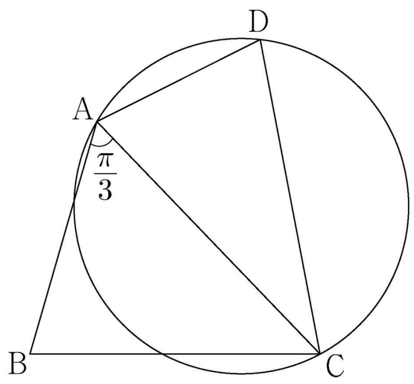
14. 전형적인 삼각함수의 활용 문제.
주어진 대로 사인법칙과 코사인법칙을 써보면 스르륵 하고 풀린다.

<24학년도 수능 13번>

그림과 같이

$$\overline{\mathrm{AB}}=3,\quad \overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{13},\quad \overline{\mathrm{AD}}\times\overline{\mathrm{CD}}=9,\quad \angle\mathrm{BAC}=\frac{\pi}{3}$$

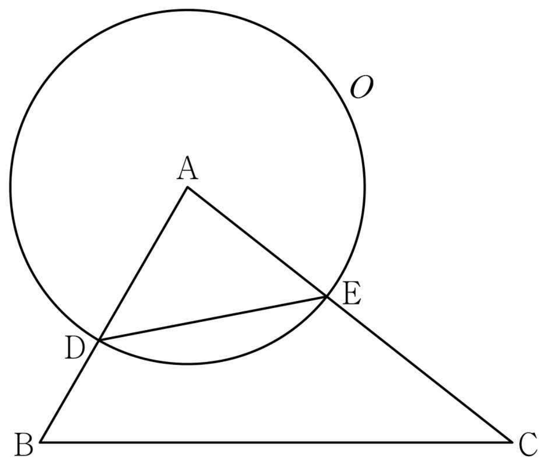
인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 ABC의 넓이를 S_1,
삼각형 ACD의 넓이를 S_2라 하고, 삼각형 ACD의 외접원의 반지름의 길이를 R이라 하자.
$S_2=\frac{5}{6}S_1$일 때, $\frac{R}{\sin(\angle\mathrm{ADC})}$의 값은? [4점]



① $\frac{54}{25}$ ② $\frac{117}{50}$ ③ $\frac{63}{25}$ ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{72}{25}$

<25학년도 수능 14번>

그림과 같이 삼각형 ABC에서 선분 AB 위에 $\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{DB}}=3:2$인 점 D를 잡고, 점 A를 중심으로 하고 점 D를 지나는 원을 O, 원 O와 선분 AC가 만나는 점을 E라 하자.
$\sin A:\sin C=8:5$이고, 삼각형 ADE와 삼각형 ABC의 넓이의 비가 $9:35$이다. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 원 O 위의 점 P에 대하여 삼각형 PBC의 넓이의 최댓값은? (단, $\overline{\mathrm{AB}}<\overline{\mathrm{AC}}$) [4점]



① $18+15\sqrt{3}$ ② $24+20\sqrt{3}$ ③ $30+25\sqrt{3}$
④ $36+30\sqrt{3}$ ⑤ $42+35\sqrt{3}$

15. 역시 도함수의 부호 변화 관찰하기!
함수 $h(x)$는 양수 a의 값에 관계없이 $x=b\,(b\geq 1)$에서 극값을 갖는다는 점에서 2111나20과 닮아있다.

<21학년도 수능 나형 20번>

실수 $a\,(a>1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=(x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x)=x^2\int_0^x f(t)\,dt-\int_0^x t^2 f(t)\,dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a의 최댓값은? [4점]

① $\dfrac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\dfrac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

20. 빈칸 채워넣는 문제만 나오면 난이도에 상관없이 헉헉대는 사람이 꽤 많다... 차분히 풀어보자.

이걸 '귀납적으로 정의된 수열'이나 '수학적 귀납법'으로 생각하는 사람이 좀 있는 거 같은데, 그거 아니다.
수열의 귀납적 정의는 처음 몇 항과 이웃하는 항 사이의 관계식이 주어졌을 때 이후의 다른 모든 항도 구할 수 있는 거고,
수학적 귀납법은 명제 $p(n)$이 참임을 보일 때 두 명제

$p(1)$, 자연수 k에 대하여 $p(k) \to p(k+1)$

이 참임을 보여서 증명하는 방법이다.
20번은 '수열의 합' 단원이라고 보는 게 맞음.
(심지어 기출문제집에서도 문제 분류 대충 해놔서 22예시13이 수열의 귀납적 정의나 수학적 귀납법 파트에 들어가있는 경우가 있다...)

<22학년도 예시문항 13번>

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{S_k}{k!} = \frac{1}{(n+1)!}$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}$의 값을 구하는 과정이다.

$n=1$일 때, $a_1 = S_1 = \frac{1}{2}$이므로 $\frac{1}{a_1} = 2$이다.

$n=2$일 때, $a_2 = S_2 - S_1 = -\frac{7}{6}$이므로 $\sum_{k=1}^{2} \frac{1}{a_k} = \frac{8}{7}$이다.

$n \geq 3$인 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{S_n}{n!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{S_k}{k!} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{S_k}{k!} = -\frac{\boxed{(가)}}{(n+1)!}$$

즉, $S_n = -\frac{\boxed{(가)}}{n+1}$이므로

$$a_n = S_n - S_{n-1} = -\left(\boxed{(나)}\right)$$

이다. 한편 $\sum_{k=3}^{n} k(k+1) = -8 + \sum_{k=1}^{n} k(k+1)$이므로

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k} &= \frac{8}{7} - \sum_{k=3}^{n} k(k+1) \\ &= \frac{64}{7} - \frac{n(n+1)}{2} - \sum_{k=1}^{n} \boxed{(다)} \\ &= -\frac{1}{3}n^3 - n^2 - \frac{2}{3}n + \frac{64}{7} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$라 할 때, $f(5) \times g(3) \times h(6)$의 값은? [4점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

21. 시험지 내에서 제일 어려운 문제. 충분히 킬러 역할을 한다. 아마 극한연속 기출 중에서도 가장 어렵지 않을까...
'(나)의 두 자연수가 연속으로 나타남'을 이해하면 그 이후는 안되는 경우를 쳐내는 것도 뚝딱 하고 풀리지만, 거기까지 가는 게 꽤 어렵다.
상황을 확정하고 나서의 계산 구조가 1906나30과 꽤 비슷하다. 심지어 답도 같음!
대소비교를 통해 (나)의 집합 내의 두 자연수 중에 뭐가 2인지, 뭐가 3인지 케이스 나누지 않고 확인하는 논리가 기출에 나왔던 적이 있는데 무슨 기출이었는지 기억이 안난다...
2606미적29는 아니었는데 혹시아는사람있으면알려주세요

<19학년도 6월 모평 나형 30번>(도전)!

사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 5 이하의 모든 자연수 n에 대하여
$$\sum_{k=1}^{n} f(k) = f(n)f(n+1)$$이다.
(나) $n=3,\ 4$일 때, 함수 $f(x)$에서 x의 값이 n에서 $n+2$까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128\times f\left(\frac{5}{2}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

22. $f(x)$의 역함수를 $g(x)$와 비슷하게 써보면 점 A가 어떤 곡선 위의 점인지가 드러난다. 6평 22번 복붙 수준.

<26학년도 6월 모평 22번>

$k>1$인 실수 k에 대하여 두 곡선

$$y=2^{x}+\frac{k}{2}, \quad y=k\times\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+k-2$$

가 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=2^{x-2}-3$과 만나는 점을 B라 하자.

삼각형 AOB의 넓비가 16일 때, $k+\log_{2}k=\frac{q}{p}$이다.

$p+q$의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 수특 예제 직접연계. $\sin^2+\cos^2=1$을 쓰는 것까지, 상당히 비슷하다.
1컷 이하라면 웬만하면 수특수완을 쭉 풀어보는게...

<2026 수능특강 미적분 여러 가지 미분법 예제 3번>

매개변수 $t\,(0<t<\frac{\pi}{2})$로 나타낸 곡선

$$x=-\cos^2 t,\ y=(1+\sin t)\sin t$$

를 C라 하자. 곡선 C가 직선 $y=x+\frac{8}{5}$과 만나는 점에서 곡선 C에 접하는 직선의 기울기는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

28. s의 값을 나타내고 나면 $g(t)$와 $f(t)$의 관계가 보인다. 적분할 때는 치환적분과 부분적분을 적절히...?

<22학년도 예시문항 미적분 29번>

함수 $f(x)=e^x+x-1$과 양수 t에 대하여 함수

$$F(x)=\int_0^x \{t-f(s)\}\,ds$$

가 $x=\alpha$에서 최댓값을 가질 때, 실수 α의 값을 $g(t)$라 하자. 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $\displaystyle\int_{f(1)}^{f(5)} \frac{g(t)}{1+e^{g(t)}}\,dt$의 값을 구하시오. [4점]

<23학년도 수능 미적분 29번>

세 상수 a, b, c에 대하여 함수 $f(x)=ae^{2x}+be^x+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)+6}{e^x}=1$

(나) $f(\ln 2)=0$

함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\displaystyle\int_0^{14} g(x)\,dx=p+q\ln 2$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점]

30. 주어진 f의 역함수가 증가하는 건 직관적으로도, 수식으로도 간단히 생각해볼 수 있다. f^{-1}의 개형도 확정할 수 있다.

박스 밑에서 f^{-1}을 알고 있으니 기울기의 역수를 취해서 g를 구할지, 아니면 f를 다시 그려서 g를 구할지가 갈리는데, 손풀이에서는 후자로 풀었다. 전자로 풀면 $m=0$을 생각하기가 아무래도 조금 어렵지 않을까...

$m=1$일 때는 함수 f의 변곡점에서의 접선이 되는데, 이때 g가 연속이 되는 거는 그림으로 파악해도 좋지만 식으로도 점검해봤으면 좋겠다.
$\dfrac{f(x)}{x-1}=m$을 생각해봐도 좋고, f^{-1}의 식을 정확히 알고 있으니 $\dfrac{x}{f^{-1}(x)-1} \circ f(x)=m$에서 f가 증가하니 겉함수의 개형만 미분을 통해서 파악해봐도 좋을 듯.

<12학년도 수능 가형 19번>

실수 m에 대하여 점 $(0, 2)$를 지나고 기울기가 m인 직선이 곡선 $y=x^3-3x^2+1$과 만나는 점의 개수를 $f(m)$이라 하자. 함수 $f(m)$이 구간 $(-\infty, a)$에서 연속이 되게 하는 실수 a의 최댓값은? [4점]

① -3 ② $-\dfrac{3}{4}$ ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ $\dfrac{15}{4}$ ⑤ 6

<22학년도 예시문항 미적분 30번>

두 양수 a, $b\,(b<1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+ax & (x\le 0) \\ \dfrac{\ln(x+b)}{x} & (x>0) \end{cases}$$

이라 하자. 양수 m에 대하여 직선 $y=mx$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(m)$이라 할 때, 함수 $g(m)$은 다음 조건을 만족시킨다.

$\lim\limits_{m\to\alpha-} g(m)-\lim\limits_{m\to\alpha+} g(m)=1$을 만족시키는 양수 α가 오직 하나 존재하고, 이 α에 대하여 점 $(b, f(b))$는 직선 $y=\alpha x$와 곡선 $y=f(x)$의 교점이다.

$ab^2=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이고, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$이다.) [4점]