

5지선다형

1. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{\sqrt[3]{3}}{3}\right)^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 6x^2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$

의 값은? [2점]

- ① 42 ② 45 ③ 48 ④ 51 ⑤ 54

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^4 (2a_k - k^2 - k) = 0$ 일 때, $\sum_{k=1}^4 a_k$

의 값은? [3점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x - a & (x \geq 2) \\ x^2 - ax + 4 & (x < 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = (2x^2 + 2)(x^2 + 4x + 2)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 190 ② 192 ③ 194 ④ 196 ⑤ 198

6. 1보다 큰 두 실수 a, b 가

$$\log_a ab = 3, \log_{\sqrt{3}} \frac{b}{a} = 1$$

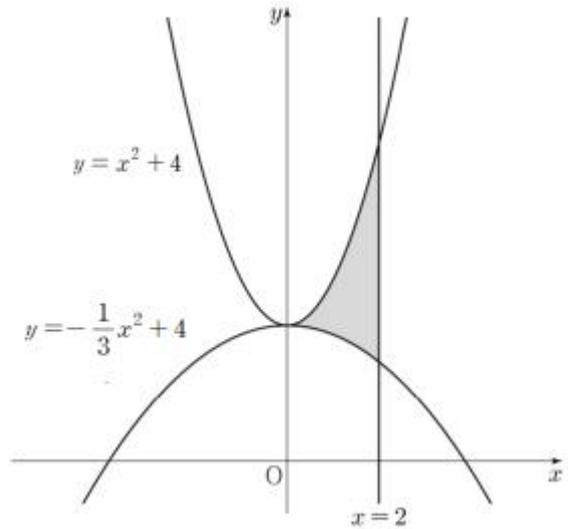
을 만족시킬 때, $\log_9 3a^2b^2$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 두 곡선 $y = x^2 + 4$ 와 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4$ 과 직선 $x = 2$ 로

둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{28}{9}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{32}{9}$ ④ $\frac{34}{9}$ ⑤ 4



8. $\sin\theta : \cos\theta = 4 : \sqrt{2}$ 이고 $\cos\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right) > 0$ 일 때,

$\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

9. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}ax^2 - 6a^2x + a^3$$

라 할 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값을 각각

α, β 라 하자. $\alpha - \beta = \frac{1}{2}$ 일 때, $f(-a)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

10. 2보다 큰 실수 k 에 대하여 함수 $f(x) = \log_4 x$ 를 x 축으로 $-k$ 만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭한 함수를 $g(x)$ 라 하자. 곡선 $y = |f(x)|$ 와 곡선 $y = |g(x)|$ 가 만나는 세 점 P, Q, R의 x 좌표를 x_1, x_2, x_3 ($0 < x_1 < x_2 < x_3$)이라 하자. 세 수 $2x_1, x_2, 2x_3$ 가 등비수열을 이룰 때, k 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 k 에 대하여 시각 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 위치 $x(t)$ 가

$$x(t) = t^3 - \frac{1}{2}kt^2 + 6t$$

이다. 시각 $t(t \geq 0)$ 에서 점 P의 속도와 가속도를 각각 $v(t)$, $a(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

- ㄱ. 점 P가 양의 방향이 되도록 하는 10 이하의 서로 다른 자연수 k 의 개수는 8이다.
- ㄴ. $a(t) = 0$ 이 되는 시각 t 에서 $v(t) = 3$ 이면 $k = 6$ 이다.
- ㄷ. $k = 9$ 이면, 시각 $t = 0$ 에서 $t = 2$ 까지 점 P가 움직인 거리는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 모든 항이 서로 다른 등비수열 $\{a_n\}$ 은 다음을 만족시킨다.

(가) $a_5 + a_9 + a_{13} = 78$

(나) 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$3S_3 = S_7 - S_4$$

을 만족시킨다.

a_9 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

13. 함수 $f(x) = 3x^2 - 2$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = x \int_0^x f(t)dt + (k-2)x$$

이라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 극값을 가진다. 함수 $y=f(x)$ 위의 점 $\left(\frac{k}{2}, f\left(\frac{k}{2}\right)\right)$ 에서의 접선과

곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $\left(\frac{k}{2}, g\left(\frac{k}{2}\right)\right)$ 에서의 접선 및 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

(단, k 는 상수이다.) [4점]

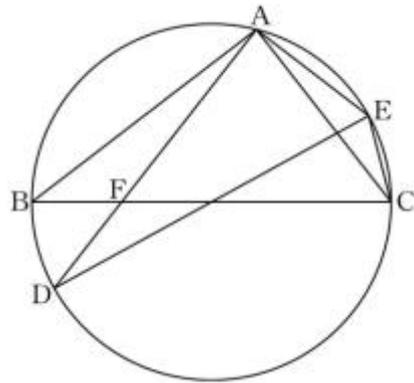
- ① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

14. 그림과 같이 선분 BC를 지름으로 하는 원에 두 삼각형 ABC와 ADE가 모두 내접한다. 두 선분 AD와 BC가 점 F에서 만나고

$$\overline{BC} = \overline{DE} = 6, \overline{BD} = \overline{BF}, \sin(\angle DBF) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

이다. 삼각형 ABF의 넓이는? [4점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $4\sqrt{2}$



15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 $t(t \neq 0, 4)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = |x-t|f(x)$$

는 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 k 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow k} \frac{g(x)}{x(x-4)}$$

의 값은 항상 존재하고, 그 값이 음수가 되도록 하는 서로 다른 자연수 k 의 개수는 2이다.

(나) 방정식 $g(x) = 0$ 의 서로 다른 세 실근은 정수이다.

$g(2t)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 108 ③ 116 ④ 124 ⑤ 132

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^n (ka_k + k^2)$$

을 만족시킨다. a_4 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여

$$\int_0^1 f(x)dx = F(0)$$

일 때, $F(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

홀수형

수학 영역

18. $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=10$ 이고 $\angle BAC > \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형

ABC에 대하여

$$\sin(\angle BAC) + \cos(\angle BAC) = \frac{1}{5}$$

가 성립할 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]

19. $0 \leq x \leq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$|2x^3 - 12x^2 + 18x - 2| \leq k$$

가 성립하도록 하는 양수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

20. 다음은 모든 항이 정수이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$3a_n^2 + 7na_n - 6n^2 = 0 \dots\dots (*)$$

을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 최댓값과 최솟값의 차를 구하는 과정이다.

수열 $\{a_n\}$ 은 $(*)$ 을 만족하므로 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \frac{2}{3}n \text{ 또는 } a_n = -3n \text{이다.}$$

수열 $\{a_n\}$ 의 모든 항이 정수이므로 자연수 k 에 대하여 각 경우를 정리하면 다음과 같다.

$$a_n = \begin{cases} -9k+6 & (n=3k-2) \\ -9k+3 & (n=3k-1) \\ -9k \text{ 또는 } 2k & (n=3k) \end{cases}$$

$1 \leq k \leq 10$ 인 모든 자연수 k 에 대하여

$$a_{3k} = \text{[가]} \text{ 일 때, } \sum_{n=1}^{30} a_n \text{은 최댓값을 갖는다.}$$

$$a_{3k} = \text{[나]} \text{ 일 때, } \sum_{n=1}^{30} a_n \text{은 최솟값을 갖는다.}$$

(i) 최댓값을 구하는 경우

$$\sum_{n=1}^{30} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_{3k-2} + \sum_{k=1}^{10} a_{3k-1} + \sum_{k=1}^{10} \text{[가]} \dots \text{ (㉠)}$$

(ii) 최솟값을 구하는 경우

$$\sum_{n=1}^{30} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_{3k-2} + \sum_{k=1}^{10} a_{3k-1} + \sum_{k=1}^{10} \text{[나]} \dots \text{ (㉡)}$$

따라서 (㉠)-(㉡)에 의하여 $\text{[다]} \times \sum_{k=1}^{10} k = \text{[라]}$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 하고, (다), (라)에 들어갈 알맞은 수를 각각 p , q 라 하자.

$\frac{q}{p} \left\{ f(1) - g\left(\frac{1}{3}\right) \right\}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \frac{f(x-1) + f(x+1)}{2}$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 와 함수 $g(x) = \sin x$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 다음 등식이 성립한다.

$$h(x) = x^2 + \frac{1}{2}x + f(0) + 1$$

(나) 방정식

$$h(g(x)) = 1$$

구간 $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 서로 다른 실근의 개수는 3이고, 모든 근의 곱은 $\alpha\pi^3$ 이다.

$12\alpha + f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 4이고 $f(0) = 0$ 인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \leq 2|x|) \\ 2|x| & (f(x) > 2|x|) \end{cases}$$

라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 다음을 만족시킨다.

함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 극댓값과 극솟값 중 오직 하나만 가지고 $x > 0$ 에서 그 값을 가진다.

$f'(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]