제 2 교시 수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{9}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} = 3$

2. $\log_2\sqrt{2}+\log_2 2\sqrt{2}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\log_2 4$

3. 반지름의 길이가 6이고 넓이가 15π인 부채꼴의 중심각의 크기는? [2점]

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

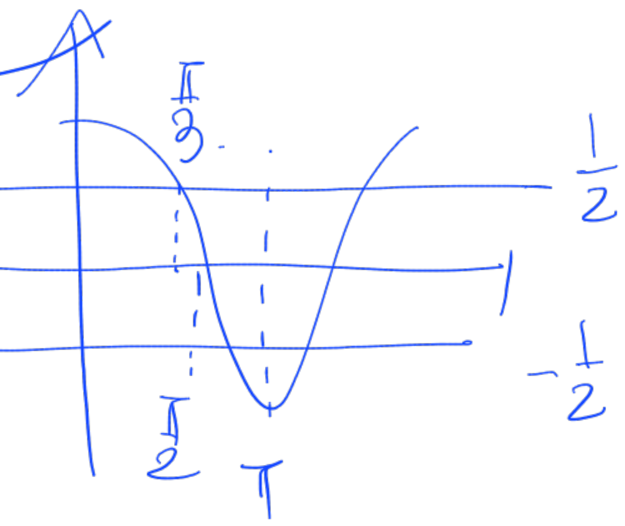
$r=6$.

$\frac{1}{2}r^2\theta = 15\pi$.

$18\theta = 15\pi$.

4. $\frac{\pi}{2}\le x\le\pi$일 때, 방정식 $\cos x=-\frac{1}{2}$ 의 해는? [3점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ $\frac{5}{6}\pi$ ⑤ π



5. 다음은 상용로그표의 일부이다.

수	···	4	5	6	···
⋮		⋮	⋮	⋮	
3.1	···	.4969	.4983	.4997	···
3.2	···	.5105	.5119	.5132	···
3.3	···	.5237	.5250	.5263	···

$\log(3.14\times10^{-2})$의 값을 위의 표를 이용하여 구한 것은? [3점]

① -2.5119 ② -2.5031 ③ -2.4737
④ -1.5119 ⑤ -1.5031

$\log(3.14) + \log 10^{-2}$

$= 0.4969 - 2 =$

6. $\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$인 θ에 대하여 $\cos\theta=-\frac{2}{3}$일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{3}$

$\cos\theta = -\frac{2}{3}$ $\cos^2\theta = \frac{4}{9}$...

$\sin^2\theta = \frac{5}{9}$ $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

7. $(\sqrt{2})^{1+\log_2 3}$의 값은? [3점]

① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{14}$

$2^{\frac{1}{2}(\log_2 3+1)} = \frac{1}{2}\log_2 6.$

$=\log_2\sqrt{6}.$

8. $-1 \le x \le 2$에서 함수 $f(x)=a\times 2^{2-x}+b$의 최댓값이 5, 최솟값이 -2일 때, $f(0)$의 값은? (단, $a>0$이고, a와 b는 상수이다.) [3점]

① 1　　② $\frac{3}{2}$　　③ 2　　④ $\frac{5}{2}$　　⑤ 3

최대 = -1. $8a+b$ 최소 = $a+b$

5 -2.

$8a+b=5$. $f(x)=2^{2-x}-3$.

$a+b=-2$ $4-3=1$.

$7a=7$ $a=1$

$b=-3$.

9. 두 상수 a, b에 대하여 함수 $y=\log_2(x-a)+1$의 그래프가 점 $(7, b)$를 지나고 점근선이 직선 $x=3$일 때, $a+b$의 값은? [3점]

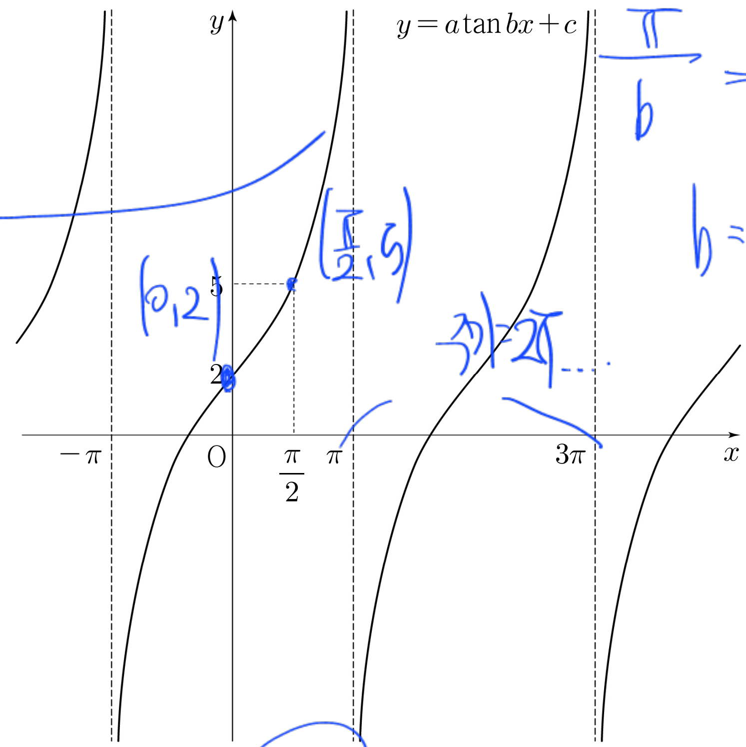
① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

$\log_2(x-3)+1$. $a=3$...

$\log_2 4+1=b$ $b=3$...

10. 세 양수 a, b, c에 대하여 함수 $y=a\tan bx+c$의 그래프가 그림과 같을 때, $a\times b\times c$의 값은? [3점]

$a, b, c>0$



$\frac{\pi}{b}=2\pi$

$b=\frac{1}{2}$.

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

$(0,2)$ $a\tan\frac{1}{2}x+2$ $c=2$.

$(\frac{\pi}{2},5)$ $a+2=5$ $a=3$....

11. 방정식 $2^{x-6}=\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2}$ 의 모든 해의 합은? [3점]

① $-\frac{9}{2}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

$2^{x-6}=2^{-2x^2}$

$2x^2+x-6=0$.

12. 주어진 채널을 통해 신뢰성 있게 전달할 수 있는 최대 정보량을 채널용량이라 한다. 채널용량을 C, 대역폭을 W, 신호전력을 S, 잡음전력을 N이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$C=W\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)$$

대역폭이 15, 신호전력이 186, 잡음전력이 a인 채널용량이 75일 때, 상수 a의 값은? (단, 채널용량의 단위는 bps, 대역폭의 단위는 Hz, 신호전력과 잡음전력의 단위는 모두 Watt이다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5.

$\cancel{75}=\cancel{15}\log_2\left(1+\frac{186}{a}\right)$

$\log_2 32=\log_2\left(1+\frac{186}{a}\right)$.

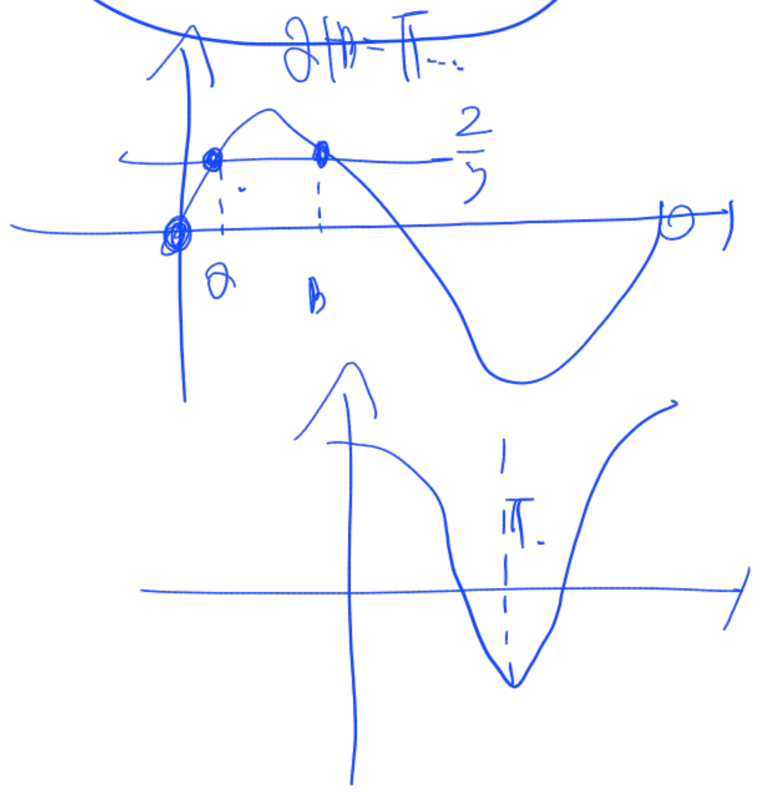
$\frac{186}{a}=31 \quad a=6\cdots$

$\sin x > \frac{2}{3}$ ...

13. $0 \leq x < 2\pi$일 때, 부등식 $3\sin x - 2 > 0$의 해가 $\alpha < x < \beta$이다. $\cos(\alpha + \beta)$의 값은? [3점]

① -1　　② $-\frac{1}{2}$　　③ 0　　④ $\frac{1}{2}$　　⑤ 1

$\alpha + \beta = \pi$ ...



14. $x > 0$에서 정의된 함수

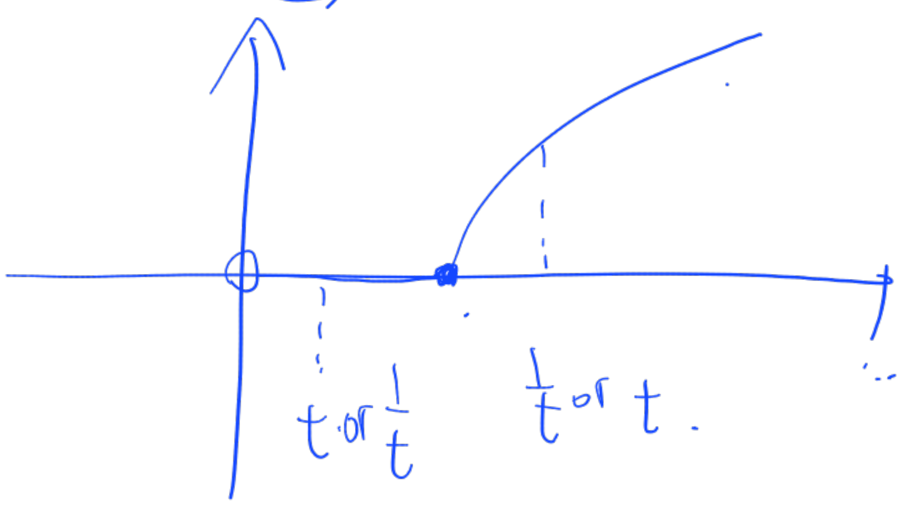
$$f(x) = \begin{cases} 0 & (0 < x \leq 1) \\ \log_3 x & (x > 1) \end{cases}$$

$x > 0$ ... t와 $\frac{1}{t}$

에 대하여 $f(t) + f\left(\frac{1}{t}\right) = 2$를 만족시키는 모든 양수 t의 값의 합은? [4점]

$t=1$기준으로 대칭되게!

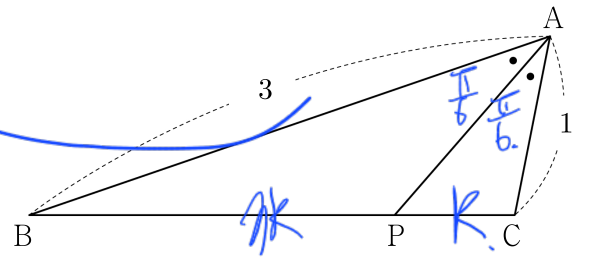
① $\frac{76}{9}$　　② $\frac{79}{9}$　　③ $\frac{82}{9}$　　④ $\frac{85}{9}$　　⑤ $\frac{88}{9}$



$f(t) = 2$ ...　$t = 9$

$f\left(\frac{1}{t}\right) = 2$　$t = \frac{1}{9}$ ...

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=1$이고 $\angle BAC=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 ABC가 있다. $\angle BAC$의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 P라 할 때, 삼각형 APC의 외접원의 넓이는? [4점]



① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{5}{16}\pi$ ③ $\frac{3}{8}\pi$ ④ $\frac{7}{16}\pi$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{(0+1)-16k^2}{2\times3\times1}$

$3 = 11 - 16k^2$

$-8 = -16k^2$ $k^2=\frac{1}{2}$

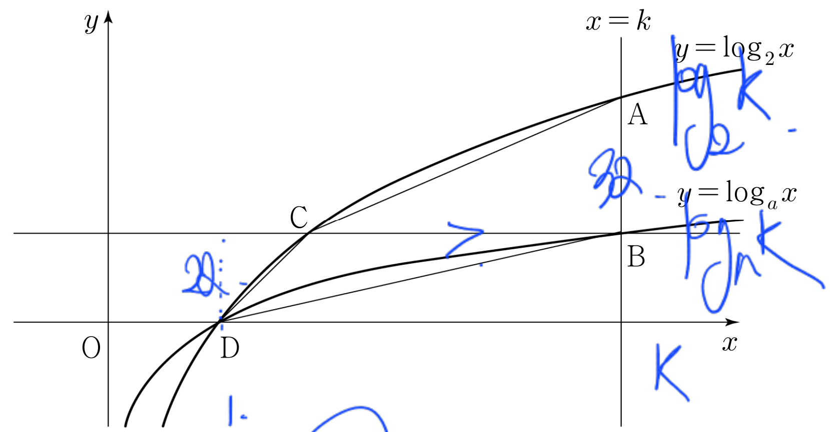
$k=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin\frac{\pi}{6}} = 2R$

$2\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 2R$

$R=\frac{\sqrt{2}}{2}$

16. 상수 k에 대하여 그림과 같이 직선 $x=k\,(k>1)$이 두 함수 $y=\log_2 x$, $y=\log_a x\,(a>2)$의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=\log_2 x$의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. 함수 $y=\log_2 x$의 그래프가 x축과 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 ACB와 삼각형 BCD의 넓이의 비는 $3:2$이다. 상수 a의 값은? [4점]



① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 8 ⑤ $8\sqrt{2}$

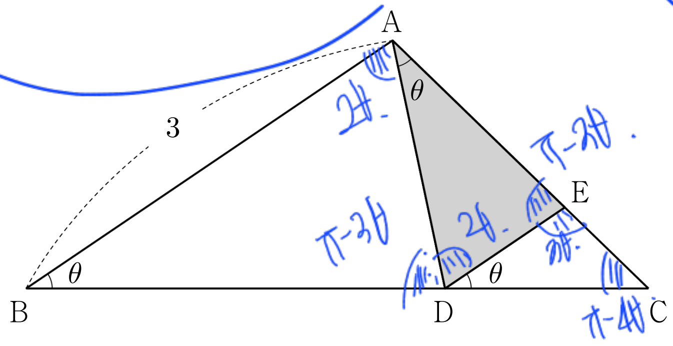
$2(\log_2 k - \log_a k) = 3(\log_a k)$

$5\log_a k = 2\log_2 k$

$\log_{a^{\frac{1}{5}}} k = \log_{2^{\frac{1}{2}}} k$

$a = 2^{\frac{5}{2}}$ … $4\sqrt{2}$

17. $0<\theta<\frac{\pi}{4}$ 인 임의의 실수 θ에 대하여 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\angle ABC=\theta$, $\angle CAB=3\theta$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC 위에 점 D를 $\angle DAC=\theta$가 되도록 잡고, 선분 AC 위에 점 E를 $\angle EDC=\theta$가 되도록 잡는다. 다음은 삼각형 ADE의 넓이 $S(\theta)$를 구하는 과정이다.



$\angle ABC=\theta$, $\angle DAB=2\theta$이므로 $\angle BDA=\pi-3\theta$이다.

삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{AD}}{\sin\theta}=\frac{\overline{AB}}{\boxed{(가)}}$$ $\sin(\pi-3\theta)$

이므로 $\overline{AD}=\frac{3\sin\theta}{\boxed{(가)}}$이다. $\sin(\pi-3\theta)$

또한 $\angle ADE=2\theta$이므로

$\overline{DE}=\boxed{(나)}\times\overline{AD}^2$ $\frac{1}{3}$

이다. 따라서 삼각형 ADE의 넓이 $S(\theta)$는

$$S(\theta)=\frac{9}{2}\times\left(\frac{\sin\theta}{\sin 3\theta}\right)^3\times\boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$라 하고, (나)에 알맞은 수를 p라 할 때, $p\times f\left(\frac{\pi}{6}\right)\times g\left(\frac{\pi}{12}\right)$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{12}$　② $\frac{1}{6}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{5}{12}$

$\frac{1}{3}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

$\frac{\overline{DE}}{\sin\theta}=\frac{\overline{AD}}{\sin(\pi-3\theta)}$

$\frac{\sin\theta}{\sin(\pi-3\theta)}\times\overline{AD}=\overline{DE}$ …

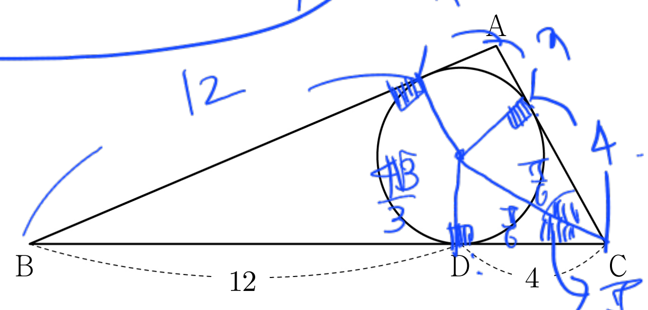
$\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{DE}\times\sin2\theta$

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\overline{AD}^3\times\sin2\theta$

$=\frac{9}{2}\left(\frac{\sin\theta}{\sin3\theta}\right)^3\times\sin2\theta$ ……

18. 반지름의 길이가 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$인 원이 삼각형 ABC에 내접하고 있다. 원이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하고 $\overline{BD}=12$, $\overline{DC}=4$일 때, 삼각형 ABC의 둘레의 길이는? [4점]

① $\frac{71}{2}$　② 36　③ $\frac{73}{2}$　④ 37　⑤ $\frac{75}{2}$



$r=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

$16+14+6$

$=36$

$x^2+8x+16-x^2-24x-144$

$\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}=\frac{256+(x+4)^2-(x+12)^2}{2\times16\times(x+4)}$

$16x+64=-16x+128$

$32x=64$

$x=2$

$(\sqrt{2}-1)^2 = 3-2\sqrt{2}$ ....

19. 부등식

$$(\sqrt{2}-1)^m \geq (3-2\sqrt{2})^{5-n}$$

을 만족시키는 자연수 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수는? [4점]

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

$\sqrt{2}-1=A$ $0<A<1$ ....

식변형. $(A)^m \geq (A)^{-2n+10}$.

$m \leq -2n+10$

$m+2n \leq 10$ ....

$m=1\sim 8$ $n=1$.

$1\sim 6$ $n=2$

$1\sim 4$

$1\sim 2$.

20. 자연수 n에 대하여 직선 $y=1$이 곡선 $y=2^x-1$, 직선 $y=-(1+\log_2 n)x+7$과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 두 점 A, B 사이의 거리를 $f(n)$이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(2)=2$

ㄴ. $f(n) \geq 1$을 만족시키는 n의 개수는 4이다.

ㄷ. $\left|f(n)-1\right| \geq \dfrac{2}{3}$를 만족시키는 n의 개수는 245이다. 241

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

A. $(2^x-1=1 \quad x=1)$ $(1,1)$.

B. $-(1+\log_2 n)x+7=1$. $x=\dfrac{6}{1+\log_2 n}$ $\left(\dfrac{6}{1+\log_2 n}, 1\right)$.

$6=(1+\log_2 n)x$.

$f(n)=\left|\dfrac{6}{1+\log_2 n}-1\right|$. 1, 2,

$f(2)=|2|=2$.

$\left|\dfrac{6}{1+\log_2 n}-1\right| \geq 1$ ...

$n=1,2,3,4$ ...

① $f(n) \geq \dfrac{5}{3}$ .... $\left|\dfrac{6}{1+\log_2 n}-1\right| \geq \dfrac{5}{3}$ ....

$\dfrac{6}{1+\log_2 3}-1=\dfrac{5}{3}$. $n=1, 2$.

$f(n) \leq \dfrac{1}{3}$ .... $-\dfrac{1}{3} \leq \dfrac{6}{1+\log_2 n}-1 \leq \dfrac{1}{3}$.

$\dfrac{1}{1+\log_2 3}=\dfrac{4}{9}$ $1+\log_2 3=\dfrac{9}{4}$

$\log_2 3=\dfrac{5}{4}$ ...

$11 \sim 256$ $\dfrac{2}{3} \leq \dfrac{6}{1+\log_2 n} \leq \dfrac{4}{3}$.

$\dfrac{2}{3} \leq 6\log_{2n} 2 \leq \dfrac{4}{3}$.

$2^{\frac{5}{4}}=3$ ...

$\dfrac{9}{4}\times 6\dfrac{3}{2}$ $\dfrac{9}{2} \leq \log_2 n \leq 8$ .... $1 \leq 6\times\dfrac{3}{2}$ $\log_2 n \leq 8$ ...

21. 상수 k에 대하여 정의역과 공역이 각각 실수 전체의 집합인 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2^{-x-2}-2 & (x<k) \\ -\log_2(x+2)-2 & (x \ge k) \end{cases}$$

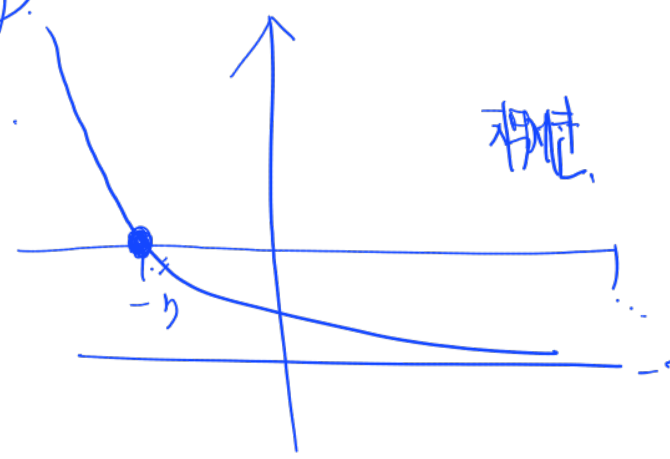
가 일대일대응이다. 함수 $g(x)$를

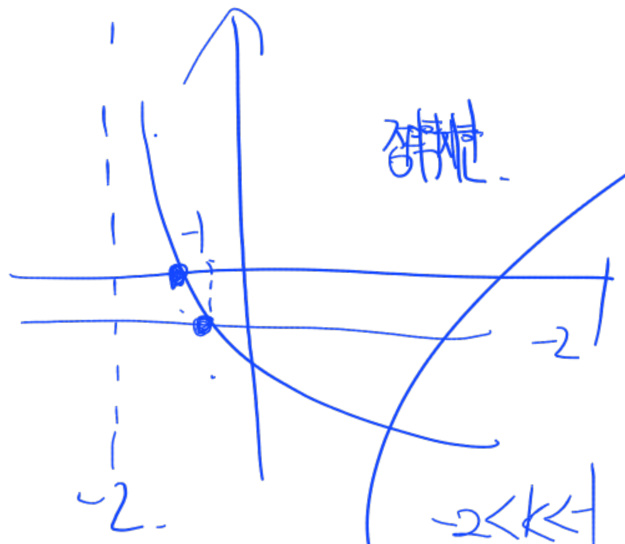
$$g(x)=\begin{cases} \log_2(2-x)+2 & (x<-k) \\ -2^{x-2}+2 & (x \ge -k) \end{cases}$$

라 할 때, $f(a) \le b \le g(a)$를 만족시키는 정수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는? (단, $-2 \le a \le 2$) [4점]

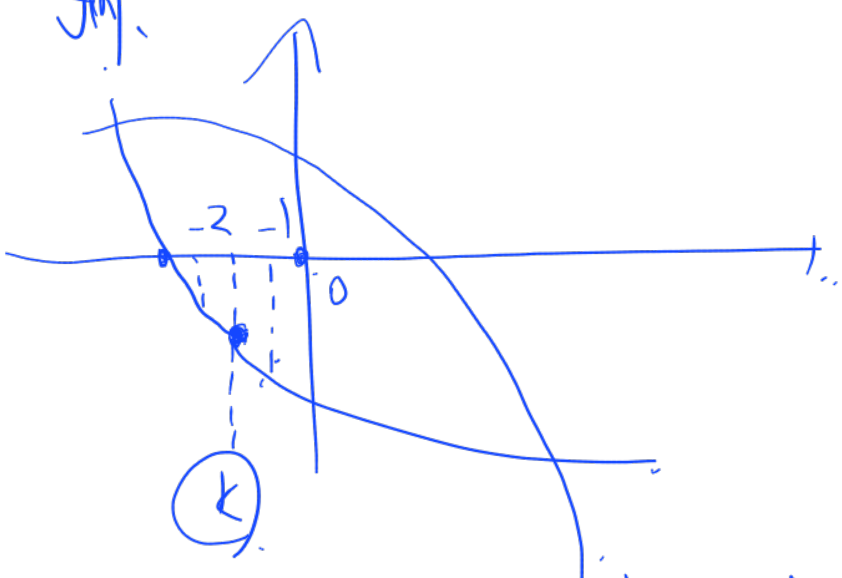
① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

"정의역, 치역" = 실수 전체





$-2<k<-1$



$x=-2, -1, 0, 1, 2$

단답형

22. $5^{\frac{7}{3}} \div 5^{\frac{1}{3}}$의 값을 구하시오. [3점]

$5^{\frac{7}{3}-\frac{1}{3}}=25$

23. 방정식 $\log_3(x-2)=1$의 해를 구하시오. [3점]

$x>2$

$x-2=3$

$x=5$

24. $\tan\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $50\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

$\tan\theta = \frac{1}{3}$ …

$\cos\theta = \pm\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\cos^2\theta = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$.

9×50

45…

25. 함수 $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + k$ 의 그래프가 점 $\left(\frac{\pi}{6}, 2\right)$ 를 지날 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

$2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + k = 2$.

$k - 1 = 2$ $k = 3$.

26. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 후 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 그래프와 일치한다. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지날 때, $f(m)$ 의 값을 구하시오. (단, m 은 상수이다.) [4점]

$y = \log_2(x-m)$ $(5,1)$.

$y=x$ 대칭. $(1,5)$

$\log_2(5-m) = 1 = \log_2 2$.

$m = 3$.

m.

$\log_2(x-m) = 3$, $m=1$.

a, b = 자연수…

27. 1보다 큰 세 실수 a, b, c가

$$\log_a b = \frac{\log_b c}{2} = \frac{\log_c a}{3} = k \ (k\text{는 상수})$$

를 만족시킬 때, $120k^3$의 값을 구하시오. [4점]

$a, b, c > 1$…

$b = a^k$ $c = (b)^{2k}$ $a = c^{3k}$

$c = a^{2k^2}$ $a = a^{6k^3}$

$6k^3 = 1$…

20…

$3a+3 < 2^n \times a \le 96a + 96$…

$3 + \frac{3}{a} < 2^n \le 96 + \frac{96}{a}$…

$n = 2$ $3, 4, 5, 6, 7$……

25…

$a = 1, 2, 3$… 15

28. 두 자연수 a, b에 대하여 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(a, \log_4 b)$, $\mathrm{B}(1, \log_8 \sqrt{27})$이 있다. 선분 AB를 $2:1$로 외분하는 점이 곡선 $y = -\log_4(3-x)$ 위에 있고, 집합 $\{n \mid b < 2^n \times a \le 32b,\ n\text{은 정수}\}$의 모든 원소의 합은 25이다. $a+b$의 최댓값을 구하시오. [4점]

$(a, \log_4 b)$ $(1, \log_8 \sqrt{27})$

$(2-a,\ 2\log_8 \sqrt{27} - \log_4 b)$

$-\log_4(a+1) = 2\log_8 \sqrt{27} - \log_4 b$

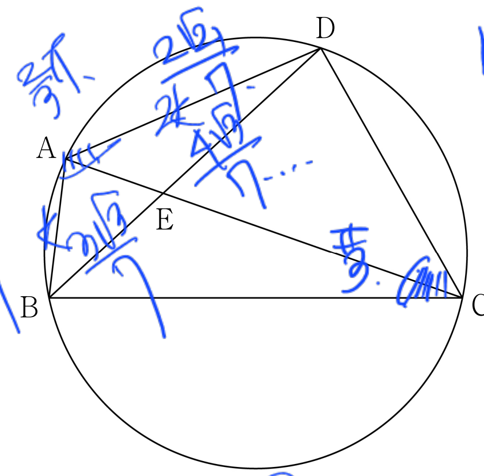
$-\log_4(a+1) = 2\log_{2^3} 3^{\frac{3}{2}} - \log_4 b$

$-\log_4(a+1) = \log_4 3 - \log_4 b$

$\log_4 b = \log_4(a+1) + \log_4 3$

$b = 3a+3$…

29. $\overline{\mathrm{DA}}=2\overline{\mathrm{AB}}$, $\angle\mathrm{DAB}=\frac{2}{3}\pi$이고 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 사각형 ABCD가 있다. 두 대각선 AC, BD의 교점을 E라 할 때, 점 E는 선분 BD를 3:4로 내분한다. 사각형 ABCD의 넓이가 $\frac{q}{p}\sqrt{3}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 두 자연수 a, b에 대하여 세 함수

$$f(x)=\cos \pi x,\ g(x)=\sin \pi x,\ h(x)=ax+b$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0 \le x \le 4$일 때, 방정식 $(f \circ h)(x)=(h \circ g)\left(\frac{3}{2}\right)$의 서로 다른 실근의 개수는 홀수이다.
>
> (나) $0 \le x \le 4$일 때, 방정식 $(f \circ h)(x)=(h \circ g)(t)$의 서로 다른 모든 실근의 합이 56이 되도록 하는 실수 t가 존재한다.

$\dfrac{a \times b}{\cos^2 \pi t}$의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

(4) $f(h(n)) = h(g(t))$. $f = \cos\pi$ $h = an+b$. $g = \sin\pi$.

$\vdash 14\sin\pi t + 19 = \vdash 1$.

$\cos\pi(an+b) = a\sin\pi t + b \ldots$

$\sin\pi t = -\frac{6}{7} \ldots$

"접"

$\frac{2}{a} + \frac{4}{a} \ldots + 4 \ldots$

$$\left(\frac{\cancel{2}a\left(\frac{2}{a}+4\right)}{\cancel{2}}\right) = 96.$$

$\sin^2\pi t = \frac{36}{49}$

$2 + 4a = 96$. 답!

$\cos^2\pi t = \frac{13}{49} \ldots$

$\frac{1}{a} \ldots$ $4 - \frac{1}{a} \ldots \frac{4a-1}{a} \ldots$

$a = 14$

$$\left(\frac{\cancel{2}a\left(\frac{1}{a} + \frac{4a-1}{a}\right)}{\cancel{2}}\right) = 56$$

$b = 19$.

$a = 14 \ldots \frac{49}{13} \times \cancel{13} \times 14$.

$1 + 4a - 1 = 56$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 14 \\ \hline 686 \end{array}$$