

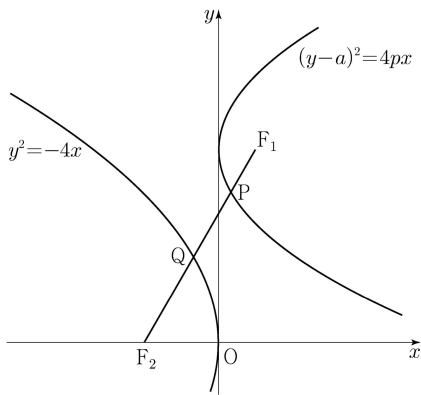
제 2 교시

수학 영역

복 습 테 슣 트

1. 두 양수 a, p 에 대하여 포물선 $(y-a)^2 = 4px$ 의 초점을 F_1 이라 하고, 포물선 $y^2 = -4x$ 의 초점을 F_2 라 하자. 선분 F_1F_2 가 두 포물선과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{F_1F_2} = 3$, $\overline{PQ} = 1$ 이다. $a^2 + p^2$ 의 값은? [4점]

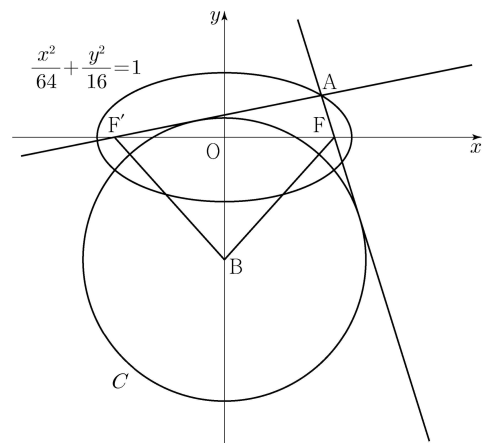
- ① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7



2. 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 점 중

제 1사분면에 있는 점 A가 있다. 두 직선 AF, AF'에 동시에 접하고 중심이 y축 위에 있는 원 중 중심의 y좌표가 음수인 것을 C라 하자. 원 C의 중심을 B라 할 때 사각형 AFBF'의 넓이가 72이다. 원 C의 반지름의 길이는? [3점]

- ① $\frac{17}{2}$ ② 9 ③ $\frac{19}{2}$ ④ 10 ⑤ $\frac{21}{2}$



3. 두 점 $F(2\sqrt{3}, 0)$, $F'(-2\sqrt{3}, 0)$ 을 초점으로 하는 쌍곡선

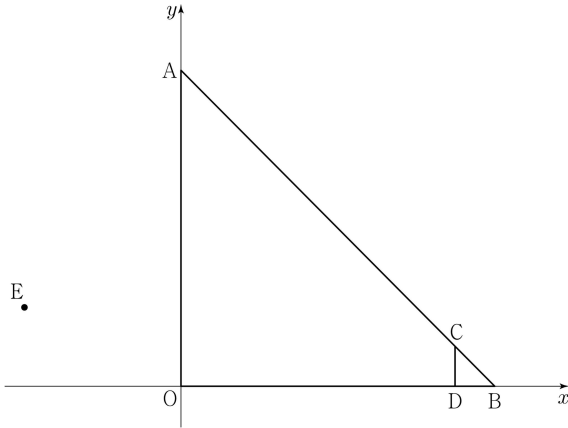
$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ 이 있다. 쌍곡선 위를 움직이는 x좌표가 양수인 점 P에 대하여 선분 F'P 위의 점 Q가 $\overline{FP} = \overline{PQ}$ 를 만족시킬 때, 점 Q가 나타내는 도형의 길이는? [4점]

- ① π ② $\sqrt{3}\pi$ ③ 2π ④ 3π ⑤ $2\sqrt{3}\pi$

4. 좌표평면 위에 다섯 점

$$A(0, 8), B(8, 0), C(7, 1), D(7, 0), E(-4, 2)$$

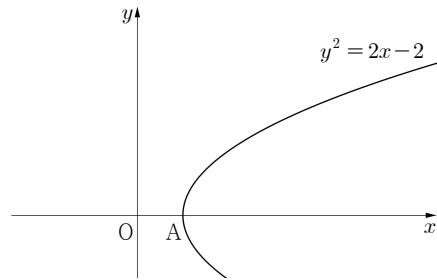
가 있다. 삼각형 AOB의 변 위를 움직이는 점 P와 삼각형 CDB의 변 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{OE}|^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

5. 그림과 같이 포물선 $y^2 = 2x - 2$ 의 꼭짓점을 A라 하자. 이 포물선 위를 움직이는 점 P와 양의 실수 k 에 대하여

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + \frac{k}{|\overrightarrow{OP}|} \overrightarrow{OP}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형을 C라 하자.

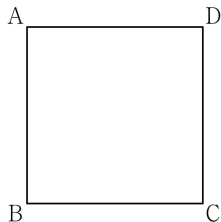
도형 C가 이 포물선과 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



6. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서

$$(\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{AC} + 3k\overrightarrow{CD}) = 0$$

일 때, 실수 k 의 값은? [3점]



- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

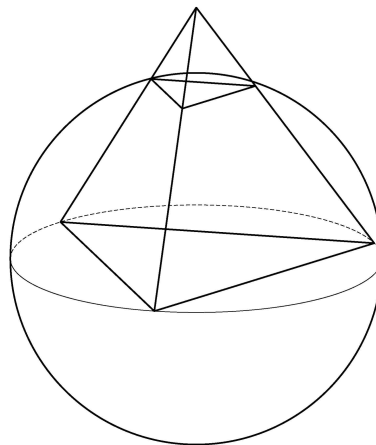
7. 좌표평면의 네 점 $A(2, 6)$, $B(6, 2)$, $C(4, 4)$, $D(8, 6)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 점 X 의 집합을 S 라 하자.

- (가) $\{(\overrightarrow{OX} - \overrightarrow{OD}) \cdot \overrightarrow{OC}\} \times \{|\overrightarrow{OX} - \overrightarrow{OD}| - 3\} = 0$
 (나) 두 벡터 $\overrightarrow{OX} - \overrightarrow{OP}$ 와 \overrightarrow{OC} 가 서로 평행하도록 하는 선분 AB 위의 점 P가 존재한다.

집합 S 에 속하는 점 중에서 y 좌표가 최대인 점을 Q, y 좌표가 최소인 점을 R이라 할 때, $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OR}$ 의 값은?
 (단, O는 원점이다.) [4점]

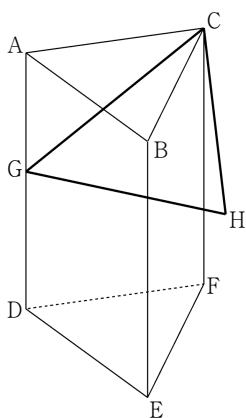
- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

8. 좌표공간에 정사면체 ABCD가 있다. 정삼각형 BCD의 외심을 중심으로 하고 점 B를 지나는 구를 S 라 하자. 구 S 와 선분 AB가 만나는 점 중 B가 아닌 점을 P, 구 S 와 선분 AC가 만나는 점 중 C가 아닌 점을 Q, 구 S 와 선분 AD가 만나는 점 중 D가 아닌 점을 R라 하고, 점 P에서 구 S 에 접하는 평면을 α 라 하자. 구 S 의 반지름의 길이가 6일 때, 삼각형 PQR의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는 k 이다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



9. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형을 밑면으로 하고 높이가 $4+2\sqrt{3}$ 인 삼각기둥 $ABC-DEF$ 에 대하여 선분 AD 위에 $\overline{DG}=4$ 인 점 G 를 잡는다. 점 H 가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 CGH 의 평면 $ADFC$ 위로의 정사영의 넓이를 S 라 하자. S^2 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 삼각형 CGH 의 평면 $ADEB$ 위로의 정사영은 정삼각형이다.
(나) 삼각형 CGH 의 평면 DEF 위로의 정사영의 내부와 삼각형 DEF 의 내부의 공통부분의 넓이는 $2\sqrt{3}$ 이다.



10. 좌표공간에 중심이 $C(2, \sqrt{5}, 5)$ 이고 점 $P(0, 0, 1)$ 을 지나는 구

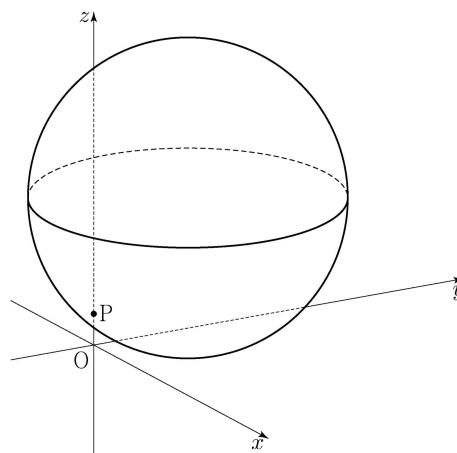
$$S: (x-2)^2 + (y-\sqrt{5})^2 + (z-5)^2 = 25$$

가 있다. 구 S 가 평면 OPC 와 만나서 생기는 원 위를 움직이는 점 Q , 구 S 위를 움직이는 점 R 에 대하여 두 점 Q, R 의 xy 평면 위로의 정사영을 각각 Q_1, R_1 이라 하자.

삼각형 OQ_1R_1 의 넓이가 최대가 되도록 하는 두 점 Q, R 에 대하여 삼각형 OQ_1R_1 의 평면 PQR 위로의 정사영의 넓이는

$\frac{q}{p}\sqrt{6}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O 는 원점이고 세 점 O, Q_1, R_1 은 한 직선 위에 있지 않으며, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



- 1. ⑤
- 2. ②
- 3. ③
- 4. 54
- 5. 24
- 6. ②
- 7. ⑤
- 8. 24
- 9. 48
- 10. 23