복기.

11/20.

제 2 교시

수학 영역

짝수형

5지선다형

1. $9^{\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = 3x^3 + 4x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{4}(2a_k - k) = 0$ 일 때, $\sum_{k=1}^{4} a_k$ 의 값은? [3점]

10

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & (x < 1) \\ x^2 - 3x + a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x)=(x+2)(2x^2-x-2)$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$-1 \quad +9$

6. 1보다 큰 두 실수 a, b가

$$\log_a b = 3,\quad \log_3 \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

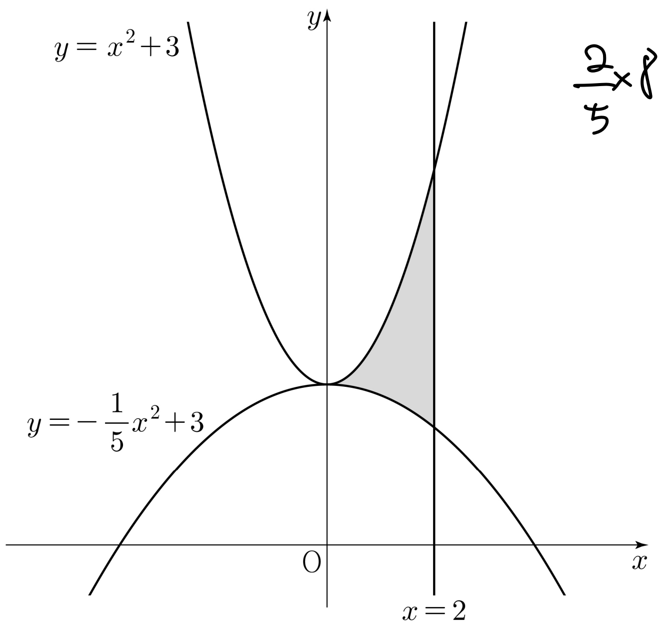
을 만족시킬 때, $\log_9 ab$의 값은? [3점]

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

$a = 3^{\frac{1}{4}}$

7. 두 곡선 $y=x^2+3$, $y=-\frac{1}{5}x^2+3$과 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{16}{5}$ ② $\frac{33}{10}$ ③ $\frac{17}{5}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{18}{5}$



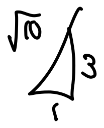
$\frac{2}{5} \times 8$

8. $\sin\theta+3\cos\theta=0$이고 $\cos(\pi-\theta)>0$일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ 0

④ $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$t=-3$



9. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=x^3+3ax^2-9a^2x+4$$

라 하자. 직선 $y=5$가 곡선 $y=f(x)$에 접할 때, $f(2)$의 값은? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$f'=3x^2+6ax-9a^2$, $x=-3a, a$

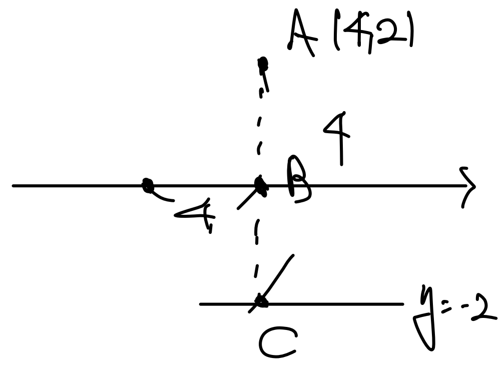
$a=\frac{1}{3}$

$f(2)=8+4-2+4$

10. 상수 $a\,(a>1)$에 대하여 곡선 $y=a^x-2$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 A를 지나고 y축에 평행한 직선이 x축과 만나는 점을 B, 곡선 $y=a^x-2$의 점근선과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 삼각형 AOC의 넓이가 8일 때, $a\times\overline{OB}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

4 4

① $2^{\frac{13}{6}}$ ② $2^{\frac{7}{3}}$ ③ $2^{\frac{5}{2}}$ ④ $2^{\frac{8}{3}}$ ⑤ $2^{\frac{17}{6}}$



11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 k에 대하여 시각이 $t\,(t \geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=t^2-kt+4$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $k=0$이면, 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 $\frac{13}{3}$이다.

~~ㄴ.~~ $k=3$이면, 출발한 후 점 P의 운동 방향이 한 번 바뀐다. $D=k^2-16$

ㄷ. $k=5$이면, 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리는 3이다. $2x(1)-x(2)$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$x(t)=\frac{1}{3}t^3-\frac{k}{2}t^2+4t$

$\left(\frac{2}{3}+3\right)-\left(\frac{8}{3}-10+8\right)$

$=5-2$

12. 등비수열 $\{a_n\}$이

$$2(a_1+a_4+a_7)=a_4+a_7+a_{10}=6$$

$A \qquad Ar^3$

을 만족시킬 때, a_{10}의 값은? [4점]

① $\frac{22}{7}$　② $\frac{24}{7}$　③ $\frac{26}{7}$　④ $\frac{30}{7}$　⑤ $\frac{32}{7}$

$r^3=2$　$\frac{3}{7}\times 8$

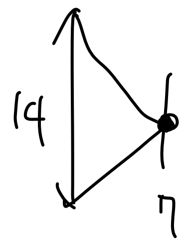
13. 함수 $f(x)=x^2-4x-3$에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,\ -6)$에서의 접선을 l이라 하고,
함수 $g(x)=(x^3-2x)f(x)$에 대하여
곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(1,6)$에서의 접선을 m이라 하자.
두 직선 l, m과 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

① 21 ② 28 ③ 35 ④ 42 ⑤ 49

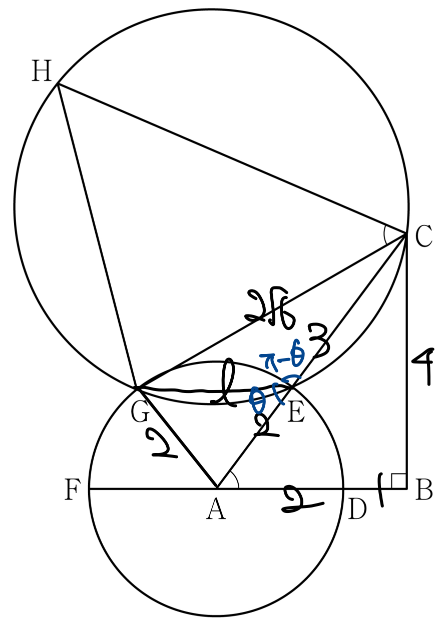
$f(1)=-6,\ f'(1)=-2$

$l: y=-2x-4$

$m: y=-4x+10$



14. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=4$이고 $\angle B=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점을 D, 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AD}$인 원이 선분 AC와 만나는 점을 E, 직선 AB가 이 원과 만나는 점 중 D가 아닌 점을 F라 하고, 호 EF 위의 점 G를 $\overline{CG}=2\sqrt{6}$이 되도록 잡는다. 세 점 C, E, G를 지나는 원 위의 점 H가 $\angle HCG=\angle BAC$를 만족시킬 때, 선분 GH의 길이는? [4점]



① $\frac{6\sqrt{15}}{5}$ ② $\frac{38\sqrt{10}}{25}$ ③ $\frac{14\sqrt{3}}{5}$ ④ $\frac{32\sqrt{15}}{25}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{10}}{5}$

$\cos\theta=\frac{l}{4}=\frac{15-l^2}{6l} \rightsquigarrow 10l^2=60,\ l=\sqrt{6},\ \sin\theta=\frac{\sqrt{10}}{4}$

$\frac{4}{\sqrt{10}}\times 2\sqrt{6}=\frac{5}{4}\ ㄱ$

$ㄱ=\frac{32\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$

15. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} -x^2 & (x<0) \\ x^2-x & (x\geq 0) \end{cases}$$

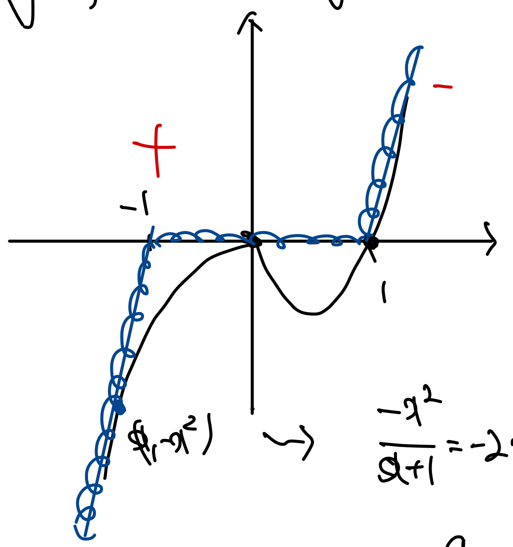
이고, 양수 a에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} ax+a & (x<-1) \\ 0 & (-1\leq x<1) \\ ax-a & (x\geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)=\int_0^x \left(g(t)-f(t)\right)dt$가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a의 최댓값을 k라 하자. $a=k$일 때, $\cancel{k}$ 4 $+h(3)$의 값은? [4점]

① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

$g-f$: 부변 only 1번



$\rightsquigarrow$ $\frac{-x^2}{x+1}=-2x$ $(x<0)$

$x=-2$, $a=4=k$

$h(3)=$ 8, 2 $-\int_0^3 x^2-x\,dx$

$=8-9+\frac{9}{2}=\frac{7}{2}$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=n^2a_n+1$$

을 만족시킨다. a_3의 값을 구하시오. [3점]

$a_2=1+1=2$

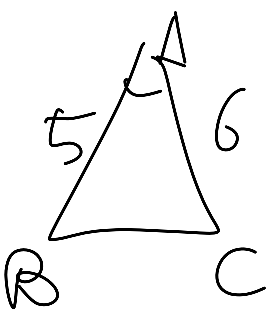
$a_3=4\times 2+1=9$

17. 함수 $f(x)=4x^3-2x$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(0)=4$일 때, $F(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$F=x^4-x^2+4$

16

18. $\overline{\mathrm{AB}}=5$, $\overline{\mathrm{AC}}=6$이고 $\cos(\angle\mathrm{BAC})=-\frac{3}{5}$인 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]



12

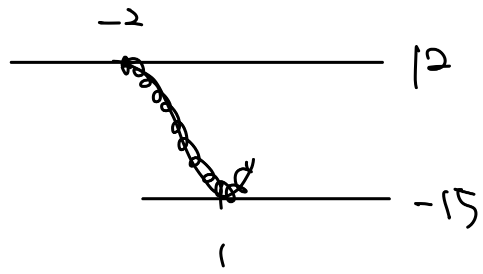
19. $-2\le x\le 2$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$-k\le 2x^3+3x^2-12x-8\le k$$

가 성립하도록 하는 양수 k의 최솟값을 구하시오. [3점]

$6(x^2+x-2)$

15



(k≥12 & k≥15)

20. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> • $a_1=7$
> • 2 이상의 자연수 n에 대하여
> $$\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{2}{3}a_n+\frac{1}{6}n^2-\frac{1}{6}n+10$$
> 이다.

다음은 $\sum_{k=1}^{12}a_k+\sum_{k=1}^{5}a_{2k+1}$의 값을 구하는 과정이다.

> 2 이상의 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=\sum_{k=1}^{n+1}a_k-\sum_{k=1}^{n}a_k$이므로
> $$a_{n+1}=\frac{2}{3}(a_{n+1}-a_n)+\boxed{(가)}\ \frac{n}{3}$$
> 이고, 이 식을 정리하면
> $$2a_n+a_{n+1}=3\times\boxed{(가)}\ \frac{n}{3}=n \quad \cdots\cdots \ ㉠$$
> 이다.
> $$\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{2}{3}a_n+\frac{1}{6}n^2-\frac{1}{6}n+10\ (n\ge 2)$$
> 에서 양변에 $n=2$를 대입하면
> $$a_2=\boxed{(나)}\ 10 \quad \cdots\cdots \ ㉡$$
> $7+a_2=\frac{2}{3}a_2+\frac{1}{3}+10$
> 이다. ㉠과 ㉡에 의하여
> 17 + 35 $a_2=10$
> $$\sum_{k=1}^{12}a_k+\sum_{k=1}^{5}a_{2k+1}=a_1+a_2+\sum_{k=1}^{5}(2a_{2k+1}+a_{2k+2})$$
> 9k+1
> $$=\boxed{(다)}\ 52$$
> 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q라 할 때, $\frac{p\times q}{f(12)}$의 값을 구하시오. [4점]

$\frac{10\times 52}{4}$

130

g: x대칭 ⊕ (x, g $\times 2$에) $A'(b, a)$ $B(2b, 2a)$

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} -f(x) & (x<t) \\ f(x) & (x \geq t) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x \to a+} \dfrac{g(x)}{x(x-2)}$의 값이 존재한다.
>
> (나) $\lim_{x \to m+} \dfrac{g(x)}{x(x-2)}$의 값이 음수가 되도록 하는 자연수 m의 집합은 $\left\{g(-1),\ -\dfrac{7}{2}g(1)\right\}$이다.

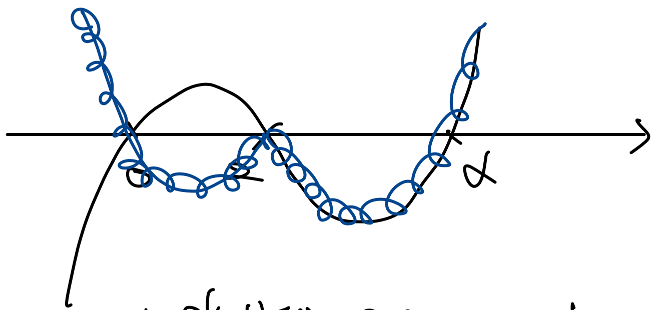
$g(-5)$의 값을 구하시오. (단, $g(-1) \neq -\dfrac{7}{2}g(1)$) [4점]

(가): $g(0)=g(2)=0$ & $g(t)=0$

(나): m 자연수 ~> ($g(-1)$ ⊕, $g(1)$ ⊖) ∴ ($m \neq 1$)

m: ~~자연수~~ ~) ⊕/⊕ : 모순.

∴ g의 $x \to m^+$ 부호판단, $m=2$ 가능.



~ $g'(2^+)<0$, $g(3)<0$ ∴ 만족 ($3<\alpha \leq 4$)

$f(-1)=-2$, $f(1)=\frac{6}{7}$ ~) 모순

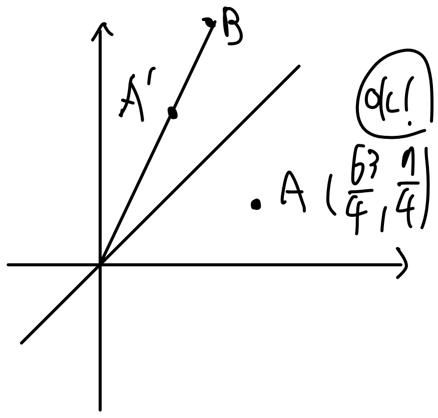
$f(-1)=-3$, $f(1)=\frac{4}{7}$ ~) $f(x)=\frac{3}{14}x(x-2)(x-\frac{11}{3})$ (계산생략)

$|f(-5)| = \frac{3}{14} \times 5 \times 7 \times \frac{26}{3} = 65$

22. 곡선 $y=\log_{16}(8x+2)$ 위의 점 $A(a, b)$와 곡선 $y=4^{x-1}-\dfrac{1}{2}$ 위의 점 B가 제1사분면에 있다. 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점이 직선 OB 위에 있고 선분 AB의 중점의 좌표가 $\left(\dfrac{77}{8}, \dfrac{133}{8}\right)$일 때, $a \times b = \dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

457



$a+2b=\frac{77}{4}$

$2a+b=\frac{133}{4}$

$b=\frac{7}{4}$

$a=\frac{63}{4}$

$\frac{441}{16}$

> ＊ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

짝수형

5지선다형

23. $\lim_{x\to 0}\frac{\tan 6x}{2x}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\sin x-\sin^3 x}\,dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$\int_0^1 \sqrt{t}$

25. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

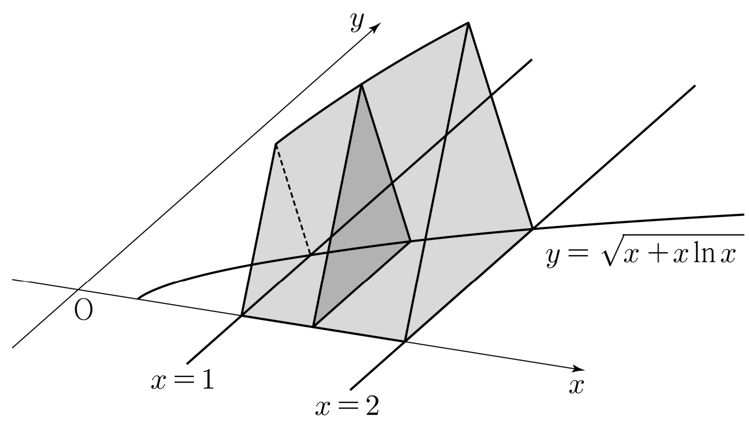
$$\sqrt{9n^2-5}+2n < a_n < 5n+1$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{(a_n+2)^2}{na_n+5n^2-2}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

$\frac{25}{10}$

26. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{x+x\ln x}$ 와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{\sqrt{3}(3+8\ln 2)}{16}$ ② $\frac{\sqrt{3}(5+12\ln 2)}{24}$ ③ $\frac{\sqrt{3}(1+12\ln 2)}{16}$ ④ $\frac{\sqrt{3}(1+2\ln 2)}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}(1+9\ln 2)}{12}$

$\frac{\sqrt{3}}{4}\int_1^2 x(\ln x+1) \Rightarrow \left[\frac{1}{2}x^2(\ln x+1)-\frac{1}{4}x^2\right]_1^2$

$2\ln 2+2-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$

$\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{8\ln 2+3}{4}\right)$

27. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=e^{4t}(1+\sin^2\pi t),\quad y=e^{4t}(1-3\cos^2\pi t)$$

를 C라 하자. 곡선 C가 직선 $y=3x-5e$와 만나는 점을 P라 할 때, 곡선 C 위의 점 P에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $\dfrac{3\pi-4}{\pi+4}$ ② $\dfrac{3\pi-2}{\pi+6}$ ③ $\dfrac{3\pi}{\pi+8}$

④ $\dfrac{3\pi+2}{\pi+10}$ ⑤ $\dfrac{3\pi+4}{\pi+12}$

$t=\frac{1}{4}$ $s^2=c^2=\frac{1}{2}$ $\left(\frac{3}{2}e, -\frac{1}{2}e\right)$ ok.

$\frac{dy}{dx}=\frac{4-12c^2+6\pi sc}{4+4s^2+2\pi sc} \Rightarrow \frac{3\pi-2}{6+\pi}$

28. 함수

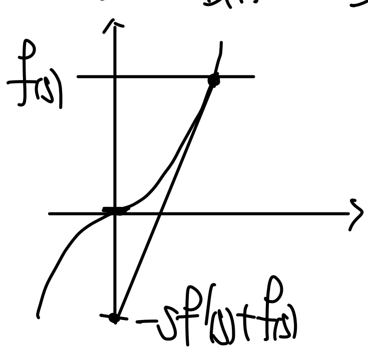
$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-x+\ln(1+x)$$

와 양수 t에 대하여 점 $(s,\ f(s))\,(s>0)$에서 y축에 내린 수선의 발과 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(s,\ f(s))$에서의 접선이 y축과 만나는 점 사이의 거리가 t가 되도록 하는 s의 값을 $g(t)$라 하자. $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} g(t)\,dt$의 값은? [4점]

① $\dfrac{161}{12}+\ln 3$ ② $\dfrac{40}{3}+\ln 3$ ③ $\dfrac{53}{4}+\ln 2$

④ $\dfrac{79}{6}+\ln 2$ ⑤ $\dfrac{157}{12}+\ln 2$

$f'(x)=x-1+\frac{1}{x+1}=\frac{x^2}{x+1}$: ~~증가~~



$sf'(s) \overset{역}{\longleftrightarrow} g(t)$.

$\frac{s^3}{s+1}$

③ $\int_1^3 s(sf'(s))'ds = \left[s^2f'(s)\right]_1^3 - \int_1^3 \frac{s^3}{s+1}ds$

$\frac{81}{4}-\frac{1}{2}-\int_1^3 (s^2-s+1)-\frac{1}{s+1}\,ds$

$\frac{79}{4}-\left(\frac{26}{3}-4+2-\ln 2\right)$

$\frac{79}{4}-\frac{20}{3}+\ln 2=\frac{157}{12}+\ln 2$

단답형

29. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$과 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> 어떤 자연수 k에 대하여
>
> $$b_{k+i} = \frac{1}{a_i} - 1 \quad (i = 1,\ 2,\ 3)$$
>
> 이다.

부등식

$$0 < \sum_{n=1}^{\infty} \left(b_n - \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right) < 30$$

이 성립할 때, $\cancel{a_2} \times \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, $a_1 \neq 0$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$a_n = dn$

$b_{k+1} = \frac{1-d}{d} = 3$

$b_{k+2} = \frac{1-2d}{2d} = 1$

$b_{k+3} = \frac{1-3d}{3d} = \frac{1}{3}$

97

$\frac{(1-2d)^2}{4} = \frac{3d^2-4d+1}{3}$ ~ $-12d+3 = -16d+4$

$d = \frac{1}{4}$

$16 < \sum_{n=1}^{\infty} b_n < 46$

$\frac{32}{3} < b_1 < \frac{138}{3}$

27

$\frac{9}{1-\frac{1}{9}} = \frac{81}{8}$

$\frac{81}{16}$

30. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $|x| \le 1$일 때, $4 \times \left(f^{-1}(x)\right)^2 = x^2(x^2-5)^2$이다.
>
> (나) $|x| > 1$일 때, $\left|f^{-1}(x)\right| = e^{|x|-1} + 1$이다.

실수 m에 대하여 기울기가 m이고 점 $(1, 0)$을 지나는 직선이 곡선 $y = f(x)$와 만나는 점의 개수를 $g(m)$이라 하자.
함수 $g(m)$이 $m = a$, $m = b\ (a < b)$에서 불연속일 때,

$\cancel{g(a)} \times \left(\lim_{m \to a+} g(m) \right) + g(b) \times \left(\frac{\ln b}{b} \right)^2$의 값을 구하시오.

(단, $\lim_{x \to \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) [4점]

3 2 4

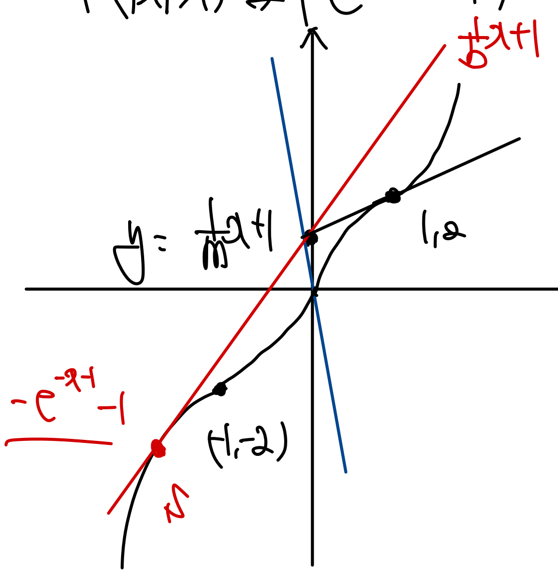
11

f: 실전증가 ~ f^{-1}: 실전증가

f^{-1}: $(0,1)$ 지나는 기울기 $\frac{1}{m}$

f^{-1} $(|x| \le 1)$ $\pm\frac{1}{2}x(x^2-5)$

$(|x| > 1)$ $\pm(e^{|x|-1}+1)$



$m\Downarrow$: 1개

$m: 0^-$: 1개

$m: 0$: 1개

$m: 0^+$: 3개

$(a=0)$

$m: b$: 2개

$\frac{-e^{-s-1}-2}{s} = e^{-s-1} = \frac{1}{b}$

$(s+1)e^{-s-1} = -2$

$+\ln b = +s+1$

$\frac{1}{b} = e^{-s-1}$

$-1 \quad \frac{\ln b}{b} = -2$

> ※ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, **「선택과목(기하)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.