초점이 $\mathrm{F}(p,\ 0)\ (p>0)$이고 준선이 $x=-p$인 포물선과 점 F를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $r\ (r>p)$인 원 C가 있다. 원 C가 x축과 만나는 점 중 x좌표가 양수인 점을 A라 하고, 원 C가 이 포물선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하자. 점 P에서 이 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\cos(\angle \mathrm{PHF})=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이고 사각형 APHF의 넓이가 $54\sqrt{2}$일 때, $p+r$의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)\ (c>0)$을 초점으로 하는 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{2a^2}=1$이 있다. 이 쌍곡선의 꼭짓점 중 x좌표가 음수인 점을 A라 하고, 점 F′을 지나고 x축에 수직인 직선이 이 쌍곡선과 만나는 점 중 제2사분면에 있는 점을 P라 하자. 점 A에서 선분 PF에 내린 수선의 발을 H라 하자.
두 점 A, F를 초점으로 하고 점 H를 지나는 타원이 이 쌍곡선과 만나는 점 중 제4사분면에 있는 점을 Q라 하자.
$\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{F'Q}}=6+8\sqrt{3}$일 때, 이 타원의 장축의 길이는 $p+q\sqrt{3}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오.
(단, a는 양수이고, p와 q는 유리수이다.) [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.