

2027학년도 필요충분 모의고사 시즌1 문제지

수학 영역

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

나는 최선을 다해서 최고가 된다.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- 공통과목 1~8 쪽
- 선택과목
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 1 회

수학 영역



5지선다형

1. $3^{\sqrt{2}+1} \div 3^{\sqrt{2}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

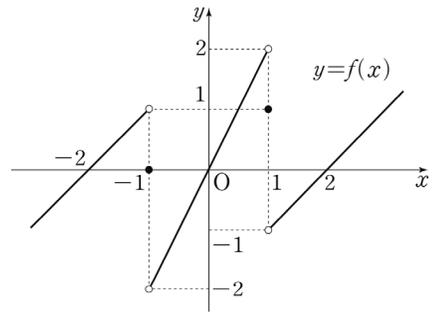
3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_8}{a_5} = \frac{1}{8}, a_2 \times a_4 = 9$$

일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 12 ③ 9 ④ 6 ⑤ 3

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a$ 라 할 때, $f(a)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x < 2) \\ 2x + a & (x \geq 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

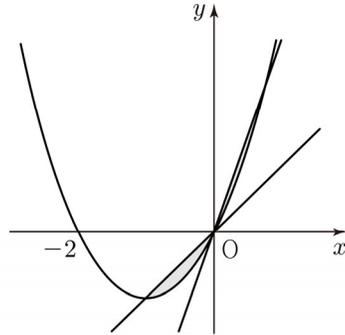
6. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여

$$\frac{1}{1 + \tan\theta} + \frac{1}{1 - \tan\theta} = -2$$

일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

7. 그림과 같이 곡선 $y = x^2 + 2x$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선 $y = x^2 + 2x$ 와 직선 $y = mx$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 같도록 하는 실수 m 의 값은? (단, $m > 2$) [3점]



- ① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{11}{4}$ ④ 3 ⑤ $\frac{13}{4}$

8. 1이 아닌 세 양수 a, b, c 에 대하여

$$\log_c a = 2\log_b a, \log_a b + \log_a c = 6$$

일 때, $\log_a b \times \log_a c$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9

9. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 5x$ 에 대하여

$$\int_1^2 f(x)dx = a + \int_{-2}^1 (x^2 - f(x))dx$$

를 만족시키는 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

10. 함수 $y = 2\cos\left(\frac{3}{2}x\right) + 1$ ($0 \leq x \leq 2\pi$)의 그래프가 직선

$y = k$ 와 서로 다른 세 점에서 만나고, 이 세 교점을 x 좌표가 작은 점부터 차례대로 A, B, C라 하자. 직선 OB와 직선 OC의 기울기의 비율이 7:5일 때, 직선 OA의 기울기는?

(단, k 는 상수이고, O는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{10}{\pi}$ ② $\frac{9}{\pi}$ ③ $\frac{8}{\pi}$ ④ $\frac{7}{\pi}$ ⑤ $\frac{6}{\pi}$

11. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가

$$v(t) = 3t^2 - 14t + 16$$

이다. 점 P가 출발한 후 처음으로 운동 방향을 바꿀 때, 점 Q가 원점을 출발하여 일정한 속도 a 로 수직선 위를 움직인다. 시각 $t=6$ 에서 두 점 P, Q가 만날 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

12. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

$a_m + a_{2m} = 23$ 과 $a_m \times a_{2m} = 112$ 를 동시에 만족시키는 자연수 m 이 존재한다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

13. 곡선 $y = \frac{8x^3 + x^2}{7}$ 의 제1사분면 위의 한 점에서 그은

접선을 l 이라 하자. y 축이 곡선 $y = \frac{8x^3 + x^2}{7}$, 직선 l 과 만나는

점을 각각 A, B라 하고 직선 $x = a$ 가 곡선 $y = \frac{8x^3 + x^2}{7}$,

직선 l 과 만나는 점을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ABDC는 $\angle ABD = 45^\circ$ 인 평행사변형이다. 사각형 ABDC의 넓이는?

(단, a 는 $a > 0$ 인 상수이다.) [4점]

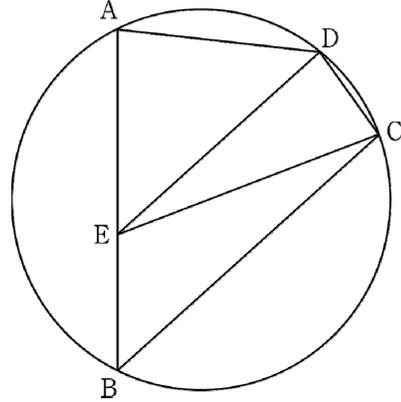
- ① $\frac{5}{32}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{7}{32}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{9}{32}$

14. 그림과 같이 원 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D에

대하여 선분 AB 위의 한 점 E를 두 직선 BC, DE가 평행하도록 잡을 때,

$$\overline{AD} = \overline{AE} = 3, \quad \overline{BE} = 2, \quad \overline{DE} = 4$$

이다. \overline{CE}^2 의 값은? [4점]



- ① $\frac{203}{12}$ ② $\frac{205}{12}$ ③ $\frac{69}{4}$ ④ $\frac{209}{12}$ ⑤ $\frac{211}{12}$

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$g(x) = \begin{cases} x \int_0^x f(t) dt & (x < 1) \\ (1-x) \int_0^1 f(t) dt - 1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?
[4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x = k (k < 0)$ 에서만 극솟값을 갖는다.
(나) $g\left(\frac{9}{8}\right)$ 의 값이 정수이다.

- ① -2 ② $-\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{10}{3}$ ④ -4 ⑤ $-\frac{14}{3}$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 9$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{n}{n+2} a_n + 1$$

을 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x - 2)f(x) = 30$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x + 2)f(x)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. $0 < x < 12$ 일 때, 방정식

$$2 \left| \sin \frac{\pi x}{6} \right| = 1 - \sin \frac{\pi x}{6}$$

의 모든 실근의 합을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 - 3x + 5$ 의 극댓값과 함수 $y = -f(x-2) + a$ 의 극댓값이 같도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

20. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

• 상수 k 와 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{3n-2} + a_{3n-1} = k, \quad a_{3n} + a_{3n+1} + a_{3n+2} = \frac{1}{n^2 + n}$$

이다.

• $\sum_{n=1}^{35} a_n = 1$

다음은 a_{33} 의 값을 구하는 과정이다.

$b_n = a_{3n} + a_{3n+1} + a_{3n+2}$ 라 하면

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{35} a_n &= (a_1 + a_2) + \sum_{n=1}^{(가)} b_n \\ &= k + \sum_{n=1}^{(가)} \frac{1}{n^2 + n} \\ &= k + (나) \end{aligned}$$

이므로 $k = 1 - (나)$ 이다.

따라서 $a_{3n-2} + a_{3n-1} = k$ 의 좌변에 $n = 12$ 를 대입하면

$$a_{34} + a_{35} = 1 - (나) \quad \cdots \textcircled{1}$$

이고, $a_{3n} + a_{3n+1} + a_{3n+2} = \frac{1}{n^2 + n}$ 의

양변에 $n = 11$ 을 대입하면

$$a_{33} + a_{34} + a_{35} = \frac{1}{132} \quad \cdots \textcircled{2}$$

이다.

$\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 에 의하여

$$\begin{aligned} a_{33} &= (a_{33} + a_{34} + a_{35}) - (a_{34} + a_{35}) \\ &= (다) \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $-72pqr$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \frac{x^2 - 7x + 14}{2} \text{가 있다. 3 이하의 모든 자연수 } k \text{에 대하여}$$

$\lim_{x \rightarrow k} \frac{f(g(x))}{f(x)}$ 의 값이 존재하고, 정의역이 $\{1, 2, 3\}$ 인 함수

$h(k)$ 를

$$h(k) = \lim_{x \rightarrow k} \frac{f(g(x))}{f(x)}$$

라 할 때, $h(2) > 2$, $h(1) \times h(3) = 2$ 이다. $f(6)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

22. 2 이상의 자연수 n 과 실수 $k(k > 1)$ 에 대하여 곡선

$y = n^x - k$ 가 x 축과 만나는 점을 P, y 축과 만나는 점을 Q라 하자. 점 $A(0, 56)$ 에 대하여 곡선 $y = n^x - k$ 위의 제1사분면에 있는 점 R를 두 직선 PQ, RA가 서로 평행하도록 잡을 때, 네 점 P, Q, R, A가 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 n 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $\overline{RA} = 2 \times \overline{PQ}$

(나) 사각형 PQAR의 넓이가 자연수이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 1 회

수학 영역(확률과 통계)



5지선다형

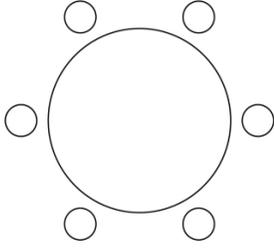
23. ${}_2P_3 \times {}_2H_3$ 의 값은? [2점]

- ① 32
- ② 36
- ③ 40
- ④ 44
- ⑤ 48

24. 6개의 문자 a, a, b, b, c, c 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 60
- ② 70
- ③ 80
- ④ 90
- ⑤ 100

25. 그림과 같이 원탁의 둘레에 일정한 간격으로 6개의 의자가 놓여 있다. 이 6개의 의자에 여학생 3명과 남학생 3명이 둘러앉을 때, 모든 여학생이 적어도 한 명의 남학생과 이웃하여 앉는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.) [3점]

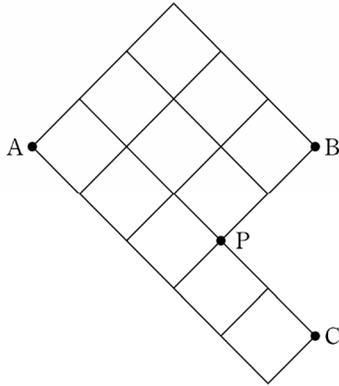


- ① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96

26. $1 \leq x \leq y \leq z^2 \leq 9$ 을 만족시키는 홀수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? (단, $z > 0$ 이다.) [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

27. A지점에서 출발하여 이 도로망을 따라 P지점을 지나지 않고 B지점 또는 C지점까지 최단거리로 이동하는 경우의 수는?
[3점]



- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

(가) $f(1) \times f(2) \times f(3) = 4^n$ 인 자연수 n 이 존재한다.
(나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

- ① 180 ② 192 ③ 204 ④ 216 ⑤ 228

단답형

29. 다음 조건을 만족시키는 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 세 부분집합 A, B, C 의 모든 순서쌍 (A, B, C) 의 개수를 구하십시오. [4점]

- (가) $n(A \cup B) = 2, A \cap C = \emptyset$
- (나) 두 집합 A, C 는 모두 공집합이 아니다.

30. 그림과 같이 1부터 16까지의 숫자가 하나씩 적혀 있는 16개의 타일이 있다. 16개의 타일 중 5개의 타일을 골라 4개의 타일은 빨간색으로, 1개의 타일은 파란색으로 색칠할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하십시오. (단, 빨간색으로 색칠한 타일끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 빨간색으로 색칠한 모든 타일에 적힌 네 수 중 어떤 두 수의 차도 4보다 작지 않다.
- (나) 빨간색으로 색칠한 모든 타일에 적힌 네 수 중 가장 큰 수와 파란색으로 색칠한 타일에 적힌 수의 합이 29 이하이다.

| | | | |
|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 |

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하십시오.

제 1 회

수학 영역(미적분)



5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n^2+n)(2n-1)}{(2n+1)(n^2+2)}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

24. 등비수열 $\left\{ \left(\frac{|x|-1}{3} \right)^n \right\}$ 가 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

25. 공차가 0이 아닌 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 가 다음 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + na_n} - \sqrt{n^4 + nb_n}) = 4 \\ \text{(나)} & a_3 = b_4 \end{aligned}$$

$a_5 - b_6$ 의 값은? [3점]

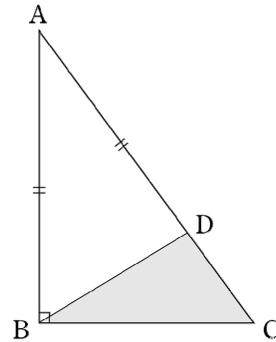
- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

26. 그림과 같이 $\overline{AB} = n$, $\overline{BC} = \sqrt{n+2}$, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인

직각삼각형 ABC가 있다. 변 AC 위에 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D를 잡을 때, 삼각형 BCD의 넓이를 S_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{\sqrt{n+1}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2



27. 함수 $y = \frac{\pi}{2x}$ 의 그래프와 함수 $y = \sin x$ 의 그래프가 만나는

점의 x 좌표 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두

나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{\sin a_{k+1}}$ 의

값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$

28. 두 상수 $a(a > 0)$, b 와 $x \geq 0$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$\left\{ f(x) - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+1} + ax^n + 1}{x^{n+1} + 1} \right\} \{ f(x) - bx \} = 0 \text{이다.}$$

(나) 함수 $f(x)$ 의 치역이 집합 $\{y \mid 1 \leq y \leq 2\}$ 이다.

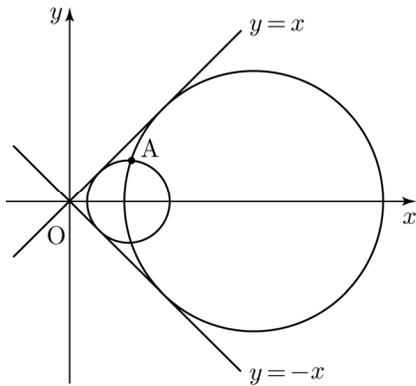
$f(1) = \frac{a+2}{2}$ 일 때, $f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) + f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $2 - \sqrt{5}$ ② $2 - \sqrt{3}$ ③ 2
 ④ $2 + \sqrt{3}$ ⑤ $2 + \sqrt{5}$

단답형

29. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 점 $A(2n+1, n)$ 을 지나고 두 직선 $y=x$ 와 $y=-x$ 에 동시에 접하는 원은 2개가 있다. 이 두 원의 넓이를 각각 S_n, T_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|S_n - T_n|}{\sqrt{n^a + 1}} = b\pi$ 를 만족한다. $\left(\frac{b}{a}\right)^2$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 양수이다.) [4점]



30. 자연수 n 에 대하여 세 변의 길이의 합이 n 이고

$\angle A_n = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 $A_n B_n C_n$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,

두 상수 a, b ($b > 0$)의 합 $a+b$ 의 값이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\overline{A_n B_n} \times n^a) = \sqrt{3}$
 (나) 삼각형 $A_n B_n C_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \{S_n \times n^{-|2a+1|}\} = b$ 이다.

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.