CAPSTONE 수열

최고난도 문항 (1회)

01

수열 a_n이 $a_1 = 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 $\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = 2n$을 만족할 때, a_{10}의 값은?

① $\frac{1}{81}$ ② $\frac{1}{91}$ ③ $\frac{1}{101}$ ④ $\frac{1}{111}$ ⑤ $\frac{1}{121}$

02

수열 a_n이 $a_1 = 2$이고, $a_{2026} = t$라고 하자. 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1$을 만족할 때, $\sum_{k=1}^{2025} \frac{1}{a_k}$의 값을 t를 이용하여 나타낸 것은?

① $\frac{1}{t}$ ② $1 - \frac{1}{t+1}$ ③ $1 - \frac{1}{t-1}$ ④ $1 + \frac{1}{t-1}$ ⑤ $\frac{t-2}{t}$

03

수열 $\{a_n\}$ $(n = 1, 2, \ldots, 12)$이 다음의 네 가지 조건을 모두 만족시킨다. 이때, 가능한 모든 수열 a_n의 개수는 N개이다. $\sqrt{N+16}$의 값은?

(가) $a_1 = a_{12} = 0$
(나) 모든 k $(1 \le k \le 11)$에 대하여, $a_{k+1} - a_k \in \{-1, 0, 1\}$
(다) 모든 k $(1 \le k \le 12)$에 대하여, $|a_k| \le 2$
(라) 수열의 항 중에서 절댓값이 2인 항이 적어도 하나 존재한다.

04

수열 a_n이 다음과 같이 정의된다.

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n^2 - 2 \quad (n \ge 1)$$

이때, 다음 급수의 값을 구한 것은?

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_1 a_2 \cdots a_n}$$

① $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ ② $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ④ $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ⑤ $\frac{5-\sqrt{5}}{4}$