

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. 방정식

$$\log_3 x = \log_9 (4x - 3)$$

의 서로 다른 모든 실근의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ 에 대하여, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. $\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여, $\cos \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\sin(\pi - \theta)$ 의 값은?

[2점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

4. 모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x-4} & (x \leq k) \\ x-3 & (x > k) \end{cases}$$

일 때, 상수 k 의 값은? (단, $k \neq 4$) [3점]

- ① 1 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ 6

5. 함수 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + ax + 1$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하자.
 $F(0) = 0, F(a) = a$ 일 때, $f(a)$ 의 값은? (단, a 는 0이 아닌 상수)
 [3점]

- ① -21 ② -20 ③ -19 ④ -18 ⑤ -17

6. $a_2 > a_7$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_5 a_9 = 49, \quad a_7 a_9 = 196$$

일 때, $a_{10} - a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 49 ② 56 ③ 63 ④ 70 ⑤ 77

7. 점 $(3,3)$ 에서 곡선 $y = x^3 - kx + 1$ 에 그은 접선이 곡선 위의 점 $(-1,k)$ 을 지날 때, 가능한 모든 상수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

8. 서로 다른 두 실근이 존재하는 방정식

$$2^{x+m} + 2x^2 - 11x + 13 = 0$$

을 만족하는 두 실근을 α, β 라고 하자. $\beta - \alpha = 1$ 일 때, m 의 값은? (단, m 은 상수) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 상수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|f(x-1)| + \{f(x+a)\}^2}{x-1} = a$$

를 만족시킬 때, $f(a+2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 공차가 d 인 두 등차수열 a_n, b_n 이 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족한다.

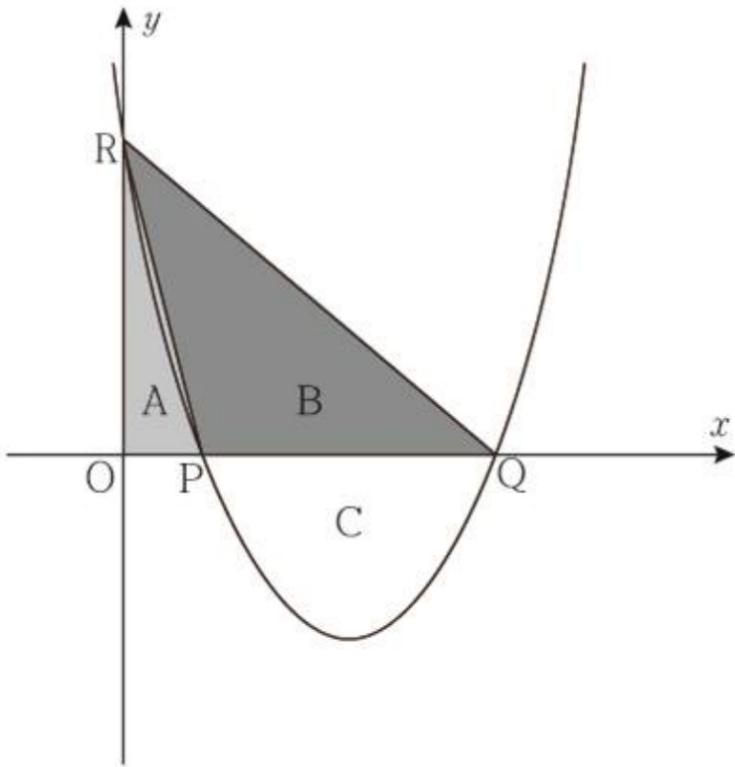
(가) $a_n b_n \leq 0$ 을 만족시키는 자연수 n 은 4개이다.

(나) $a_2 = b_5$

$a_4 = 4$ 일 때, 가능한 a_5 의 값의 합은? (단, $d > 0$) [4점]

- ① 14 ② $\frac{46}{3}$ ③ $\frac{50}{3}$ ④ 18 ⑤ $\frac{58}{3}$

11. 그림과 같이 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 x 축과 만나는 서로 다른 두 점을 P, Q 라 하고, y 축과 만나는 점을 R 이라 하자. x 축 및 y 축과 선분 PR 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , x 축과 선분 PR 및 선분 QR 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B , 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 C 라고 할 때, $A+B+C=100$ 이고 $3B=4C$ 이다. 이때, $f(10)$ 의 값은? [4점]



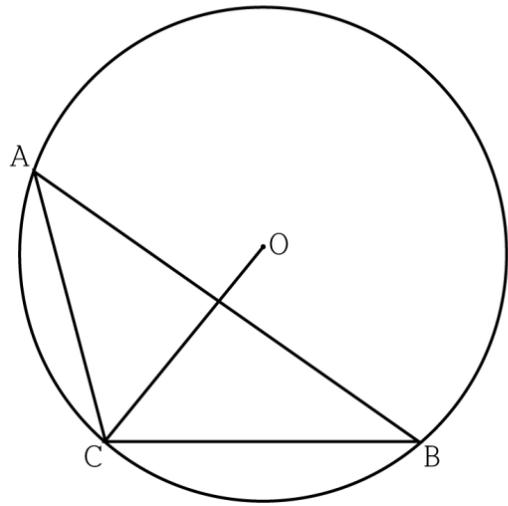
- ① 13 ② 16 ③ 19 ④ 22 ⑤ 25

12. 그림과 같이 반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 원에 내접하는 삼각형 ABC 가 있다. 원의 중심 O 에 대하여

$$\angle BAC = \angle OCB, \overline{BC} = \sqrt{2} \times \overline{AC}$$

일 때, 선분 AB 의 길이를 k 라고 하자. 이때, k^2 의 값은?

(단, $\angle BCA > \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $14+8\sqrt{3}$ ② $14+10\sqrt{3}$ ③ $16+6\sqrt{3}$
 ④ $16+8\sqrt{3}$ ⑤ $16+10\sqrt{3}$

13. 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도를 $v(t)$, 위치를 $x(t) = t^3 + at^2 + bt - 2$ 라 하자. $0 \leq t \leq 4$ 인 t 에 대해 $|x(t)| \leq 2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 상수)

<보 기>

ㄱ. $v(0) \geq 0$

ㄴ. $0 < k \leq 4$ 일 때, $|x(k)| = 2$ 이면, $v(k) = 0$ 이다.

ㄷ. $\int_0^4 |v(t)| dt$ 의 최댓값은 12이다.

[4점]

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 공차가 0이 아니고 모든 항이 자연수인 등차수열 a_n 과 수열 b_n, c_n 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족한다.

$$(가) \quad b_n = \begin{cases} 1 & (\frac{n!}{2^p} \text{가 정수인 경우}) \\ -1 & (\frac{n!}{2^p} \text{가 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

$$(나) \quad c_n = \sum_{k=1}^n a_k b_k$$

$c_6 < 0, c_{12} > 0, 48 < c_{12} - c_6 < 55$ 일 때, 가능한 모든 p 값의 합을 m 이라고 하자. $m + a_m$ 의 값은? (단, p 는 홀수인 자연수)

[4점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 양의 실수 t 에 대하여 함수

$$g(x) = |f(x-t)f'(x+t)|$$

가 미분가능하지 않은 점의 개수를 $h(t)$ 라 할 때, 두 함수 $f(x), h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(0) = 0, f'(0) < 0, f'(\frac{6}{5}) \neq 0$$

(나) 함수 $h(t)$ 가 불연속이 되는 실수 t 의 값을 크기순으로 모두 나열하면 $k(k > 0), \frac{3}{5}, 2$ 이다.

$10k + f(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 111 ② 122 ③ 133 ④ 144 ⑤ 155

단답형

16. $\overline{AB} = 9, \overline{AC} = 10$ 이고, $\tan(\angle BAC) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 인 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = (x-1)(x^2 + 3x + 5)$ 에 대하여 $f'(1) + f'(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. $a_1 = 3$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^7 2a_{k+1} = 14$ 일 때, $\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값을 구하시오. (단, $k > 0$ 인 상수) [3점]

19. 서로 다른 세 실근을 갖는 함수 $f(x) = -x^3 + x^2 + 5x + a$ 의 극솟값이 $a^2 - 5a + 5$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

20. $n \leq 30$ 인 자연수 n 에 대하여 직선 $y = t$ (t 는 실수)와 두 곡선 $y = \log_2 x, y = \log_2(x - n)$ 이 만나는 점을 각각 P, Q 라 하고, 점 Q 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 R 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수를 구하시오.

어떤 음이 아닌 실수 t 에 대해서 $\overline{PQ} + \overline{RQ} \geq 15$ 이다.

[4점]

21. 다항함수 $f(x)$ 와 모든 실수 x 에서 정의된 함수 $g(x) = f(x-p)$ ($p \neq 0$)가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow -1} \left| \frac{f(x)}{(x+1)^n} \right| = n \text{ (} n \text{은 자연수)}$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{g(x)} = -\infty$$

$$(다) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{(x-1)f(x)} = k \text{ (} k \text{는 } 0 \text{이 아닌 상수)}$$

가능한 모든 함수 $f(x)$ 중 차수가 가장 낮은 함수를 $h(x)$ 라 할 때, $p+h(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 자연수 a 에 대하여 닫힌구간 $[0, 80]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \text{가 있다. 이때, 실수 } t \text{에 대하여 방정식}$$

$f(x) = t$ 의 서로 다른 모든 실근의 합을 $g(t)$ 라고 하자.

$-a < t < 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $g(t) = 180$ 일 때, $g\left(\frac{a}{2}\right)$ 의 값

을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.