$-n^2+17n<n^2+21$이 성립하므로 $A_n \subset B_n$

$\therefore A_n - B_n = \varnothing$

$\therefore a_1=0,\ a_8=a_9=a_{10}=0$

(ii) $\frac{3}{2} \le n \le 7$, 즉 $2 \le n \le 7$일 때

$-n^2+17n \ge n^2+21$이 성립하므로

$B_n \subset A_n$

$a_n = (-n^2+17n)-(n^2+21)$

$= -2n^2+17n-21$

$\therefore \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{n=2}^{7}(-2n^2+17n-21)$

$= \sum_{n=1}^{7}(-2n^2+17n-21) - \sum_{n=1}^{1}(-2n^2+17n-21)$

$= -2 \times \frac{7\times8\times15}{6} + 17 \times \frac{7\times8}{2} - 21\times7 - (-2+17-21)$

$=55$

28. 이해력 – 지수함수와 로그함수 〔4점〕 정답 20

$f(n)$은 $\log n$의 지표이므로 정수이다.

$1 \le n \le 1000$에서 $0 \le f(n) \le 3$

$2 \le 2n \le 2000$에서 $0 \le f(2n) \le 3$

주어진 조건에서 $2f(n)+f(2n)=3$을 만족시키는 순서쌍 $(f(n),\ f(2n))$은 $(1, 1), (0, 3)$이다.

(i) $(f(n),\ f(2n))=(1, 1)$일 때

$f(n)=1$에서 $10 \le n < 100$

$f(2n)=1$에서 $10 \le 2n < 100$

$5 \le n < 50$

$\therefore 10 \le n < 50$

또한, $g(2n)-2g(n)=0$이므로

$\log n = 1+g(n)$, $\log 2n = 1+g(2n)$에서

$2\log n = 2+2g(n)$

$2\log n - \log 2n = 2+2g(n)-1-g(2n)$

$\log n - \log 2 = 1$

$\log n = \log 20$

$\therefore n=20$

(ii) $(f(n),\ f(2n))=(0, 3)$일 때

$f(n)=0$에서 $1 \le n < 10$

$f(2n)=3$에서 $1000 \le 2n \le 2000$

$500 \le n \le 1000$

따라서, 만족시키는 n은 존재하지 않는다.

(i), (ii)에서 주어진 조건을 만족시키는 자연수는 20이다.

29. 이해력 – 행렬과 그래프 〔4점〕 정답 15

(가)에서 $A(A+E)=E$이므로 $(A+E)^{-1}=A$

$(A+E)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$에서

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (A+E)^{-1}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ ………………… ㉠

또한, $A^2=-A+E$에서

$A^3 = A(-A+E) = -A^2+A$

$= -(-A+E)+A = 2A-E$

(나)에서

$A^3\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$

$(2A-E)\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$

$2A\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix}$

$\therefore A\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ ………………………………… ㉡

㉠, ㉡에서

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

$= -3A\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$= -3\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$

$\therefore x+y=6+9=15$

30. 수학 내적 문제 해결 능력 – 지수함수와 로그함수 〔4점〕 정답 213

정사각형을 그릴 수 있으려면

$\log_4(x+1)+k \le \log_2 x$ $(k=1, 2, 3, \cdots)$를 만족하여야 한다.

(i) $k=1$일 때

$\log_4(x+1)+1 \le \log_2 x$

$\log_4 4(x+1) \le \log_4 x^2$

$x^2 \ge 4(x+1)$

$x \ge 5$일 때 위의 부등식이 성립한다.

(ii) $k=2$일 때

$\log_4(x+1)+2 \le \log_2 x$

$\log_4 16(x+1) \le \log_4 x^2$

$x^2 \ge 16(x+1)$

$x \ge 17$일 때 위의 부등식이 성립한다.

(iii) $k=3$일 때

$\log_4(x+1)+3 \le \log_2 x$

$\log_4 64(x+1) \le \log_4 x^2$

$x^2 \ge 64(x+1)$

$x \ge 65$일 때 위의 부등식이 성립한다.

따라서, $5 \le x \le 16$일 때는 1개의 정사각형을 그릴 수 있고, $17 \le x \le 64$일 때는 2개의 정사각형을 그릴 수 있고, $65 \le x \le 99$일 때는 3개의 정사각형을 그릴 수 있다.

따라서, 정사각형의 개수의 최댓값은

$12\times1+48\times2+35\times3=213$

● [B형]

1. 계산 능력 – 지수함수와 로그함수 〔2점〕 정답 ④

$\sqrt{2\times\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{16}} = \sqrt{2\times2^{\frac{1}{3}}\times\sqrt[3]{2^4}} = \sqrt{2^{\frac{4}{3}}\times2^{\frac{4}{3}}}$

$=2^{\frac{2}{3}}\times2^{\frac{4}{3}}=2^{\frac{6}{3}}=2^2=4$

2. 계산 능력 – 방정식과 부등식 〔2점〕 정답 ④

$\sqrt{5x-1}+3=x$에서

$\sqrt{5x-1}=x-3$

$5x-1=x^2-6x+9$

$x^2-11x+10=0$

$(x-10)(x-1)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=10$

이때, $x=1$은 주어진 무리방정식이 성립하지 않으므로 무연근이다.

$\therefore \alpha=10$

따라서, α가 속하는 집합은 ④이다.

3. 계산 능력 – 함수의 극한과 연속 〔2점〕 정답 ②

$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x^2+3}-(x+1)}{x^2-1}$

$=\lim_{x\to1}\frac{\{\sqrt{x^2+3}-(x+1)\}\{\sqrt{x^2+3}+(x+1)\}}{(x-1)(x+1)\{\sqrt{x^2+3}+(x+1)\}}$

$=\lim_{x\to1}\frac{x^2+3-(x^2+2x+1)}{(x-1)(x+1)\{\sqrt{x^2+3}+(x+1)\}}$

$=\lim_{x\to1}\frac{-2(x-1)}{(x-1)(x+1)\{\sqrt{x^2+3}+(x+1)\}}$

$=\lim_{x\to1}\frac{-2}{(x+1)\{\sqrt{x^2+3}+(x+1)\}}$

$=\frac{-2}{2\times4}$

$=-\frac{1}{4}$

4. 이해력 – 삼각함수 〔3점〕 정답 ②

$\cos^2\theta=\frac{2}{3}$이므로

$\frac{1+\cos2\theta}{2}=\frac{2}{3}$

$\cos2\theta=\frac{1}{3}$

$\sin2\theta=\sqrt{1-\cos^2 2\theta}$

$=\sqrt{1-\frac{1}{9}}$

$=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \tan2\theta=\frac{\sin2\theta}{\cos2\theta}=\frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}}=2\sqrt{2}$

5. 이해력 – 함수의 극한과 연속 〔3점〕 정답 ①

함수 $f(x)g(x)$가 모든 실수 x에서 연속이려면 $x=1$에서 연속이어야 한다.

$\lim_{x\to1+0} f(x)g(x)=0\times g(1)=0$

$\lim_{x\to1-0} f(x)g(x)=2\times g(1)=2g(1)$

$f(1)g(1)=0\times g(1)=0$

$\therefore 2g(1)=0$

$g(1)=0$

$1+a+2=0$

$\therefore a=-3$