

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

2. 함수 $f(x) = x^4 + 3x^2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?
[2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^3 (a_{2n-1} - 2) = \sum_{n=1}^3 (n - a_{2n})$ 일 때,

$\sum_{n=1}^6 a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3f(0) - 4$$

를 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 + x)f(x)$$

라 하자. $f(1)=2$, $g'(1)=20$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. $\sin\theta = \frac{\sqrt{7}}{3}$ 이고 $\cos(\theta - \pi) > 0$ 일 때, $\tan(\pi - \theta)$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{\sqrt{14}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{14}}{2}$

7. 곡선 $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{4}x^3 - 2$ 위의 점 $(2, 0)$ 에서의 접선의 y 절편은? [3점]

- ① -13 ② -12 ③ -11 ④ -10 ⑤ -9

8. $\log_8 56 - \frac{k}{\log_7 2} = 1$ 일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

9. $0 \leq x \leq 3$ 에서 정의된 함수 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x$ 가 있다.

곡선 $y = f(x)$ 위의 두 점 $A(a, f(a)), B(b, f(b))$ ($0 < a < b$)에 대하여 삼각형 OAB 의 무게중심의 y 좌표가 2일 때, $\overline{OA}^2 + \overline{AB}^2$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

10. 함수 $f(x) = 4\cos ax + b$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 양수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최솟값은? [4점]

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x = \frac{\pi}{3}$ 에서 최솟값 0을 갖는다.

(나) $f\left(\frac{\pi}{5}\right) > f\left(\frac{\pi}{2}\right)$

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

11. 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 k 에 대하여 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 위치 x 는

$$x = t^3 - 3t^2 + kt$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $k=6$ 이면, 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 속도는 3이다.
 ㄴ. $k=0$ 이면, 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에 점 P의 가속도는 6이다.
 ㄷ. 출발한 후 점 P가 운동 방향을 바꾸지 않도록 하는 실수 k 의 최솟값은 3이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 등비수열 $\{a_n\}$ 이 어떤 자연수 m 에 대하여

$$a_4 = m, \quad a_m = 2a_6 = 4a_{4m-3}$$

을 만족시킬 때, $a_1 + a_{10}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{21}{4}$ ② 6 ③ $\frac{27}{4}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{33}{4}$

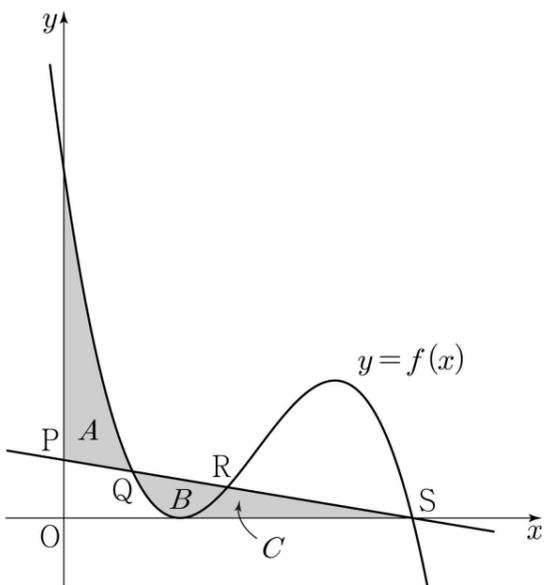
13. 최고차항의 계수가 -1 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(1)=f'(1)=f(3)=0$$

을 만족시킨다. 그림과 같이 점 $S(3, 0)$ 을 지나고 기울기가 m 인 직선이 y 축과 만나는 점을 P , 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 S 가 아닌 두 점을 x 좌표가 작은 순으로 Q, R 이라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 선분 PQ 로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 QR 로 둘러싸인 영역을 B , 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 선분 RS 로 둘러싸인 영역을 C 라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) = (B \text{의 넓이}) + (C \text{의 넓이}) + \frac{1}{6}$$

일 때, 상수 m 의 값은? (단, $-1 < m < 0$) [4점]

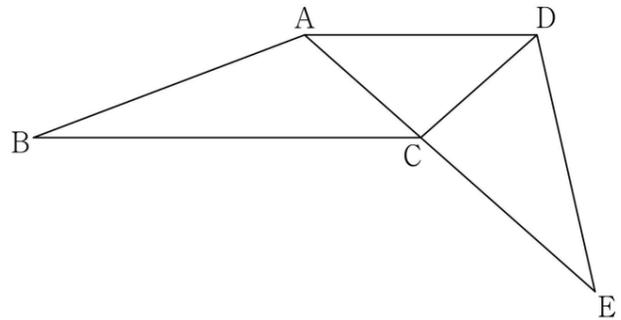


- ① $-\frac{1}{6}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{5}{12}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = \sqrt{14}$, $\overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC 가 있다.

점 A 를 지나고 직선 BC 에 평행한 직선 위에 $\overline{CA} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡을 때, 두 삼각형 ABC, ACD 의 외접원의 넓이의 비가 $7:2$ 이다. 직선 AC 위의 점 E 에 대하여

삼각형 AED 의 넓이가 $\frac{15\sqrt{7}}{8}$ 일 때, 삼각형 AED 의 외접원의 넓이는? (단, $\angle EAD < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{23}{7}\pi$ ② $\frac{69}{14}\pi$ ③ $\frac{46}{7}\pi$ ④ $\frac{115}{14}\pi$ ⑤ $\frac{69}{7}\pi$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(7)$ 의 값은? [4점]

(가) $f(3)f(4) < 0$, $f(5) = 0$

(나) $\lim_{x \rightarrow n} \frac{|f(x)| - |f(n)|}{|x^2 - n^2|}$ 의 값이 0이 아닌 실수로 존재하는 정수 n 의 개수는 3이다.

- ① 50 ② 54 ③ 58 ④ 62 ⑤ 66

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_3 = 20$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = na_n + 2^n$$

을 만족시킨다. a_1 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 4x^3 + 9x^2 - 6x$ 이고 $f(1) = 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 자연수 k 에 대하여 곡선 $y = \log_2(4x - k^2 - 3)$ 이 직선 $x = k$ 와 만날 때, k 의 값을 구하시오. [3점]

19. 실수 $a (a \neq 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = ax^3 - 11x^2 + 10x + 4$$

라 하자. 직선 $y = 2x$ 가 제1사분면에서 곡선 $y = f(x)$ 에 접할 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

20. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 소수 k 와 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- $a_{n+1} > a_n, (a_{n+1} - a_n) \times (a_{n+2} - a_{n+1}) = k^3$
- $a_n + a_{n+1}$ 의 값은 짝수이다.

다음은 $a_{20} = 5a_3$ 이 되도록 하는 a_1 의 값을 구하는 과정이다.

k 가 소수이고 수열 $\{a_n\}$ 의 모든 항이 자연수이므로 모든 자연수 n 에 대하여 $\{a_{n+1} - a_n, a_{n+2} - a_{n+1}\} = \{1, k^3\}$ 이거나 $\{a_{n+1} - a_n, a_{n+2} - a_{n+1}\} = \{k, k^2\}$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n + a_{n+1}$ 의 값이 짝수이므로 수열 $\{a_n\}$ 의 모든 항이 홀수이거나 모든 항이 짝수이다. 따라서 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} - a_n$ 의 값이 짝수이므로 $\{a_{n+1} - a_n, a_{n+2} - a_{n+1}\} = \{k, k^2\}$ 이고, $k = \boxed{(가)}$ 이다.

모든 자연수 n 에 대하여 다음과 같이 경우를 나누자.

(i) $a_{2n} - a_{2n-1} = k, a_{2n+1} - a_{2n} = k^2$ 인 경우
 수열 $\{a_{2n-1}\}$ 은 공차가 $\boxed{(나)}$ 인 등차수열이고 $a_{20} - a_{19} = k, a_{20} = 5a_3$ 이므로 a_1 의 값이 자연수가 아니다.

(ii) $a_{2n} - a_{2n-1} = k^2, a_{2n+1} - a_{2n} = k$ 인 경우
 수열 $\{a_{2n-1}\}$ 은 공차가 $\boxed{(나)}$ 인 등차수열이고 $a_{20} - a_{19} = k^2, a_{20} = 5a_3$ 이므로 a_1 의 값은 $\boxed{(다)}$ 이다.

(i), (ii)에 의하여 $a_1 = \boxed{(다)}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $p+q+r$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 두 상수 $a, b (a < 0)$ 과 이차함수 $f(x)$ 에 대하여
 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을
 만족시킨다.

(가) $x \leq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여
 $g(x) \geq g(0)$ 이다.

(나) $x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) = \int_1^x f(t) dt, \quad g(g(x)) = (g(x))^3 + a(g(x))^2 + b$$

이다.

$\int_{-3}^3 g(x) dx$ 의 최솟값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 1보다 큰 두 실수 a, k 에 대하여 두 곡선

$$y = a^x - 1, \quad y = -k \times \left(\frac{1}{a}\right)^x + k$$

가 x 좌표가 $p (p > 0)$ 인 점 A에서 만난다.

곡선 $y = \log_a(x+1) + 4$ 가 y 축과 점 B에서 만나고

곡선 $y = -k \times \left(\frac{1}{a}\right)^x + k$ 와 x 좌표가 0보다 크고 p 보다 작은

점 C에서 만날 때, 점 C를 지나고 y 축에 평행한 직선이

곡선 $y = a^x - 1$ 과 만나는 점을 D라 하자.

$$\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{OD}$$

일 때, $a^2 + k^2$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이
 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 5개의 문자 h, e, l, l, o 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 60 ② 75 ③ 90 ④ 105 ⑤ 120

24. 자연수 m 에 대하여 ${}_mH_2 = 10$ 일 때, m 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

25. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 3200보다 큰 홀수의 개수는? [3점]

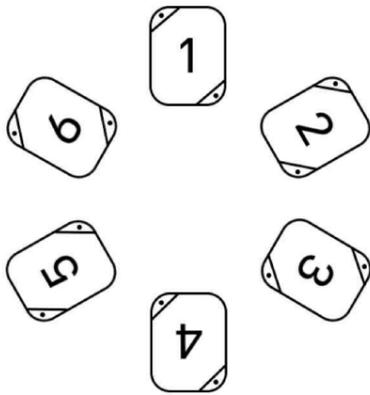
- ① 170 ② 180 ③ 190 ④ 200 ⑤ 210

26. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 사탕 4개와 같은 종류의 초콜릿 4개를 남김없이 나누어 줄 때, 어느 학생도 사탕을 3개 이상 받지 않는 경우의 수는? [3점]

- ① 660 ② 665 ③ 670 ④ 675 ⑤ 680

27. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 여섯 장의 카드가 있다. 이 여섯 장의 카드를 일정한 간격을 두고 원형으로 나열할 때, 이웃한 두 카드에 적혀 있는 숫자의 곱이 20보다 작도록 하는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24



28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

(가) $f(1) \times f(2) \leq f(3) \times f(4) \leq f(4) \times f(5)$
 (나) $\log_4 f(1) + \log_4 f(4)$ 의 값은 정수이다.

- ① 172 ② 175 ③ 178 ④ 181 ⑤ 184

단답형

29. 좌표평면의 원점에 점 P가 있다.

다음 시행을 5번 반복한 후 점 P가 직선 $y = -x + 7$ 위에 있도록 하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

점 P의 좌표가 (p, q) 일 때, 점 P를 세 점

$(p+1, q), (p, q+1), (p+1, q+1)$

중 하나로 이동시킨다.

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 검은 공 5개, 흰 공 5개, 빨간 공 3개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

(가) 각 학생이 받는 공의 색의 종류의 수는 2이다.

(나) 학생 A는 빨간 공을 2개 이상 받는다.

(다) A가 아닌 학생이 빨간 공을 받으면 그 학생은 공을 3개 이하로 받는다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} + \frac{3}{n^2}}{\frac{2}{n} + \frac{4}{n^2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$5n - 1 < a_n < 2n + \sqrt{9n^2 + 1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + n^2}{na_n + 3n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

25. 자연수 k 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = \frac{(\log_3 k)^n + (4 - \log_2 k)^n}{2^n}$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하도록 하는 k 의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

26. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(a_n - 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^2(b_n - 2) = 3$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(2a_n - b_n)}{a_n + 2b_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ 1 ⑤ $\frac{6}{5}$

27. 모든 항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

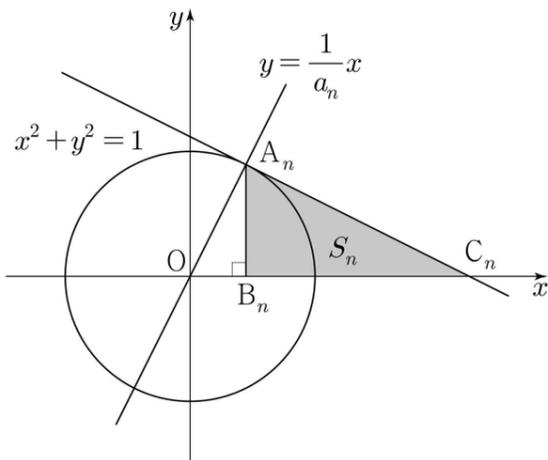
직선 $y = \frac{1}{a_n}x$ 가 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 제1사분면에서 만나는 점을

A_n 이라 하자. 점 A_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 B_n ,

점 A_n 을 지나고 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하는 직선이 x 축과 만나는

점을 C_n 이라 하고, 삼각형 $A_nB_nC_n$ 의 넓이를 S_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{a_1} S_n = \frac{1}{16}$ 일 때, a_2 의 값은? [3점]



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

28. 실수 전체의 집합에서 최솟값이 양수인 이차함수 $f(x)$ 와 상수 a 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{2n} + 2x^n + f(x)}{x^{2n} + x^n + 1}$$

가 있다.

$$g(g(-1)) = 6 - a^2, \quad g(g(0)) = 0$$

일 때, $f(a)$ 의 값은? [4점]

- ① 13 ② 19 ③ 25 ④ 31 ⑤ 37

단답형

29. 자연수 n 에 대하여 $0 < x < 2n$ 일 때, x 에 대한 방정식

$$\sin \pi x = -\frac{1}{3} - 2 \times \frac{(-1)^n}{3}$$

의 서로 다른 모든 실근의 합을 a_n 이라 하자.

두 실수 k, L 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{ka_{2n+1}} - \sqrt{a_{4n}}) = L$ 일 때,

$30 \times k \times L$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 공비가 유리수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\{n \mid a_n \text{은 자연수}\} = \{2, 3, 4\}$$

를 만족시킨다.

$$\frac{2}{3} < \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n + a_1 \times 2^n} < 3, \quad 4 < a_1 < 5$$

일 때, $a_2 + a_3 + a_4$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.