수학 영역

5지선다형

1. 두 다항식

$$A = 2x^2 + xy - 2y, \quad B = x^2 + xy + y$$

에 대하여 $A - B$는? [2점]

① $-x^2 - xy$ ② $-x^2 - 3y$ ③ $x^2 - xy$
④ $x^2 - 3y$ ⑤ $x^2 + y$

$2x^2 + xy - 2y - (x^2 + xy + y)$

$= x^2 - 3y$

2. 좌표평면 위의 두 점 $(1, 0)$, $(2, -3)$ 사이의 거리는? [2점]

① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{11}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

$\sqrt{(1-2)^2 + (0-(-3))^2} = \sqrt{10}$

3. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A + 2B$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

4. 등식

$$x^2 + ax - 1 = (x-1)(x+b) + 3x$$

가 x에 대한 항등식일 때, $a+b$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$x=1$ $1 + a - 1 = 0 + 3 \rightarrow \therefore a = 3$

$x=0$ $-1 = -b + 0 \rightarrow \therefore b = 1$

5. 좌표평면 위의 점 $(3, a)$를 점 $(8, 8)$로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(5, 5)$가 점 $(b, 2)$로 옮겨질 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

→ x축으로 $+5$ 만큼 . y축으로 $-a+8$ 만큼

$$\begin{cases} 5+5=b & \therefore b=10 \\ 5-a+8=2 & \therefore a=11 \end{cases}$$

6. 다항식 $(4x-ay+2)^2$의 전개식에서 x^2의 계수와 y의 계수가 같을 때, 상수 a의 값은? [3점]

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

$(4x-ay+2)\times(4x-ay+2)$

↓ ↓

✓ $4x \times 4x = 16x^2$

✓ $-ay \times 2 = -2ay$

$2 \times -ay = -2ay$

$\Rightarrow 16=-4a \quad \therefore a=-4$

7. 두 이차정사각행렬 A, B의 (i, j) 성분을 각각 a_{ij}, b_{ij}라 할 때,

$$a_{ij}=i+2j\ (i=1, 2,\ j=1, 2),$$
$$b_{ij}=i\times j\ (i=1, 2,\ j=1, 2)$$

이다. 행렬 AB의 $(2, 1)$ 성분은? [3점]

① 4 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 16

$$A\begin{pmatrix} 1+2 & 1+4 \\ 2+2 & 2+4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$B\begin{pmatrix} 1\times1 & 1\times2 \\ 2\times1 & 2\times2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 3\times1+5\times2 & 3\times2+5\times4 \\ 4\times1+6\times2 & 4\times2+6\times4 \end{pmatrix}$$

8. 연립방정식

$$\begin{cases} x-y=-3 \\ x^2-6x+4y=11 \end{cases} \longrightarrow x=y-3$$

의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$라 할 때, $\alpha+\beta$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

대입 $(y-3)^2-6(y-3)+4y=11$

$y^2-8y+16=0$

$(y-4)^2=0$

$\therefore y=4 \rightarrow x=4-3=1$

9. x에 대한 다항식 $x^3-(a+1)x^2+(a-3)x+8$을 $x-a$로 나누었을 때의 나머지가 a일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$x^3-(a+1)x^2+(a-3)x+8=(x-a)Q(x)+a$

$x=a$ $a^3-a^2(a+1)+a(a-3)+8=a$

$\cancel{a^3}-\cancel{a^3}-\cancel{a^2}+\cancel{a^2}-3a+8=a$

$\therefore a=2$

10. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 하자. $a\times b$가 4의 약수 또는 12의 배수가 되는 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는? [3점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

i) 4의 약수.

$ab=1 \rightarrow (1,1)$

$ab=2 \rightarrow (1,2)\ (2,1)$

$ab=4 \rightarrow (1,4)\ (2,2)\ (4,1)$

6개

ii) 12의 배수

$ab=12 \rightarrow (2,6)\ (3,4)\ (4,3)\ (6,2)$

$ab=24 \rightarrow (4,6)\ (6,4)$

$ab=36 \rightarrow (6,6)$

7개

11. 점 $(m, -m)$과 직선 $3x+y+3=0$ 사이의 거리를 d_1, 점 $(0, 5)$와 직선 $3x+y+3=0$ 사이의 거리를 d_2라 하자. $d_1 < d_2$가 되도록 하는 정수 m의 개수는? [3점]

V ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

v $d_1 = \dfrac{|3m-m+3|}{\sqrt{9+1}} = \dfrac{|2m+3|}{\sqrt{10}}$

$d_2 = \dfrac{|0+5+3|}{\sqrt{9+1}} = \dfrac{8}{\sqrt{10}}$

$\Rightarrow \dfrac{|2m+3|}{\cancel{\sqrt{10}}} < \dfrac{8}{\cancel{\sqrt{10}}}$

$-8 < 2m+3 < 8$

$-11 < 2m < 5$

$\therefore -\dfrac{11}{2} < m < \dfrac{5}{2}$

정수 $-5, -4, \cdots, 0, 1, 2$

12. 실수 a에 대하여 복소수 z를 $z=a^2+(1+i)a-6(2+i)$라 하자. z^2이 실수가 되도록 하는 모든 a의 값의 합은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

① -4 ② -1 ③ 2 V ④ 5 ⑤ 8

* z^2실수이면, z는 순허수 or 실수

$z = (a^2+a-12)+(a-6)i$
① $\underset{0}{\parallel}$ ② $\underset{0}{\parallel}$

① $(a+4)(a-3)=0$ $\therefore a=3, -4$

② $a-6=0$. $\therefore a=6$

$3+6-4=5$

13. x에 대한 연립부등식

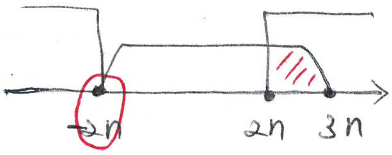
$$\begin{cases} x^2 \ge 4n^2 \\ x^2 - nx - 6n^2 \le 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x의 개수가 10이 되도록 하는 자연수 n의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$(x-2n)(x+2n) \ge 0 \rightarrow x \ge 2n,\ x \le -2n$

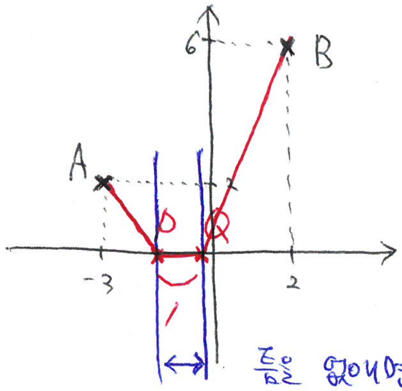
$(x-3n)(x+2n) \le 0 \rightarrow -2n \le x \le 3n$



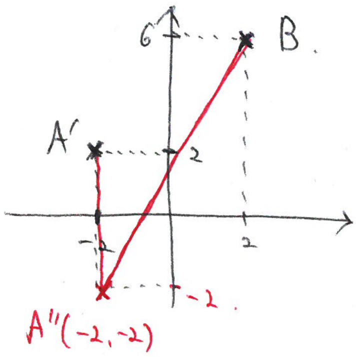
$n=8$ 이면. $x = -16,\ \underbrace{16, 17, \cdots, 24}_{9개.}$

14. 좌표평면 위에 두 점 A$(-3, 2)$, B$(2, 6)$이 있다. $\overline{\mathrm{PQ}}=1$인 x축 위의 두 점 P, Q에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{QB}}$의 최솟값은? (단, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 작다.) [4점]

① $2\sqrt{17}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{19}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{21}$



틈을 없애면!!



$\Rightarrow \overline{AP}+\overline{QB}$ 의 최소값 $= \overline{A''B}$

$= \sqrt{4^2+8^2} = \sqrt{80}$

$B\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$

15. 세 이차정사각행렬 $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $AB=CA=O$
(나) 행렬 B의 모든 성분의 합이 3이고, 행렬 C의 (1, 1) 성분과 (2, 1) 성분이 같다.

$BC=A$일 때, 행렬 C의 모든 성분의 합은? (단, O는 영행렬이다.) [4점]

$C\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

v $AB=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 6x & 6y \end{pmatrix}=0$

$\rightarrow x=y=0$

v $CA=\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6q & 0 \\ 6s & 0 \end{pmatrix}=0$

$\rightarrow q=s=0.$

$\Rightarrow B\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ z & w \end{pmatrix}$ $z+w=3.$

④

$C\begin{pmatrix} p & 0 \\ r & 0 \end{pmatrix}$ $p=r$

$\Rightarrow BC=A$

$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ z & -z+3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & 0 \\ p & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$

$zp+p(-z+3)=6$

$\cancel{zp}-\cancel{zp}+3p=6$ $\therefore p=2$

16. 1학년 학생 3명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 1명이 있다. 이 6명의 학생 중에서 5명의 학생을 선택하고 이 5명의 학생이 모두 한 번씩 발표하도록 순서를 정하려고 할 때, 1학년 학생끼리는 연속해서 발표하지 않도록 순서를 정하는 경우의 수는? (단, 발표는 한 명씩 한다.) [4점]

① 228 ② 234 ③ 240 ④ 246 ⑤ 252

i) 1학년 3 / 2학년 2. → $\boxed{1}\ \boxed{\ }\ \boxed{1}\ \boxed{\ }\ \boxed{1}$

$\boxed{\text{or}}$ $3!\times 2!$

1학년 3 / 2학년 1 / 3학년 1

$3!\times {}_2C_1\times 2!$

ii) 1학년 2 / 2.3학년 모두(3명)

2명/선택 1학년은 이웃X

${}_3C_2\times 3!\times {}_4P_2$

v○v○v○v

1학년 2명 사이자리에 줄세우기.

$\Rightarrow 12+24+216=252$

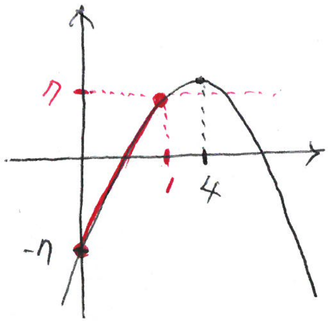
17. 양수 a에 대하여 $0 \le x \le a$에서 이차함수 $f(x) = -2x^2+16x-7$의 최댓값과 최솟값의 합이 0이 되도록 하는 모든 a의 값의 합은? [4점]

① $\frac{17}{2}$ ② 9 ③ $\frac{19}{2}$ ④ 10 ⑤ $\frac{21}{2}$

i) $0 \le x \le 1$

$\downarrow$

$a=1$



$-2x^2+16x-7=7$

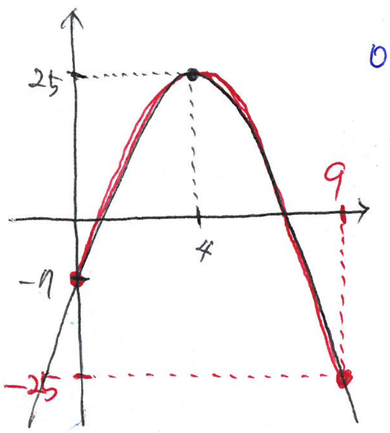
$2x^2-16x+14=0$

$x^2-8x+7=0$

$(x-1)(x-7)=0$

$\therefore x=1, 7$

ii)



$0 \le x \le 9$

$\downarrow$

$a=9$

$-2x^2+16x-7=-25$

$2x^2-16x-18=0$

$x^2-8x-9=0$

$(x-9)(x+1)=0$ $\therefore x=-1, 9$

18. x에 대한 다항식 $x^3+(2a+3)x^2+(3a+5)x+a+3$이 $(x+b)(x+c)^2$으로 인수분해되도록 하는 세 실수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은? [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 2a+3 & 3a+5 & a+3 \\ & & -1 & -2a-2 & -a-3 \\ \hline & 1 & 2a+2 & a+3 & 0 \end{array}$$

$\Rightarrow (x+1)\left(x^2+2(a+1)x+(a+3)\right)$

i) $x^2+2(a+1)x+(a+3) \rightarrow$ 완전제곱식.

$D/4 = (a+1)^2-(a+3)$

$= a^2+a-2=0$

$\begin{matrix} 1 & -1 \\ 1 & +2 \end{matrix}$

$\therefore a=1, -2$

ii) $x^2+2(a+1)x+(a+3) \rightarrow (x+1)$을 인수로.

$x=-1$ 대입. $1-2(a+1)+(a+3)=0$

$\therefore a=2$

$\Rightarrow$ $a=1$ 이면, $(x+1)(x^2+4x+4)$

4 $=(x+1)(x+2)^2$ $b=1, c=2$

$a=-2$ 이면, $(x+1)(x^2-2x+1)$

$-2=m$ $=(x+1)(x-1)^2$ $b=1, c=-1$

$a=2$ 이면, $(x+1)(x^2+6x+5)$

$8=M$ $=(x+1)^2(x+5)$ $b=5, c=1$

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$와 모든 항의 계수가 실수인 두 다항식 $P(x)$, $Q(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x)$를 $P(x)$로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$이고 나머지는 $P(x)+\{Q(x)\}^2$이다.
> (나) $f(x)$를 $Q(x)$로 나누었을 때의 몫은 $P(x)$이고 나머지는 $P(x)+\{Q(x)\}^2$이다.

$P(0)=-2$, $Q(0)=1$일 때, $f(2)$의 값은? [4점]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

$\rightarrow$ $f(x) = P(x) \times Q(x) + \underbrace{P(x) + (Q(x))^2}_{\text{나머지.}}$

2차식이면, 4차식?

따라서, $Q(x)$는 1차식. $Q(x) = ax+1$

삼차식 $f(x)$의 3차항 계수가 1이므로,

$p(x) = \frac{1}{a}x^2 + bx - 2$

$\rightarrow$ 나머지 $p(x)+(Q(x))^2$ 은 ☆상수항

$\frac{1}{a}x^2 + bx - 2 + (ax+1)^2$

$= \underbrace{\left(\frac{1}{a}+a^2\right)}_{=0} x^2 + \underbrace{(b+2a)}_{=0} x - 1$

$\therefore a=-1,\ b=2$

$\Rightarrow f(x) = (-x^2+2x-2)(-x+1) - 1$

$f(2) = (-2)\times(-1) - 1 = 1$

20. 0이 아닌 실수 a에 대하여 좌표평면 위의 서로 다른 세 점 $A(2a, 0)$, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

> ∘ 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는 $(0, 2)$이다.
> ∘ $\overline{AB}=\overline{AC}$

다음은 $\overline{BC}=2\sqrt{a^2+1}$일 때, 점 B의 x좌표와 y좌표의 합을 구하는 과정이다. (단, 점 B의 x좌표는 점 C의 x좌표보다 크다.)

> 선분 BC의 중점을 $M(b, c)$, 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하면, 점 $G(0, 2)$는 선분 AM을 $2:1$로 내분하는 점이므로
> $b=-a$, $c=$ $\boxed{(가)\ 3}$ 이다.
> $\overline{AB}=\overline{AC}$이고 직선 AM의 기울기가 $-\frac{1}{a}$이므로
> 직선 BC의 방정식은 $\rightarrow$ ①
> $y=$ $\boxed{(나)\ a}$ $\times\{x-(-a)\}+$ $\boxed{(가)\ 3}$
> 이다.
> 점 B의 x좌표를 k라 하면
> 점 B의 y좌표는 $\boxed{(나)\ a}$ $\times(k+a)+$ $\boxed{(가)\ 3}$ 이다.
> $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이고 점 B의 x좌표가 점 C의 x좌표보다 크므로 $\rightarrow$ ②
> $k=$ $\boxed{(다)\ 1-a}$ 이다.
> 따라서 점 B의 x좌표와 y좌표의 합은 $\boxed{(라)\ 4}$ 이다. $\rightarrow$ ③

$\left(\frac{2b+2a}{2+1} = 0,\ \frac{2c+0}{2+1} = 2\right)$

$a+b=0$ $c=3$

위의 (가), (라)에 알맞은 수를 각각 p, q라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(a)$, $g(a)$라 할 때, $f(p)\times g(q)$의 값은? [4점]

① -10 ② $-\frac{19}{2}$ ③ -9 ④ $-\frac{17}{2}$ ⑤ -8

① 기울기 a 이고 점 (b, c)를 지나는 직선

$y - \underset{3}{c} = a(x - \underset{-a}{b})$

② $B(k,\ a(k+a)+3)$. $B(-a, 3)$

$\overline{BM} = \sqrt{(k+a)^2 + a^2(k+a)^2}$

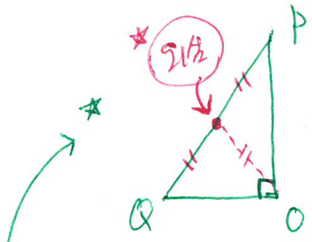
$= \sqrt{(k+a)^2(1+a^2)}$

$\frac{1}{2}\overline{BC} = \sqrt{a^2+1}$

$\therefore k+a=1$

③ $k + a(k+a) + 3 = k+a+3$

$= 1+3 = 4$

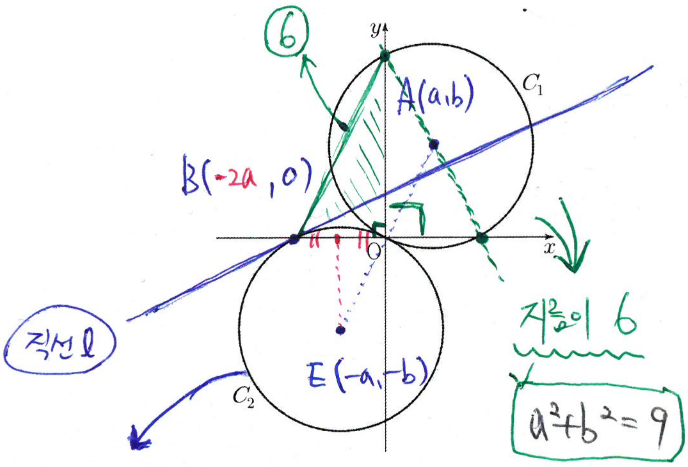


21. 좌표평면 위의 제1사분면에 있는 점 A를 중심으로 하고 원점 O를 지나는 원 C_1이 있다. 원 C_1을 원점 O에 대하여 대칭이동한 원을 C_2라 할 때, 두 원 C_1, C_2가 다음 조건을 만족시킨다.

> 삼각형 OPQ의 외접원의 중심이 선분 PQ 위에 있도록 하는 원 C_1 위의 점 P와 원 C_2 위의 점 Q에 대하여 $\overline{PQ}=6$이다.

원 C_2가 x축과 만나는 점 중 O가 아닌 점을 B라 할 때, 원 C_2 위의 점 B에서의 접선을 l이라 하자. 직선 l의 기울기가 $\frac{1}{2}$일 때, 점 A와 직선 l 사이의 거리는? [4점]

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{11}{15}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{13}{15}$



원 $(x+a)^2+(y+b)^2=9$ 위의 점 $(-2a,0)$ 에서의 접선.

$(-2a+a)(x+a)+(0+b)(y+b)=9$

$-ax-a^2+by+b^2=9$

$\Rightarrow y=\frac{a}{b}x+\frac{9+a^2-b^2}{b}$

$\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$ $\boxed{2a=b}$

$\Rightarrow$ 연립 하면, $a=\frac{3}{\sqrt{5}}$, $b=\frac{6}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow$ 직선 l 점B$\left(-\frac{6}{\sqrt{5}},0\right)$을 지나고 기울기 $\frac{1}{2}$인 직선.

$y-0=\frac{1}{2}\left(x+\frac{6}{\sqrt{5}}\right)$

$\Rightarrow \sqrt{5}x-2\sqrt{5}y+6=0$. $A\left(\frac{3}{\sqrt{5}},\frac{6}{\sqrt{5}}\right)$

점과 직선사이 거리

$d=\frac{|3-12+6|}{\sqrt{5+20}}=\frac{3}{5}$

단답형

22. 직선 $y=(5-2k)x+2$와 직선 $y=x+3$이 서로 평행할 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점]

$5-2k=1$ $\therefore k=2$

23. 등식 ${}_{n}C_{2}={}_{3}P_{2}\times n$을 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오. [3점]

$\frac{\cancel{n}(n-1)}{2}=3\times2\times\cancel{n}$

$(\times2)$ $n-1=12$ $\therefore n=13$

24. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}8 & 2\\ 2 & 8\end{pmatrix}$에 대하여 $pA-B=q\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 상수이다.) [3점]

$$\begin{pmatrix}4p & 3p\\ 3p & 4p\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}8 & 2\\ 2 & 8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & q\\ q & 0\end{pmatrix}$$

$4p-8=0 \rightarrow p=2$

$3p-2=q \rightarrow q=4$

25. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 곱이 홀수가 되도록 나열하는 경우의 수를 구하시오. [3점]

1 2 3 4 5 6

홀수 2개 배치 3×2

사이에 4자리 배치 $4!$

$\Rightarrow 6\times24=144$

26. x에 대한 사차방정식 $(2x^2+kx)^2+10(2x^2+kx)+16=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오. [4점]

18

$2x^2+kx=t$ 치환

$\rightarrow t^2+10t+16=0$

$(t+2)(t+8)=0$

$(2x^2+kx+2)(2x^2+kx+8)=0$.

$D=k^2-16$ $\quad$ $D'=k^2-64$

둘중 하나는 양수 (실근 2개).

다른 하나는 음수 (허근, 실근X)

$(k^2-16)(k^2-64)<0$.

$(k+4)(k-4)(k+8)(k-8)<0$.

★ k는 자연수. 양변에 $\div(k+4)(k+8)$

$(k-4)(k-8)<0$

$\therefore 4<k<8 \rightarrow 5, 6, 7$

27. 상수 k에 대하여 x에 대한 이차방정식

$x^2+kx-\frac{1}{2}k^2+3k=0$이 서로 다른 두 실근 α, β를 갖는다.

$\alpha^2-k\beta=12$일 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하시오. [4점]

$D = k^2-4\left(-\frac{1}{2}k^2+3k\right) = 3k^2-12k$

$3k(k-4)>0$ $\quad k<0,\ k>4$

$\alpha+\beta=-k$ — ①

$\alpha\beta=-\frac{1}{2}k^2+3k$ — ②

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$= k^2+k^2-6k = 2k^2-6k$ $\quad$ 20

① $\times\alpha$ $\quad \alpha^2+\alpha\beta=-k\alpha$

$k\beta+12$ $\quad$ ② 대입

$k\beta+12-\frac{1}{2}k^2+3k+k\alpha=0$

$k(\alpha+\beta)-\frac{1}{2}k^2+3k+12=0$

① $-k$

$-\frac{3}{2}k^2+3k+12=0$

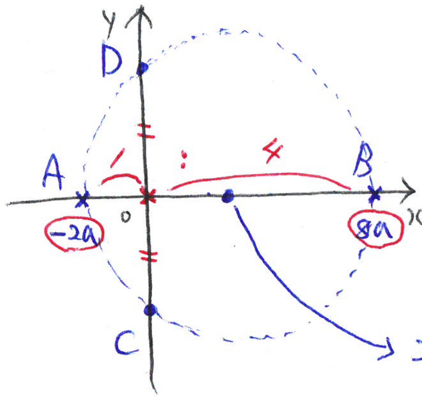
$(x-2)$ $\quad k^2-2k-8=0$ $\quad x \begin{smallmatrix}+2\\-4\end{smallmatrix}$

$k=-2,\ \cancel{4}$

28. 원 O가 x축과 두 점 A, B에서 만나고, y축과 두 점 C, D에서 만난다. 네 점 A, B, C, D와 원 O가 다음 조건을 만족시킬 때, 사각형 ACBD의 넓이를 구하시오. (단, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작고, 점 C의 y좌표는 점 D의 y좌표보다 작다.) [4점]

(가) 선분 AB를 1 : 4로 내분하는 점은 선분 CD의 중점이다.
(나) 원 O가 직선 $4x-3y+13=0$에 접한다.

$\overline{AB}$의 내분점은 x축 위에 있다!! 따라서



중심 $(3a, 0)$

(나) 중심$(3a, 0)$, 직선 $4x-3y+13=0$.

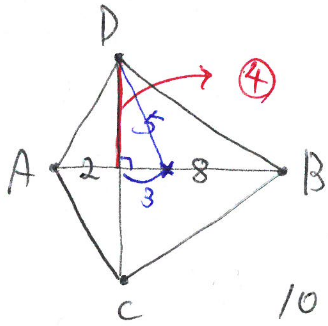
$d=\frac{|12a-0+13|}{\sqrt{16+9}} = r\ (=5a)$

$\rightarrow |12a+13|=25a$

$12a+13=\pm25a$

$\oplus\ a=1$

$\ominus\ a=\cancel{-\frac{13}{37}}$



$10\times8\times\frac{1}{2}=40$

$m=2,\ p=3,\ q=-5$

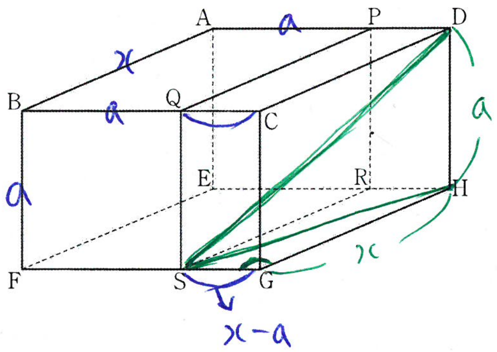
$m(p-q)=16$

29. 그림과 같이 정사각형 ABCD를 밑면으로 하는 직육면체 ABCD$-$EFGH가 있다. 선분 AD 위의 점 P와 선분 BC 위의 점 Q를 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BQ}}=\overline{\mathrm{BF}}$가 되도록 잡고, 점 P에서 선분 EH에 내린 수선의 발을 R, 점 Q에서 선분 FG에 내린 수선의 발을 S라 하자.
직육면체 ABCD$-$EFGH의 부피를 V_1,
직육면체 ABQP$-$EFSR의 부피를 V_2라 하자.

133

① $(\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BF}})\times\overline{\mathrm{SD}}^2=\dfrac{35}{4}$, ② $V_1+V_2=\dfrac{15}{4}$

일 때, $(\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BF}})^3=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, $\overline{\mathrm{AB}}>\overline{\mathrm{BF}}$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



① $(x+a)\left((x-a)^2+x^2+a^2\right)=\dfrac{35}{4}$

$2(x+a)(x^2-ax+a^2)=\dfrac{35}{4}$

↳ $x^3+a^3=\dfrac{35}{8}$

② $ax^2+a^2x=\dfrac{15}{4}$

⇒ $(x+a)^3=x^3+3ax^2+3a^2x+a^3$ ① ②×3

$=\dfrac{35}{8}+\dfrac{15}{4}\times3=\dfrac{125}{8}$

30. 두 상수 $p\,(p>0)$, q에 대하여

이차함수 $f(x)=\dfrac{1}{2}(x-p)^2+q$가 있다.

함수 $f(x)$와 양수 m에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=-f(x-m)$$

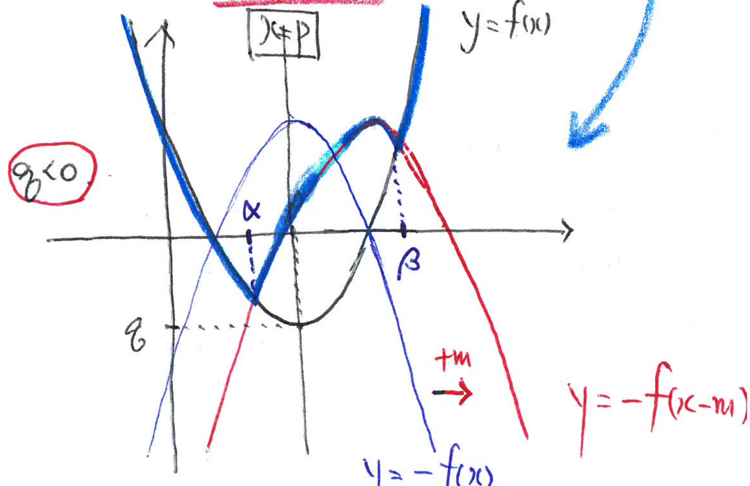
이라 할 때, 방정식 $f(x)=g(x)$가 서로 다른 두 실근 α, $\beta\,(\alpha<\beta)$를 갖는다. 함수 $h(x)$를

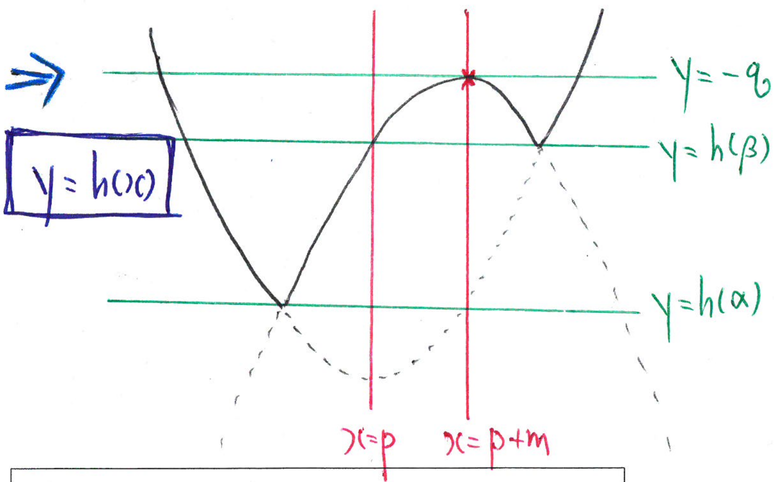
$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x\le\alpha \text{ 또는 } x\ge\beta) \\ g(x) & (\alpha<x<\beta) \end{cases}$$

라 할 때, 함수 $h(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

x에 대한 방정식 $h(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수가 2 이상이면서 서로 다른 모든 실근의 합이 $4p+2m$이 되도록 하는 모든 실수 t의 값의 범위는 $g(p)<t<5$이다.

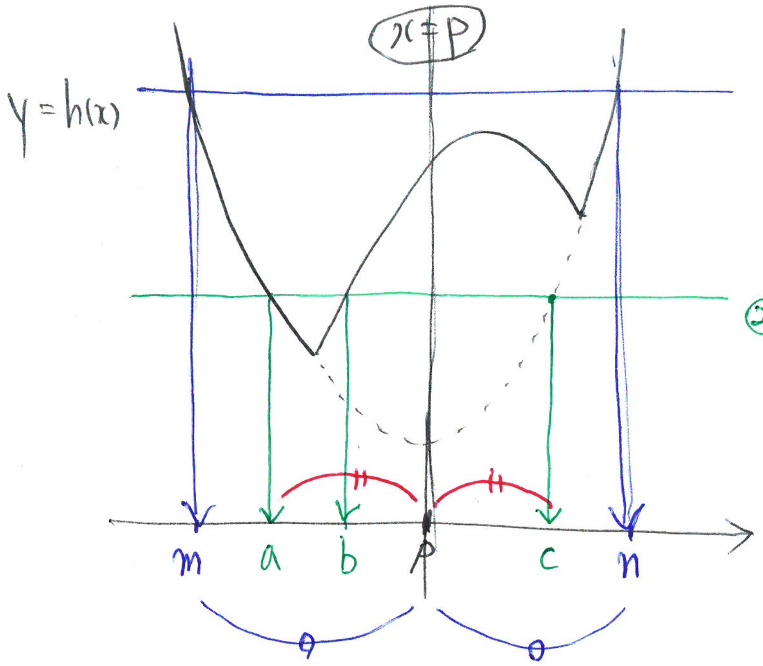
$f(m)+g(m)=-4$일 때, $m\times(p-q)$의 값을 구하시오. [4점]





※ 확인 사항 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

⇒ NEXT



① $y=t$ ⇒ $h(x)=t$ 의 실근 $x=m, n$

$\frac{m+n}{2}=p$ 이므로

$$\boxed{m+n=2p \ (< 4p+2m)}$$

조건 만족 X

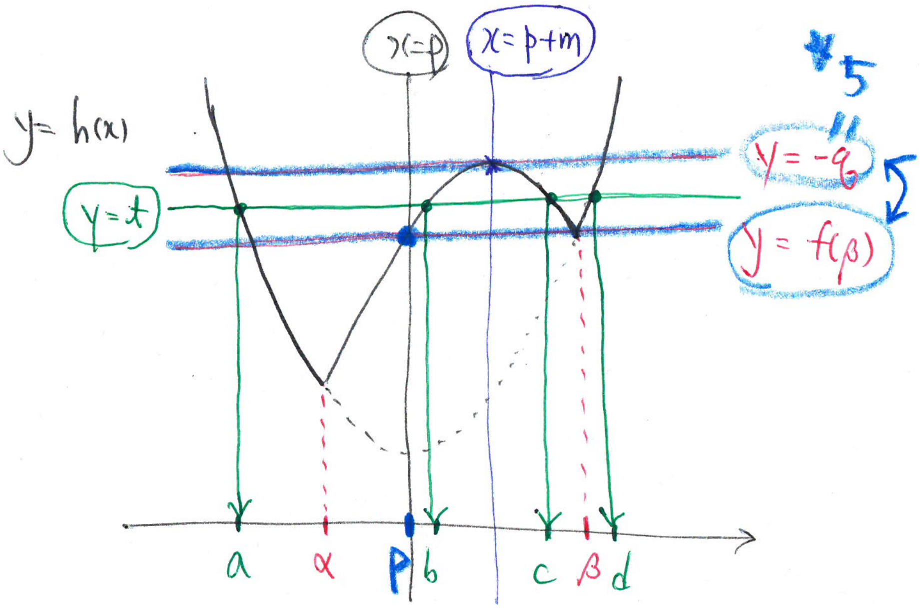
② $y=t$

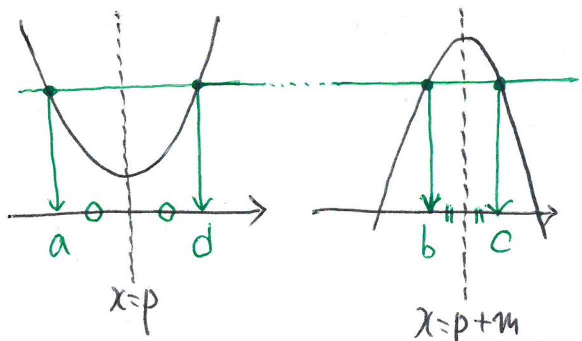
⇒ $h(x)=t$의 실근 $x=a, b$.

$\frac{a+c}{2}=p$ 이므로

$$\boxed{a+b < a+c \ (=2p)}$$

합이 2p보다 작아서. 조건 X





★ $\frac{a+d}{2}=p$

★ $\frac{b+c}{2}=p+m$

⇒ $h(x)=t$ 의 실근 $x=a, b, c, d$.

★ $a+b+c+d = 2p+2p+2m = 4p+2m$, 만족하는 t범위가 $g(p) < t < 5$

$\therefore q=-5$

✓ $g(p) = -f(p-m) = -\frac{1}{2}m^2+5$

✓ $g(\beta) = f(\beta) = f(p+2m) = 2m^2-5$

⇒ $g(p)=g(\beta)$ $\quad -\frac{1}{2}m^2+5 = 2m^2-5$ $\quad m=2$

$\therefore f(2)+g(2) = -2p+2 = -4$ $\quad p=3$