

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{8}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 함수 $f(x) = 6x^2 - 4x + 2$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ 의 값은?

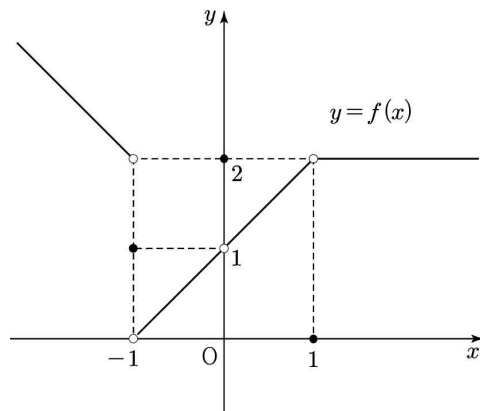
[2점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) < 0$, $\sin(\theta - \pi) = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 함수 $f(x)=(x-1)(x^2+2x+2)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

6. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_7 = \frac{1}{2}, \quad a_1 + a_2 = 2(a_4 + a_5)$$

일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

7. 함수 $f(x)=x^3+x^2+ax$ 에 대하여

$$\int_{-1}^1 (f(x)+x^2)dx = 2 \int_0^1 f(x)dx$$

일 때, 실수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

8. 두 양수 a, b 가

$$\log_3 \sqrt{a} \times \log_a b = 2, \log_2 a + \log_4 b = 3$$

을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 64 ② 72 ③ 80 ④ 88 ⑤ 96

9. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq a) \\ x+4 & (x < a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이도록 하는 실수 a 의 값은 1뿐이다. $f(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

10. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 부등식

$$\sum_{k=1}^{m+4} a_k > \sum_{k=1}^m a_k$$

을 만족시키는 자연수 m 의 최솟값은 4이다. $a_{10} = 12$ 일 때, a_1 의 값은? [4점]

- ① -33 ② -24 ③ -15 ④ -6 ⑤ 3

11. 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 위치가

$$x(t) = t^3 + at^2 + bt$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. $a=3$ 이면, 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 가속도는 12이다.
 ㄴ. $b < 0$ 이면, 점 P는 출발한 후 운동 방향을 적어도 한 번 바꾼다.
 ㄷ. $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면, 점 P는 출발한 후 원점을 지나지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

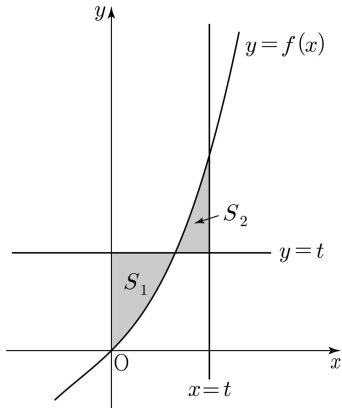
12. 실수 $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선 $y = \log_a(x-3)$ 의 점근선이 곡선 $y = \log_a x$ 과 만나는 점을 A라 하자. 곡선 $y = \log_a x$ 위의 점 B와 곡선 $y = \log_a(x-3)$ 위의 점 C에 대하여 선분 BC는 x 축과 평행하고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다. 삼각형 ABC의 넓이가 6일 때, 실수 a 의 값은? [4점]

- ① $2^{\frac{1}{8}}$ ② $2^{\frac{1}{4}}$ ③ $2^{\frac{1}{2}}$ ④ 2 ⑤ 4

13. 함수

$$f(x) = \frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + x$$

가 있다. $t > 0$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=t$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 곡선 $y=f(x)$ 와 두 직선 $x=t$, $y=t$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 - S_2 = g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 의 최댓값은? [4점]

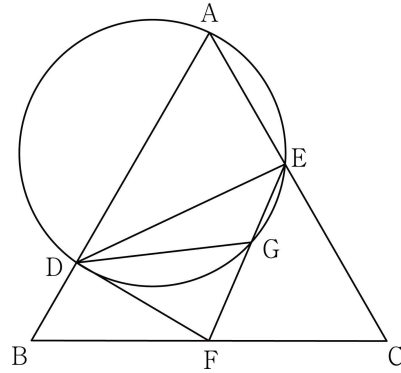


- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

14. 그림과 같이 정삼각형 ABC가 있다. 선분 AB 위에 점 D와 선분 AC 위에 점 E를 $\overline{DE}=3$ 이 되도록 잡고, 선분 BC의 중점을 F라 하자.

$$\sin(\angle BDF) : \sin(\angle FEC) = 5 : 4, \quad \cos(\angle DFE) = \frac{1}{8}$$

일 때, 삼각형 ADE의 외접원이 선분 EF와 만나는 점 중 E가 아닌 점을 G라 하자. $\overline{DG} \times \sin(\angle DEG)$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{8}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{8}$ ⑤ $\sqrt{3}$

15. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$\lim_{x \rightarrow t} \frac{f(x) - x - t}{xf(x) + t}$ 의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 t 는 $k(k > 0)$ 뿐이다.

$f(2k)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = 2a_n + n$$

을 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 8x + 3$ 이고 $f(1) = 2$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \sin bx + 1$ 의 최댓값이 4 이고, 주기가 $\frac{1}{2}\pi$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 양의 실수 a 에 대하여 함수

$$f(x) = 2x^3 - 3ax^2 - 12a^2x + 4$$

의 극솟값이 -36 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오.

[3점]

20. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- $a_1 = -\frac{27}{2}$

- 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = (-1)^n a_{n+1} + n^2$$

이다.

다음은 $\sum_{n=1}^{10} (-1)^n a_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

2 이상의 자연수 n 에 대하여 $a_n = \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^{n-1} a_k$ 이므로

$$a_n = (-1)^n a_{n+1} - (-1)^{n-1} a_n + 2n - 1$$

이다. 따라서 자연수 m 에 대하여 $n = 2m$ 일 때

$$a_{2m+1} = -4m + 1$$

이고 $n = 2m+1$ 일 때

$$a_{2m+1} = -\frac{a_{2m+2}}{2} + 2m + \frac{1}{2}$$

이므로, 두 식을 정리하면

$$a_{2m+2} - a_{2m+1} = \boxed{(가)} \dots \textcircled{1}$$

이다.

$$\sum_{k=1}^n a_k = (-1)^n a_{n+1} + n^2$$

에서 양변에 1을 대입하고 정리하면,

$$a_1 - a_2 = \boxed{(나)} \dots \textcircled{2}$$

이다. $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 에 의하여

$$\sum_{n=1}^{10} (-1)^n a_n = \sum_{n=1}^5 a_{2n-1} - \sum_{n=1}^5 a_{2n}$$

$$= a_1 - a_2 - \sum_{n=1}^4 (a_{2n+2} - a_{2n+1}) = \boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(m)$ 이라 하고, (나), (다)에 알맞은

수를 각각 p, q 라 할 때, $\frac{p \times q}{f(2)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(10)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

함수 $F(x) - \int_1^x g(t)dt$ 는 구간 $[0, \infty)$ 에서 증가하고,

함수 $F(x) - x \int_1^x g(t)dt$ 는 구간 $[0, \infty)$ 에서 감소한다.

22. $k > \frac{1}{3}$ 인 실수 k 에 대하여 곡선 $y = 4^x - 4k$ 위의 서로 다른 두 점을 x 좌표가 작은 것부터 크기 순서대로 A, B라 할 때, 곡선 $y = 2^x - 3k$ 가 점 A를 지난다. 두 선분 OA, OB가 곡선 $y = \frac{1}{3} \times 8^x - k$ 와 각각 한 점에서 만나고, 그 점을 각각 C, D라 하자.

$$\overline{AC} \times \overline{BD} = \overline{OC} \times \overline{OD}, \quad (\text{직선 AB의 기울기}) = 5k$$

- 일 때, $k = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 0는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. ${}_4H_3$ 의 값은? [2점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

24. 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 세 자리 자연수 중 짝수의 개수는?

[3점]

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

25. 남학생 4명, 여학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 적어도 두 명의 여학생이 서로 이웃하여 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 464 ② 492 ③ 520 ④ 548 ⑤ 576

26. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [3점]

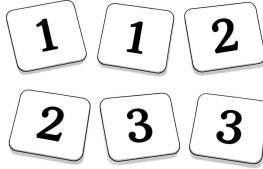
(가) $a+b+c+d=12$

(나) $a+b$ 의 값은 3의 배수이다.

- ① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60

27. 세 개의 동전과 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 각 동전을 던져 나온 앞면의 개수만큼 카드를 무작위로 뽑을 때, 뽑은 카드에 적힌 수의 합이 홀수가 되는 경우의 수는? [3점]

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

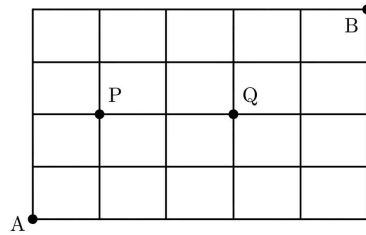


28. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다.

이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 갈 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? [4점]

- (가) P지점에서는 우회전을 하지 않는다.
 (나) Q지점에서는 좌회전을 하지 않는다.

- ① 94 ② 98 ③ 102 ④ 106 ⑤ 110



단답형

29. 6 개의 문자 a, A, b, B, c, C 를 다음 조건을 만족시키도록 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 같은 알파벳의 소문자가 대문자의 오른쪽에 위치하도록 나열한다.
 (나) A 는 B 의, B 는 C 의 왼쪽에 위치하도록 나열한다.

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

함수 f 의 치역의 모든 원소의 합은 5의 배수이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+n}{4n^2-2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+2)a_n}{2n^2} = 4$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+6}{na_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

25. 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$n-3 < a_n < n+2$$

$$3n^2-1 < b_n < 3n^2+4n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n + b_n}{n^2}$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

26. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{ka_k} = \frac{1}{n^2}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + n}{n^2}$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

27. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \tan \frac{\pi x}{n}$ 와 직선 $y = -x + n$ 이
 만나는 점 중 x 좌표가 $-n^2 + n$ 보다 크고 $n^2 + n$ 보다 작은 모든
 점들의 x 좌표의 합을 a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2 + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

28. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가
 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|x|^n + f(x)}{(f(x))^n + 2}$$

이다. $g(-2) = 1$, $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$ 일 때, $f\left(-\frac{3}{4}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{11}{8}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{13}{8}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

단답형

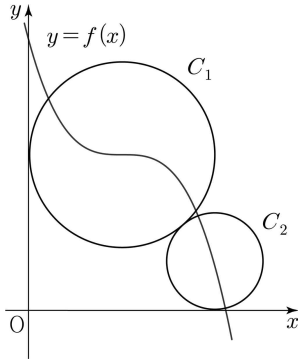
29. 자연수 n 에 대하여 모든 항이 양수인 두 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 이 있다. 함수

$$f(x) = -a_n(x-n)^3 + b_n$$

에 대하여 점 $(n, f(n))$ 이 중심인 원 C_1 은 y 축과 접하고, 점 $(2n, f(2n))$ 이 중심인 원 C_2 는 x 축과 원 C_1 에 접한다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n = \frac{4}{3}$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \int_0^{2n} f(x) dx$ 의 값을 구하시오.

(단, 모든 자연수 n 에 대하여 $f(2n) > 0$ 이다.) [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 첫째항이 음의 정수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(a_1)f(a_2) > 0$ 이고, 2이상의 모든 자연수 n 에 대하여 $f(a_n)f(a_{n+1}) < 0$ 이다.

(나) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{f(a_{n+1})}{(a_1)^n} \right| = 4$

$f(2\sqrt{3}a_2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.