## 9 잇달아 선택하기

생각 | 이해 ••• 암기 | 적용

조합을 이용하여 잇달아 선택해야 하는 상황이 출제된다. 이때, 같은 집단에서 같은 개수로 잇달아 선택하는지, 같은 집단에서 다른 개수로 잇달아 선택하는지, 아니면 서로 다른 집단에서 잇달아 선택하는지에 따라 조합을 활용한 계산 과정이 약간 달라진다.

**Tip** **${}_{n}\mathrm{C}_{r}$ 의 의미 정리**

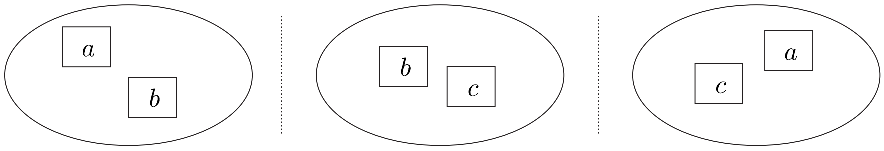
① 서로 다른 $n$개 중 $r$개를 손바닥에 올려두는 경우의 수

② 서로 다른 $n$개 중 $r$를 뽑아 **한 덩어리**로 만드는 경우의 수 ★

**설명**

예를 들어, 알파벳 $a$, $b$, $c$ 중 2개를 선택하는 경우의 수 ${}_{3}\mathrm{C}_{2}$는 아래와 같이

알파벳 $a$, $b$, $c$ 중 2개를 뽑아 한 덩어리로 만드는 경우의 수와 같다.

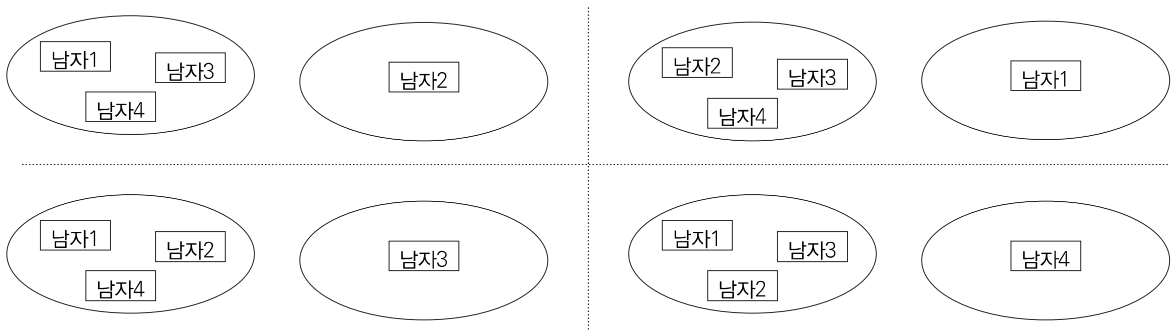



**상황 1** **같은 집단에서 다른 개수로 잇달아 선택하는 상황**

**설명**

예를 들어, 남자 4명을 3명, 1명으로 나누는 경우의 수를 구해보자.
이때, 4명의 남자를 각각 남자1~남자4라고 하자.

**① 먼저 남자 4명을 3명, 1명으로 나누는 경우의 수를 일일이 세보자.**

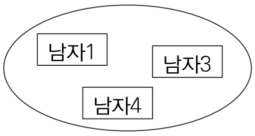



일일이 세보니, 구하는 경우의 수는 4임을 알 수 있다.

**② 이번에는 남자 4명을 3명, 1명으로 나누는 경우의 수를 조합을 이용하여 구해보자.**

남자 4명 중 3명을 선택하여 한 덩어리로 만드는 경우의 수는 ${}_4C_3$ ⇨ ${}_4C_3\boxed{\times}$

예를 들어, 남자1, 남자3, 남자4를 한 덩어리로 만들었다고 하자.




잇달아, 남자1, 남자3, 남자4를 제외한

남은 남자2를 나머지 덩어리로 만드는 경우의 수는 ${}_1C_1$

⇨ ${}_4C_3 \times {}_1C_1 = 4$

이때, 일일이 센 경우의 수와 조합을 이용하여 구한 경우의 수가 같으므로, 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

조합을 통해 잇달아 선택할 때,

**한 덩어리는** 남자들로 이루어진 집단에서 3명을 선택하여 만든 것이었고,

**나머지 덩어리는** 남자들로 이루어진 집단에서 남은 1명을 잇달아 택하여 만든 것이었다.

**생각 Point**

<u>같은 집단에서</u> <u>다른 개수로</u> <u>잇달아 선택하여</u>

덩어리를 만들면 **중복되는 경우가 생기지 않는다.**

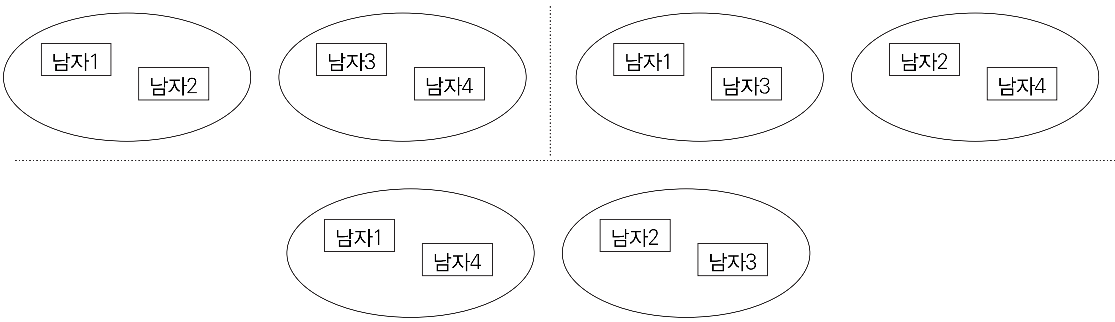
## 상황 2 <u>같은 집단</u>에서 <u>같은 개수</u>로 잇달아 선택하는 상황

**설명**

예를 들어, 남자 4명을 2명, 2명으로 나누는 경우의 수를 구해보자.

이때, 4명의 남자를 각각 남자1~남자4라고 하자.

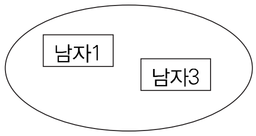
**① 먼저 남자 4명을 2명, 2명으로 나누는 경우의 수를 일일이 세보자.**




일일이 세보니, 구하는 경우의 수는 3임을 알 수 있다.

**② 이번에는 남자 4명을 2명, 2명으로 나누는 경우의 수를 조합을 사용하여 구해보자.**

남자 4명 중 2명을 선택하여 한 덩어리로 만드는 경우의 수는 ${}_{4}C_{2}$ ➔ ${}_{4}C_{2}\boxed{\times}$
예를 들어, 남자1, 남자3을 한 덩어리로 만들었다고 하자.




잇달아, 남자1, 남자3을 제외한
남은 남자 2명 중 2명을 선택하여 나머지 덩어리로 만드는 경우의 수는 ${}_{2}C_{2}$

➔ ${}_{4}C_{2} \times {}_{2}C_{2} = 6$

그런데 이는 일일이 세었을 때 도출된 경우의 수인 3과는 다르다.
즉, 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

조합을 통해 잇달아 선택할 때,

**한 덩어리**는 남자들로 이루어진 집단에서 2명을 선택하여 만든 것이었고,
**나머지 덩어리**는 남자들로 이루어진 집단에서 남은 2명을 잇달아 택하여 만든 것이었다.

**생각 Point**

같은 집단에서 같은 개수로 잇달아 선택하여
덩어리를 만들면 **중복되는 경우가 생긴다.**

**이제 중복되는 경우가 왜 발생한 것인지 살펴보자.**
남자 4명을 2명, 2명으로 나누는 경우의 수를, 조합을 통해 ${}_{4}C_{2} \times {}_{2}C_{2}$로 계산했다는 것은

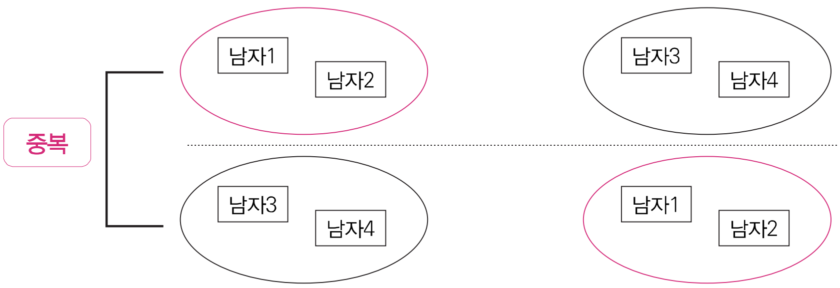
**남자 4명 중 2명을 택하여 한 덩어리를 만들고,**
**남은 2명을 나머지 덩어리로 만드는 경우의 수**

를 세었다는 뜻이다.
**그렇다면, 이 경우들을 모두 나열하여 어디서 중복이 발생했는지 확인해보자.**


사실상 같은 경우들이 서로 다른 것으로 세어졌기 때문에 중복이 발생하였다.

그렇다면, **사실상 같은 경우들이 서로 다른 것으로 세어진 이유는 무엇일까?**

중복으로 세어진 상황 하나를 집중해서 살펴보자.




위의 두 경우가 사실상 같은 경우이지만, 서로 다른 것으로 세어진 이유는

**만들어진 두 덩어리에 순서가 부여되었기 때문이다.**

즉, 덩어리 2개를 만들기만 하기 위하여 ${}_4C_2 \times {}_2C_2$라는 계산식을 적었더니,

두 덩어리를 만든 후, 자동으로 두 덩어리를 일렬로 나열한 경우의 수가 세어진 것이다.

따라서 ${}_4C_2 \times {}_2C_2$로 계산했을 때 **두 덩어리에 자동으로 부여된 순서를 무시해야 하므로**

마지막 계산과정에 $\times \dfrac{1}{2!}$**를 추가**해야 한다.

지금까지의 내용의 핵심을 도식화하여 정리하면 다음과 같다.

**〈남자 4명을 2명, 2명으로 나누는 경우의 수를 조합을 사용하여 구하는 과정〉**

$$\underbrace{{}_4C_2 \times {}_2C_2} \times \frac{1}{2!}$$

남자들로 이루어진 **같은 집단**에서
**같은 개수**인 2개만큼을 **잇달아 택하면**

만든 2개의 덩어리에
**순서가 자동으로 부여된다.**

따라서 2개의 덩어리에
**부여된 순서를 무시해야 한다.**

즉, 조합을 통해 **같은 집단**에서 **같은 개수**로 **잇달아 선택**하여 $r$개의 덩어리를 만들면, 그 $r$개의 덩어리들에 **순서가 부여되는 과정이 자동으로 추가**되므로, 만든 $r$개의 덩어리들에 **부여된 순서를 무시하는 작업**까지 추가로 거쳐야 한다.
상황 2 는 잇달아 선택하는 상황에서 가장 중요한 내용이므로, 핵심 내용을 다시 한 번 정리해보자.

**생각 Point**

**같은 집단**에서 **같은 개수**로 잇달아 선택하여 만든 덩어리들의 조합 중에는
**반드시 중복되는 경우가 있다.**

▶ **중복되는 경우가 발생하는 이유 : 만든 덩어리들에 자동으로 순서가 부여되므로**
▶ **중복을 없애는 방법** : 만든 덩어리가 $r$개라면,
$\times \dfrac{1}{r!}$을 하여 $r$개의 **덩어리들에 부여된 순서를 무시**하면 된다.

**상황 3 서로 다른 집단에서 각각 잇달아 선택하는 상황**

**생각 Point**

▶ 서로 다른 집단에서 같은 개수로 잇달아 선택하는 상황과
▶ 서로 다른 집단에서 다른 개수로 잇달아 선택하는 상황 모두
**중복되는 경우는 없다.**

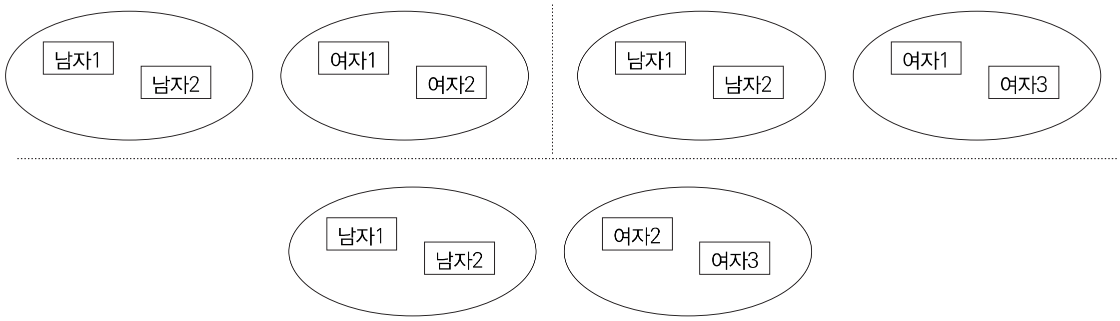
**설명**

**▶ 서로 다른 집단에서 같은 개수로 잇달아 선택하는 상황의 예시**

**예시 1** 남자 2명과 여자 3명 중 남자 2명과 여자 2명을 뽑는 경우의 수를 구해보자.

남자 2명을 남자1, 남자2라 하고, 여자 3명을 여자1~여자3이라 하자.

**① 경우의 수를 일일이 세보자.**




일일이 세보니, 구하는 경우의 수는 3임을 알 수 있다.

**② 조합을 사용하여 경우의 수를 구해보자.**

남자 2명 중 2명을 뽑는 경우의 수는 1가지 뿐이다. ➔ $1\boxed{\times}$ (편의상 뽑은 남자1, 남자2를 한 덩어리로 생각하자)

잇달아, 여자 3명 중 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_3C_2$ ➔ $1\times{}_3C_2=3$ (편의상 뽑은 여자 2명을 한 덩어리로 생각하자)

이는 일일이 센 경우의 수와 같으므로, 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

조합을 통해 잇달아 선택할 때,

**한 덩어리**는 남자들로 이루어진 집단에서 2명을 선택하여 만든 것이었고,
**나머지 덩어리**는 여자들로 이루어진 집단에서 2명을 잇달아 택하여 만든 것이었다.

**생각 Point**

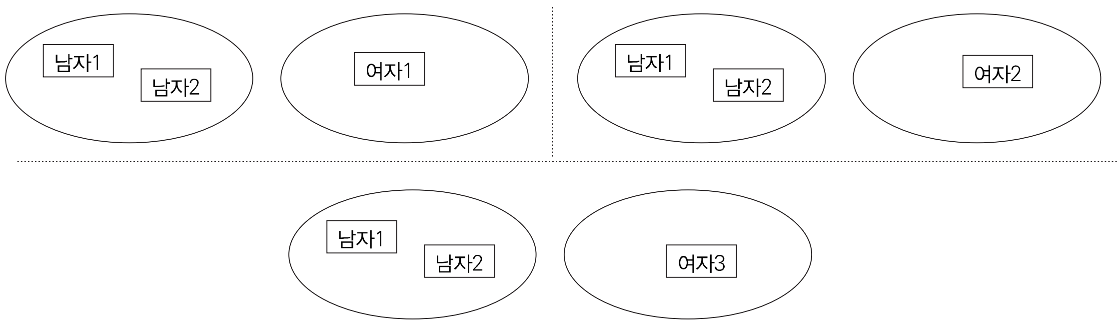
서로 다른 집단에서 같은 개수로 잇달아 선택하여
**덩어리를 만들면 중복되는 경우가 생기지 않는다.**

**▶ 서로 다른 집단에서 다른 개수로 잇달아 선택하는 상황의 예시**

**예시 2** 남자 2명과 여자 3명 중 남자 2명과 여자 1명을 뽑는 경우의 수를 구해보자.

남자 2명을 남자1, 남자2라 하고, 여자 3명을 여자1~여자3이라 하자.

**① 경우의 수를 일일이 세보자.**




일일이 세보니, 구하는 경우의 수는 3임을 알 수 있다.

**② 조합을 사용하여 경우의 수를 구해보자.**

남자 2명 중 2명을 뽑는 경우의 수는 1가지 뿐이다. ➔ $1\boxed{\times}$

(편의상 뽑은 남자1, 남자2를 한 덩어리로 생각하자)

잇달아, 여자 3명 중 1명을 뽑는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_1$ ➔ $1\times{}_3\mathrm{C}_1=3$

(편의상 뽑은 여자 1명을 한 덩어리로 생각하자)

이는 일일이 센 경우의 수와 같으므로, 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

조합을 통해 잇달아 선택할 때,

**한 덩어리**는 남자들로 이루어진 집단에서 2명을 선택하여 만든 것이었고,
**나머지 덩어리**는 여자들로 이루어진 집단에서 1명을 잇달아 택하여 만든 것이었다.

**생각 Point**

서로 다른 집단에서 다른 개수로 잇달아 선택하여
덩어리를 만들면 **중복되는 경우가 생기지 않는다.**

지금까지 살펴본 내용을 총정리하면 다음과 같다.

### ● 잇달아 선택하기

① **같은 집단**에서 **다른 개수**로 잇달아 선택하여 만든 $r$개의 덩어리끼리는 중복되는 경우가 없다. ➔ 조합만으로 편하게 계산해도 된다.

② **같은 집단**에서 **같은 개수**로 잇달아 선택하여 만든 $r$개의 덩어리끼리는 자동으로 순서가 부여되므로 중복되는 경우가 생긴다.

➔ $\times\dfrac{1}{r!}$을 하여 $r$개의 덩어리에 **부여된 순서를 무시**해야 한다. ★

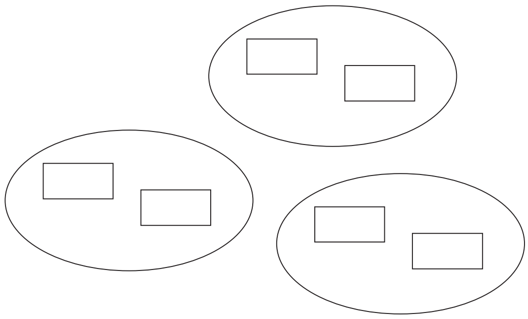
③ **서로 다른 집단**에서 잇달아 선택하여 만든 $r$개의 덩어리끼리는 중복되는 경우가 없다.
➔ 조합만으로 편하게 계산해도 된다.

★ **예제 05**

6명의 관광객을 2명, 2명, 2명으로 나누는 경우의 수를 구해보자.

**풀이**

아래와 같이 관광객이 2명씩 포함된 3개의 덩어리를 만드는 경우의 수를 구하면 된다.



① 관광객 6명 중 2명을 택하여 한 덩어리로 만드는 경우의 수는 ${}_6C_2$ ➔ ${}_6C_2\boxed{\times}$

② 잇달아, 남은 관광객 4명 중 2명을 택하여 한 덩어리로 만드는 경우의 수는 ${}_4C_2$

➔ ${}_6C_2\times{}_4C_2\boxed{\times}$

이때, 계산식을 적으면서

**"관광객들로 이루어진 <u>같은 집단</u>에서 <u>같은 개수</u>인 2개만큼을 잇달아 택하고 있구나"**

와 같이 생각할 수 있어야 한다.

③ 잇달아, 남은 관광객 2명 중 2명을 택하여 한 덩어리로 만드는 경우의 수는 ${}_2C_2$

➔ ${}_6C_2\times{}_4C_2\times{}_2C_2$

**여기서 계산을 끝내면 안 된다.** 지금까지 만든 3개의 덩어리는 관광객들로 이루어진

**<u>같은 집단</u>에서 <u>같은 개수</u>인 2개만큼을 잇달아 선택하여 만든 것들**

이라는 점을 인식해야 한다. 따라서 만든 3개의 덩어리에 자동으로 순서가 부여되었을

것이므로, $\times\dfrac{1}{3!}$**을 하여** 3개의 덩어리에 **부여된 순서를 무시**해야 한다.

➔ ${}_6C_2\times{}_4C_2\times{}_2C_2\times\dfrac{1}{3!}$

즉, 구하는 경우의 수는 ${}_6C_2\times{}_4C_2\times{}_2C_2\times\dfrac{1}{3!}=\dfrac{6\times5}{2!}\times\dfrac{4\times3}{2!}\times1\times\dfrac{1}{6}=15$