



$\angle DAE = \theta$ 라 하자. 직선 AC 는 원 C_1 에 접선이므로 접현각의 성질에 의해 $\angle DAE = \angle ABD = \theta$ 이다.

이로 인해 $\angle DAC = \angle ABC = \pi - \theta$ 이므로

삼각형 ABC 와 삼각형 DAC 는 AA 닮음이다.

조건 (나)에 의해 $\overline{AD} : \overline{BD} = 15 : 11$ 이므로 $\overline{AD} = 15t$, $\overline{BD} = 11t$ 라 하자.

조건 (가)에 의해 원 C_1 과 원 C_2 의 반지름의 길이의 비는 $1 : 2$ 이다.

이때, 사인법칙에 의해 $\frac{\overline{AD}}{\sin \theta} = 2R_1$ 이고, $\frac{\overline{AC}}{\sin(\pi - \theta)} = 2R_2$ 이므로

$\overline{AD} : \overline{AC} = 1 : 2$ 임을 알 수 있다.

따라서 $\overline{AC} = 30t$ 이다.

삼각형 ABC 와 삼각형 DAC 는 닮음이므로

$\overline{AB} = k$ 라 하면, $\overline{BC} = 2k$ 이다.

또한, $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{DC}$ 이므로

$$k : 30t = 15t : 11t + 2k$$

$$2k^2 + 11kt - 450t^2 = 0, (2k - 25t)(k + 18t) = 0 \text{이므로}$$

$$k = \frac{25}{2}t \text{이다. } (\because t > 0, k > 0)$$

이때 삼각형 ADB 에서 코사인법칙에 의해

$$\cos\theta = \frac{\left(\frac{25}{2}\right)^2 + 11^2 - 15^2}{2 \times \frac{25}{2} \times 11} = \frac{19}{100}$$

이다.

삼각형 ADE 에서 $\cos\theta = \frac{\overline{AE}}{\overline{DA}}$ 이므로

$t = \frac{2}{3}$, $k = \frac{25}{3}$ 이다.

따라서 $\overline{BC} = 2k = \frac{50}{3}$ 이다.