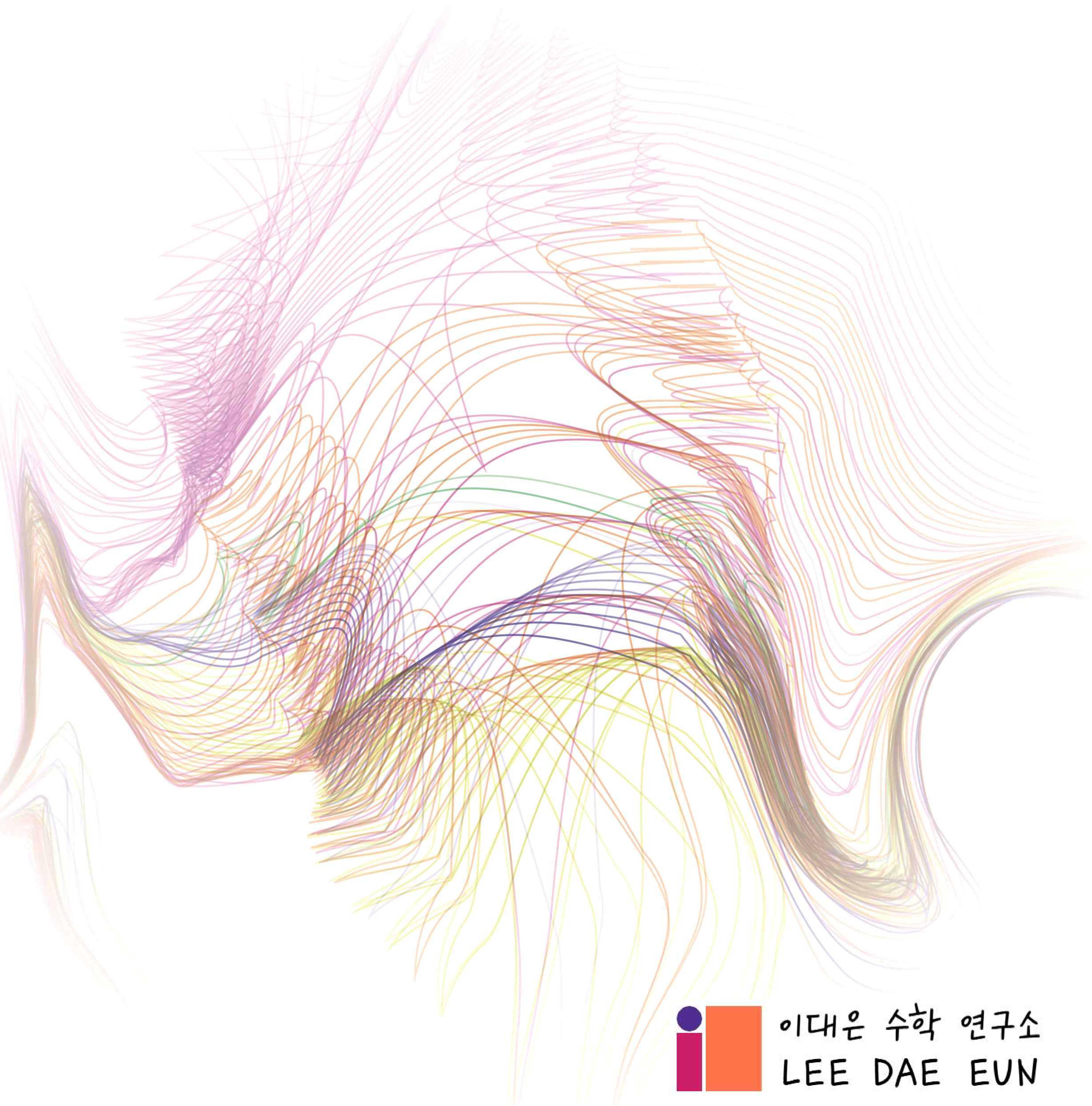
수능

2026학년도
모의고사

유형분석서

이대은 지음



이대은 수학 연구소
LEE DAE EUN

제가 전에도 말씀드렸듯이 선생님 덕분에 저 사람 된거예요. 유인원이나 다름없는 실력이었는데.....
수능 공부는 올해가 처음이라 모든 과목이 버거웠고 특히 수학에서 부담이 컸는데 쌤한테 도움 많이 받았어요. 수업 들은 기간이 그리 길지도 않았지만 정말 감사했습니다. 제가 쌤을 봬러 찾아갈 수 있을지는 모르겠는데 만약 뵙게 된다면 절이라도 올릴게요 ..!! 감사합니다 :D

우선 수업이 너무 재밌어서 좋았습니다.
수능 수학을 공부하는데 있어서 많은 수업을 들었지만 제가 들은 수업중에서 가장 좋은 수업이었어요.
항상 열심히 준비해주시고 열정적으로 사시는 모습을 보여주셔서 되게 멋있었습니다!
수능 수학을 준비 하는데에 있어서 이대은 선생님을 만난건 정말 행운이라고 생각하고 과거로 다시 돌아간다 해도 대은쌤 들을거같아요 감사합니다 !

2~3등급일때 선생님 강의를 들었다면 더욱 원하는 점수에 빨리 도달하지 않았을까 싶습니다 문제를 그냥 풀어제끼고 버리는 것이 아니고 선생님이 적어주신 노트(문제를 보고 떠올려야 하는 것들)처럼 정리해가며 범주화 시키며 공부해야 한다는 것을 재수 할때 깨달았었는데 현역때 선생님 강의를 들었다면 더 빨리 지금 실력으로 도약 할 수 있었을거 같습니다
3등급 정도의 후배가 강사를 추천해달라고 하면 바로 선생님을 추천할 것 같습니다.

이대은 쌤 덕분에 저 사람 됐어요. 쌤 수업 듣기 전에는 겨우 노베이스랑 다름 없을 정도로 수학 너무 못했고 점수도 늘 정체 되어 있었는데 수업 들을 후에 점수가 많이 올랐어요. 점->선->면->커튼콜 순서로 이어지는 커리큘럼이 상당히 탄탄해요. 저 같은 수학 노베도 기본기부터 쌓아가며 수학 자신감 많이 올릴 수 있어요. 수업이 길어서 힘들 수도 있는데 쌤이 워낙 재밌는 얘기 많이 해주셔서 괜찮았고 과제량도 부담되지 않아서 좋아요. 가끔 커뮤니티 보면 시험지가 너무 쉽다고 비판하는 글도 있었는데 저는 그게 단점이라고 생각하지 않습니다. 평가원 시험따라서 의도된 플랜이라고 생각하고, 실제로 올해 수능 시험도 물수능이라고 할정도로 쉽게 나왔으니까요. 점,선 수업은 속성으로 들어서 크게 할 말이 없지만 면 수업과 특히 커튼콜은 실전에 도움이 많이 됐어요. 선생님께서 "이정도 난이도로 출제될거라고 예상한다"고 얘기하신대로 연습하니까 수능때 지금껏 받았던 점수보다 가장 높은 점수를 받았어요. 다른 과목은 아쉬움이 많았지만 수학만큼은 만족합니다. 너무 장점만 적어놔서 뭐 받고 적었나 싶을 수도 있는데 그런적 없고... 굳이 단점을 적지면 수업을 제시간에 안 끝내주셔서 힘들기도 했습니다. 마지막으로 한 마디만 덧붙이자면 커리 끝까지 따라갔을 때 후회하지 않을만한 수업이라고 생각합니다!

저는 수학을 꽤나 잘하는 편에 속했습니다. 고난도 문제도 잘 풀어냈습니다. 하지만 준킬러를 빠르게 풀어내지 못하여 고난도 문제를 볼 시간도 없었습니다. 그렇지만 이대은T 수업을 듣고 준킬러 부분을 빨리 풀어낼 수 있었습니다. 그 덕분에 25수능을 15번까지 20분정도 걸리며 시험지 운영을 쉽게 할 수 있었습니다. 이대은T 수업은 3,4등급 친구들에게도 좋지만 저는 1,2등급 친구들도 충분히 들을만한 가치가 있다고 생각합니다. 특히 시간은 문제를 풀 수 있지만 오래걸리는 친구들에게 강추합니다👍👍

유튜브　　오르비클래스　　무료배포 오픈카톡

수학강사 이대은
<온라인>
현) 오르비클래스
<오프라인>
현) 매시브학원 대치, 광화문
현) 대치명인학원 중계
전) 사관등용문학원 대치
전) 비상에듀 재수종합반
* 23, 24, 25학년도 수학 단독 수강생수 1위

이 분석서는 유튜브 대은이대은에 업로드된

해설강의와 함께 보시는 것을 추천드립니다.

이대은 수학 연구소
LEE DAE EUN

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

9. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=x^3+3ax^2-9a^2x+4$$

라 하자. 직선 $y=5$가 곡선 $y=f(x)$에 접할 때, $f(2)$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

<풀이논리>

양수 a

① 미지수가 1개이므로 관계식 1개 구하기

직선 $y=5$가 곡선 $y=f(x)$에 접할 때

② $y=5$가 접하려면 극값이 5이므로 극댓값이나 극솟값이 5임을 이용해 관계식 구하기

③ 함수가 y축을 $(0,\ 4)$에서 지나므로 극솟값은 5가 될 수 없다.

9번

Note1. 미지수 구하기

⇒ 미지수 개수만큼 관계식 구하기

Note2. 조건을 만족시키는 경우가 두 가지 이상인 경우

⇒ 귀류법 (부등식, 자연수 조건)을 이용하여 모순인 경우 제외시키기

Note3. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값 b를 갖는 경우

⇒ $f(a)=b$, $f'(a)=0$을 관계식으로 이용하기

10. 상수 a $(a>1)$에 대하여 곡선 $y=a^{x}-2$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 A를 지나고 y축에 평행한 직선이 x축과 만나는 점을 B, 곡선 $y=a^{x}-2$의 점근선과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$이고 삼각형 AOC의 넓이가 8일 때, $a\times\overline{\mathrm{OB}}$의 값은? (단, O는 원점이다.)

① $2^{\frac{13}{6}}$ ② $2^{\frac{7}{3}}$ ③ $2^{\frac{5}{2}}$ ④ $2^{\frac{8}{3}}$ ⑤ $2^{\frac{17}{6}}$

<풀이논리>

곡선 $y=a^{x}-2$

① 곡선이 미지수를 포함하면 곡선 위의 점으르 관계식으로 이용하기

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$

② 기하적 조건은 그래프 그려서 해석하기

삼각형 AOC의 넓이가 8

③ 선분 AC가 y축과 평행하므로 삼각형 넓이는 $\frac{1}{2}\times\Delta x\times\Delta y$ 이용하기

10번

Note1. 미지수 구하기
$\Rightarrow$ 미지수의 개수만큼 관계식 개수 맞추기

Note2. 기하적 조건 (길이, 넓이, 평행 등)이 주어진 경우
$\Rightarrow$ 그래프를 그려서 최대한 기하적 관점에서 해석을 진행한다.

Note3. 그래프에 주어진 삼각형의 변 중 적어도 한 개가 축과 평행할 때 넓이 구하기
$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}\times\Delta x\times\Delta y$ 이용하기

11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 k에 대하여 시각이 t $(t \geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=t^2-kt+4$$

이다. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $k=0$이면, 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 $\frac{13}{3}$이다.

ㄴ. $k=3$이면, 출발한 후 점 P의 운동 방향이 한 번 바뀐다.

ㄷ. $k=5$이면, 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리는 3이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<풀이논리>

$v(t)=t^2-kt+4$

① 선지에 있는 k값마다 선지 참거짓 판단하기

출발한 후 점 P의 운동 방향이 한 번 바뀐다.

② 운동 방향은 $v(t)$의 부호 변화 횟수 파악하기

③ $t>0$에서 이차방정식 실근의 개수를 파악해야 하므로 근의 분리 이용하기

시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리는 3이다.

④ 이동거리는 $\int_0^2 |v(t)|dt$ 이용해 판단하기

11번

Note1. 두 시각에서의 위치에 대한 정보가 주어진 경우
$\Rightarrow$ 위치 변화량 $\int_a^b v(t)dt$를 이용해 관계식 설정

Note2. 운동방향 바꾸기
$\Rightarrow$ 속도함수의 부호가 바뀌는 순간

Note3. 이차방정식 실근의 개수 & 절대부등식인 이차부등식
case1. 구간이 없는 경우 $\Rightarrow$ 판별식 이용
case2. 구간이 있는 경우 $\Rightarrow$ 근의 분리

Note4. 위치변화량과 움직인 거리
$\Rightarrow$ 위치변화량 $\int_a^b v(t)dt$, 움직인 거리 $\int_a^b |v(t)|dt$

12. 등비수열 $\{a_n\}$이

$$2(a_1+a_4+a_7)=a_4+a_7+a_{10}=6$$

을 만족시킬 때, a_{10}의 값은?

① $\frac{22}{7}$ ② $\frac{24}{7}$ ③ $\frac{26}{7}$ ④ $\frac{30}{7}$ ⑤ $\frac{32}{7}$

<풀이논리>

등비수열 $\{a_n\}$

① 등비수열의 일반항 a_n을 구하려면 첫째항, 공비에 대한 관계식 2개가 필요하다.

$2(a_1+a_4+a_7)=a_4+a_7+a_{10}=6$

② $a_1+a_4+a_7$, $a_4+a_7+a_{10}$은 둘 다 항이 4개씩이고 수의 조합이 3칸 차이로 동일하므로 $\frac{a_4+a_7+a_{10}}{a_1+a_4+a_7}=r^3$

③ $2(a_1+a_4+a_7)=6$을 a_1과 r^3을 이용하여 나타내기

12번

Note1. 등차수열, 등비수열의 일반항 구하기

⇒ 관계식 2개 구하기

Note2. 등비수열 두 항 주어진 경우

⇒ 두 항의 비율 공비로 나타내기 $\frac{a_p}{a_q}=r^{p-q}$

13. 함수 $f(x)=x^2-4x-3$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,\ -6)$에서의 접선을 l이라 하고, 함수 $g(x)=(x^3-2x)f(x)$에 대하여 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(1,\ 6)$에서의 접선을 m이라 하자. 두 직선 l, m과 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 21 ② 28 ③ 35 ④ 42 ⑤ 49

<풀이논리>

함수 $f(x)=x^2-4x-3$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,\ -6)$에서의 접선

① 곡선 위에 접점의 좌표가 주어진 경우 메뉴얼 이용하기

함수 $g(x)=(x^3-2x)f(x)$에 대하여 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(1,\ 6)$에서의 접선

② $g(x)$와 $f(x)$의 항등식이 주어져 있으므로 $f(1)$과 $f'(1)$을 이용하여 $g(1)$, $g'(1)$ 구하기

두 직선 l, m과 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이

③ 두 y절편과 교점이 삼각형의 꼭지점이므로 두 직선의 방정식을 이용해 교점 x좌표 구하기

④ 삼각형의 한 변이 y축과 평행하므로 $\frac{1}{2}\times\Delta x\times\Delta y$ 이용하여 넓이 구하기

13번

Note1. 접선의 접점 $(a,\ f(a))$이 주어진 경우

$\Rightarrow$ ① $f'(a)$ 구하기

② $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ 구하기

Note2. 항등식과 미분계수 또는 함숫값이 주어진 경우

$\Rightarrow$ 주어진 값이 나오도록 꼴 맞추기

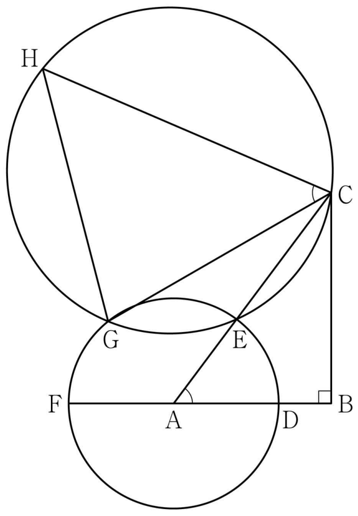
Note3. 두 곡선 $f(x)$, $g(x)$ 교점의 x좌표

$\Rightarrow$ $f(x)=g(x)$ 실근 이용하기

Note4. 그래프에 주어진 삼각형의 변 중 적어도 한 개가 축과 평행할 때 넓이 구하기

$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}\times\Delta x\times\Delta y$ 이용하기

14. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=4$이고 $\angle B=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점을 D, 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AD}$인 원이 선분 AC와 만나는 점을 E, 직선 AB가 이 원과 만나는 점 중 D가 아닌 점을 F라 하고, 호 EF 위의 점 G를 $\overline{CG}=2\sqrt{6}$이 되도록 잡는다. 세 점 C, E, G를 지나는 원 위의 점 H가 $\angle HCG=\angle BAC$를 만족시킬 때, 선분 GH의 길이는?



① $\frac{6\sqrt{15}}{5}$　② $\frac{38\sqrt{10}}{25}$　③ $\frac{14\sqrt{3}}{5}$
④ $\frac{32\sqrt{15}}{25}$　⑤ $\frac{8\sqrt{10}}{5}$

<풀이논리>

점 G

① 원 위의 점이 중심과 연결되어 있지 않으므로 중심 A와 보조선으로 연결하기

선분 GH의 길이

② 외접원이 주어져 있으므로 사인법칙을 이용해 구하려고 해야 한다.

③ 사인법칙을 이용하려면 $\sin\angle GCH$를 구해야 한다.

④ $\sin\angle GCH$를 구하려면 직각삼각형 ABC의 세 변의 길이를 이용하면 된다.

$\overline{CG}=2\sqrt{6}$

⑤ CG의 길이를 이용하려면 사인법칙에서 $\sin\angle CHG$가 필요하다.

사각형 ECHG

⑥ 원에 내접하는 사각형이므로 마주보는 각의 합이 π임을 이용한다.

⑦ $\sin\angle CHG=\sin\angle GEC$ 이용하기 위해 GE의 길이 구해서 코사인법칙으로 $\sin\angle GEC$ 구하기.

⑧ 두 삼각형 ACG, ECG가 $\angle ACG$가 겹침을 이용하여 코사인법칙으로 GE의 길이 구하기

14번

Note1. 원 위의 점이 주어진 경우
⇒ 원의 중심과 보조선 연결하여 반지름임을 이용하기

Note2. 코사인법칙을 주로 사용하는 경우
⇒ ① 각 1개 변 2개 주어진 경우
② 변 3개가 주어진 경우
③ 세 변의 길이비가 주어진 경우

Note3. 사인법칙을 주로 사용하는 경우
⇒ ① 각 2개, 변 1개가 주어진 경우
② 외접원의 반지름
③ 길이비 또는 sin비가 주어진 경우

Note4. 원에 내접하는 내접사각형이 주어진 경우
⇒ 마주보는 두 각의 합이 π임을 이용하기

15. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} -x^2 & (x<0) \\ x^2-x & (x\geq 0) \end{cases}$$

이고, 양수 a에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} ax+a & (x<-1) \\ 0 & (-1\leq x<1) \\ ax-a & (x\geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)=\int_0^x (g(t)-f(t))\,dt$가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a의 최댓값을 k라 하자. $a=k$일 때, $k+h(3)$의 값은?

① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

<풀이논리>

함수 $h(x)=\int_0^x (g(t)-f(t))\,dt$

① 정적분함수이므로 $h(0)$, $h'(x)$ 구하기

오직 하나의 극값을 갖도록

② $h'(x)$의 부호가 한 번 변하도록 조건 해석하기

③ 부호가 한 번 변해야 하므로 무조건 부호가 변하는 순간이 있는지 파악하기

④ 그래프를 그려보면 $x\geq 1$에서 부호가 무조건 변하고, $-1\leq x<1$에선 부호가 부호는 바뀌지 않기에 $x\leq -1$에서 직선 $y=ax+a$와 곡선 $f(x)$의 대소관계가 바뀌면 안 된다.

⑤ 곡선 $f(x)$와 직선 $y=ax+a$의 위치관계이므로 접선 먼저 의심하기

a의 최댓값을 k

⑥ 접선인 순간까지 위치관계가 바뀌지 않으므로 곡선 밖 $(-1,\ 0)$에서 그은 접선 메뉴얼 이용하기

$k+h(3)$

⑦ 계산하는 과정에서 $\int_0^1 (-x^2+x)dx$는 이차함수 넓이공식 이용해서 빠르게 구하기

15번

Note1. 정적분함수 $g(x)=\int_a^x f(t)dt$이 주어진 경우

$\Rightarrow g(a)=0,\ g'(x)=f(x)$

Note2. 극점의 존재성

$\Rightarrow$ 도함수의 부호변화를 이용해 해석하기

Note3. 조건을 만족시키는 점의 개수가 주어짐

$\Rightarrow$ 무조건 생기는 점의 개수를 구하고 추가적으로 생겨야 하는 개수를 만족시키는 상황 파악하기

Note4. 곡선과 직선의 위치관계

$\Rightarrow$ 직선이 접선이나 점근선일 때 답이 되는 경우가 많다.

Note5. 곡선 밖의 점 $(x_1,\ y_1)$에서 그은 접선

$\Rightarrow$ ① $(t,\ f(t))$에서 접선의 방정식 세우기

$y=f'(t)(x-t)+f(t)$

② 곡선 밖의 점 $(x_1,\ y_1)$을 대입하여 t 구하기

③ 위에서 나온 t를 접선의 방정식에 대입하면 접선의 방정식 구할 수 있다.

Note6. 이차함수를 정적분할 때 적분구간이 x축과의 교점인 경우

$\Rightarrow \int_\alpha^\beta a(x-\alpha)(x-\beta)dx=-\frac{a(\beta-\alpha)^3}{6}$ 공식 이용할 수 있다.

이대은 수학 연구소
LEE DAE EUN

단답형

20. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

- $a_1 = 7$
- 2 이상의 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10$$

이다.

다음은 $\sum_{k=1}^{12} a_k + \sum_{k=1}^{5} a_{2k+1}$의 값을 구하는 과정이다.

2 이상의 자연수 n에 대하여

$a_{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} a_k - \sum_{k=1}^{n} a_k$ 이므로

$$a_{n+1} = \frac{2}{3}(a_{n+1} - a_n) + \boxed{(가)}$$

이고, 이 식을 정리하면

$$2a_n + a_{n+1} = 3 \times \boxed{(가)} \quad \cdots\cdots ㉠$$

이다.

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10 \ (n \geq 2)$$

에서 양변에 $n=2$를 대입하면

$$a_2 = \boxed{(나)} \quad \cdots\cdots ㉡$$

이다. ㉠과 ㉡에 의하여

$$\sum_{k=1}^{12} a_k + \sum_{k=1}^{5} a_{2k+1} = a_1 + a_2 + \sum_{k=1}^{5}(2a_{2k+1} + a_{2k+2})$$

$$= \boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q라 할 때, $\frac{p \times q}{f(12)}$의 값을 구하시오.

<풀이논리>

① 네모네모 유형은 주어진 관계식과 등호관계를 이용하여 빈칸에 들어갈 값 구하기

(가)

② $\frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10$은 이차함수이므로 $S_n = pn^2 + qn + r \Rightarrow a_n = 2pn + qp \ n \geq 2$ 이용하기

20번

Note1. 네모네모

⇒ ① 답지를 읽듯이 문제를 풀면 된다.

② 등호관계를 반드시 이용한다.

Note2. 합 S_n이 n에 대한 이차식인 경우

⇒ 미분을 이용하여 a_n을 다음과 같이 편하게 구할 수 있다.

$S_n = pn^2 + qn \Rightarrow a_n = 2pn + qp \ n \geq 1$

$S_n = pn^2 + qn + r \Rightarrow a_n = 2pn + qp \ n \geq 2$

Note3. a_{2n}, a_{2n-1}, $\sum$가 주어진 경우

⇒ $\sum_{1}^{2n} a_k = \sum_{1}^{n}(a_{2k-1} + a_{2k})$ 이용하여 식 정리하기

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} -f(x) & (x<t) \\ f(x) & (x\geq t) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x\to a+}\frac{g(x)}{x(x-2)}$의 값이 존재한다.

(나) $\lim_{x\to m+}\frac{g(x)}{x(x-2)}$의 값이 음수가 되도록 하는 자연수 m의 집합은 $\left\{g(-1),\ -\frac{7}{2}g(1)\right\}$이다.

$g(-5)$의 값을 구하시오. $\left(단,\ g(-1)\neq -\frac{7}{2}g(1)\right)$

<풀이논리>

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$

① $f(x)$는 삼차함수이므로 $f(x)$에 대한 관계식 4개 구하기

$g(x)=\begin{cases} -f(x) & (x<t) \\ f(x) & (x\geq t) \end{cases}$는 실수 전체의 집합에서 연속

② $y=-f(x)$, $y=f(x)$는 x축 대칭관계이므로 연속이려면 $x=t$는 $f(x)=0$의 실근이어야 한다.

$\lim_{x\to a+}\frac{g(x)}{x(x-2)}$의 값이 존재

③ $a=0$, 2에서 분모가 0이므로 $g(0)=0$, $g(2)=0$이다.

④ $f(x)$는 삼차함수로 나머지 실근과 0, 2의 위치관계를 귀류법으로 판단해야 한다.

$\lim_{x\to m+}\frac{g(x)}{x(x-2)}$의 값이 음수

⑤ 부등식이 주어져 있으므로 ⑦ 귀류법에서 모순을 찾는데 이용하기

집합은 $\left\{g(-1),\ -\frac{7}{2}g(1)\right\}$

⑥ 자연수 m의 개수가 2개임이기 위한 상황 해석하기

⑦ $g(-1)$, $-\frac{7}{2}g(1)$의 대소관계를 케이스 분류하여 귀류법으로 해석하기

⑧ $f(x)=0$의 나머지 한 실근의 위치를 이용하면 ⑦의 대소관계를 바로 판단할 수 있다.

21번

Note1. 다항함수 n차 함수 구하기
⇒ 관계식 $(n+1)$개 구하기

Note2. $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ 분수식의 극한이 존재하는 경우

$$\Rightarrow \begin{array}{ll} \alpha\neq 0 & \begin{array}{l} g(a)=0 \Rightarrow f(a)=0 \\ f(a)=0 \Rightarrow g(a)=0 \end{array} \\ \alpha=0 & \begin{array}{l} g(a)=0 \Rightarrow f(a)=0 \\ f(a)=0 \Rightarrow \text{없음} \end{array} \end{array}$$

Note3. 집합의 원소의 개수와 관련된 조건
⇒ 집합의 원소는 중복이 불가능함을 이용하기

Note4. 자연수 조건이 주어진 경우
⇒ 주로 귀류법이나 부등식에서 수의 특정에 이용된다.

Note5. 조건을 만족시키는 경우가 두 가지 이상인 경우
⇒ 귀류법 (부등식, 자연수 조건)을 이용하여 모순인 경우 제외시키기

22. 곡선 $y=\log_{16}(8x+2)$ 위의 점 $\mathrm{A}(a, b)$와 곡선 $y=4^{x-1}-\frac{1}{2}$ 위의 점 B가 제1사분면에 있다. 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점이 직선 OB 위에 있고 선분 AB의 중점의 좌표가 $\left(\frac{77}{8}, \frac{133}{8}\right)$일 때, $a\times b=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

<풀이논리>
곡선 $y=\log_{16}(8x+2)$ 위의 점 $\mathrm{A}(a, b)$

① 곡선 위의 점이 주어져 있으므로 관계식으로 이용하기
② a, b에 대한 관계식 2개 구하기

$y=4^{x-1}-\frac{1}{2}$

③ 지수함수와 로그함수가 공존하므로 한 종류로 통일시켜서 조건해석하기

점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점이 직선 OB 위에 있고

④ 세 점이 한 직선 위에 있는 경우는 기울기가 서로 같음을 관계식으로 이용하여 점 B를 a, b로 나타내기
⑤ 연립해야 하는 관계식이 복잡한 형태이므로 꼴 의심하기

중점의 좌표가 $\left(\frac{77}{8}, \frac{133}{8}\right)$

⑥ x, y좌표를 이용하여 a, b에 대한 관계식 2개 구해서 연립하기

22번
Note1. 미지수 구하기
⇒ 미지수 개수만큼 관계식 구하기
Note2. 곡선 $f(x)$ 위 점 (a, b)가 주어진 경우
⇒ $b=f(a)$를 관계식으로 이용하기
Note3. 지수함수와 로그함수가 같이 주어진 경우
⇒ 서로 역함수 관계인지 파악하고, 역함수가 아니더라도 변형을 통해 역함수 관계를 이용할 수 있는지 파악하기, 역함수 관계라면 $y=x$에 대칭인 대칭성 이용하기
Note4. 세 점이 한 직선 위
⇒ 세 점을 이용해 구한 기울기가 서로 같음을 관계식으로 이용하기
Note5. 복잡해 보이는 식을 연립하는 경우
⇒ 최대한 꼴을 이용하여 계산량 줄이기

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

27. 이산확률변수 X가 가지는 값이 0부터 4까지의 정수이고

$$\mathrm{P}(X=x)=\begin{cases} \dfrac{|2x-1|}{12} & (x=0,\ 1,\ 2,\ 3) \\ a & (x=4) \end{cases}$$

일 때, $\mathrm{V}\left(\dfrac{1}{a}X\right)$의 값은? (단, a는 0이 아닌 상수이다.)

① 36 ② 39 ③ 42 ④ 45 ⑤ 48

<풀이논리>

$$\mathrm{P}(X=x)=\begin{cases} \dfrac{|2x-1|}{12} & (x=0,\ 1,\ 2,\ 3) \\ a & (x=4) \end{cases}$$

① 확률질량함수가 미지수 a를 포함하므로 확률의 합이 1임을 관계식으로 이용하기

$\mathrm{V}\left(\dfrac{1}{a}X\right)$

② $\mathrm{V}\left(\dfrac{1}{a}X\right)=\dfrac{1}{a^2}\mathrm{V}(X)$ 이용하기

③ $\mathrm{V}(X)$를 구하기 위해 확률분포표 그리기

④ $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$ 이용하기

27번

Note1. 이산확률분포에서 조건이 주어지고 평균, 분산을 구하는 경우

⇒ 확률분포표를 그려서 평균이나 분산 구하기

Note2. 확률질량함수가 미지수를 포함하는 경우

⇒ 확률의 합이 1임을 관계식으로 이용

Note3. 평균, 분산, 표준편차의 정의

$\Rightarrow\ \mathrm{E}(X)=\displaystyle\sum_{i=1}^{n}x_i p_i,$

$\mathrm{V}(X)=\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2 p_i=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

Note4. 두 확률변수 사이의 관계가 주어지고 평균, 분산, 표준편차를 구하는 경우

$\Rightarrow\ \mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b,\ \ \mathrm{V}(aX+b)=a^2\,\mathrm{V}(X),$

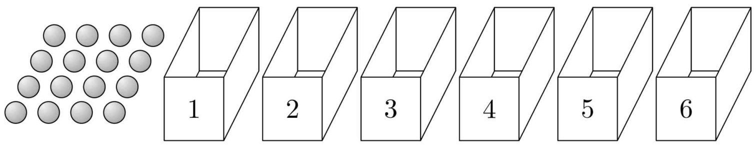
$\sigma(ax+b)=|a|\sigma(x)$

28. 16개의 공과 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 여섯 개의 빈 상자가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k일 때,
> k가 홀수이면
> 1, 3, 5가 적힌 상자에 공을 각각 1개씩 넣고,
> k가 짝수이면
> k의 약수가 적힌 상자에 공을 각각 1개씩 넣는다.

이 시행을 4번 반복한 후 여섯 개의 상자에 들어 있는 모든 공의 개수의 합이 홀수일 때, 3이 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수가 2가 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수보다 1개 더 많을 확률은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$



<풀이논리>
이 시행을 4번 반복
① 확률이 일정한 시행의 반복이므로 독립시행의 확률 이용하기
여섯 개의 상자에 들어 있는 모든 공의 개수의 합이 홀수일 때
② 1, 3, 5, 4가 나오면 홀수개의 공이, 2, 6이 나오면 짝수개의 공이 들어간다.
③ 합이 홀수개려면 홀수가 짝수번 더해져야 하므로 1, 3, 5, 4가 짝수번 나와야 한다.
④ 1, 3, 5, 4가 0, 2, 4번 나오는 경우로 케이스 나누기
⑤ 케이스를 나누는 경우 케이스가 나눠지기까지 확률 고려하기
3이 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수가 2가 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수보다 1개 더 많을 확률
⑥ 조건부확률을 이용해야 한다.
⑦ 나눈 케이스에서 만족시키는 순간의 확률 따로 구하기

28번
Note1. 여러 값의 합이 홀수나 짝수인 경우
홀수가 홀수번 더해지면 ⇒ 홀수
홀수가 짝수번 더해지면 ⇒ 짝수
Note2. 상황마다 구해야 하는 경우의 수의 조건이 다른 경우
⇒ 케이스 분류하기
Note3. 케이스를 나눠서 경우의 수 또는 확률을 구하는 경우
⇒ 교집합 유무 확인하기
Note4. 케이스를 나누는 경우
⇒ 케이스가 나눠지기까지 경우의 수 또는 확률 고려하기
Note5. A일 때 B일 확률
⇒ A가 전사건이 아니라면 조건부확률이다.

단답형

29. 6 이하의 자연수 a에 대하여 한 개의 주사위와 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
> 나온 눈의 수가 a보다 작거나 같으면
> 동전을 5번 던져 앞면이 나온 횟수를 기록하고,
> 나온 눈의 수가 a보다 크면
> 동전을 3번 던져 앞면이 나온 횟수를 기록한다.

이 시행을 19200번 반복하여 기록한 수가 3인 횟수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X)=4800$일 때, $\mathrm{P}(X \le 4800+30a)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값이 k이다. $1000 \times k$의 값을 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.191
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.494
3.0	0.499

<풀이논리>

이 시행을 19200번 반복

① 확률이 일정한 시행의 반복은 독립시행의 확률 이용하기

$\mathrm{E}(X)=4800$

② 이항분포를 미지수 a로 나타내서 관계식으로 이용하기

$\mathrm{P}(X \le 4800+30a)$

③ 사건의 발생 횟수에 대한 확률 구하기이므로 이항분포를 정규분포로 바꿔서 확률 구하기

29번

Note1. 확률이 일정한 시행의 반복하는 경우
확률 구하기 ⇒ 독립 시행의 확률
평균, 분산, 표준편차 ⇒ 이항분포

Note2. 이항분포 문제
⇒ $\mathrm{B}(n,\ p)$로 나타내고 시작하기

Note3. 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$가 주어진 경우
⇒ $\mathrm{E}(X)=np,\ \mathrm{V}(X)=npq$

Note4. 확률이 일정한 시행을 n번 반복하고, 특정 사건의 발생 횟수에 대한 확률을 구하는 경우
⇒ 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 $\mathrm{N}(np,\ npq)$로 두고 표준화를 이용해 확률을 구하면 된다.

30. 비어 있는 주머니 10개가 일렬로 놓여 있고, 공 8개가 있다. 각 주머니에 들어 있는 공의 개수가 2 이하가 되도록 공을 주머니에 남김없이 나누어 넣을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 공끼리는 서로 구별하지 않는다.)

> (가) 들어 있는 공의 개수가 1인 주머니는 4개 또는 6개이다.
> (나) 들어 있는 공의 개수가 2인 주머니와 이웃한 주머니에는 공이 들어 있지 않다.

<풀이논리>
비어 있는 주머니 10개가 일렬로 놓여 있고, 공 8개가 있다.
① 서로 구분되지 않는 공이 구분되는 주머니에 들어가는 경우이므로 중복조합으로 해석하기
공의 개수가 1인 주머니는 4개 또는 6개이다.
② 4개인 경우와 6개인 경우로 케이스 나누기
③ 케이스끼리 교집합은 존재하지 않는다.
공의 개수가 2인 주머니와 이웃한 주머니에는 공이 들어 있지 않다.
④ 케이스마다 비어있는 주머니를 먼저 나열하고 개수가 2인 주머니가 위치할 수 있는 주머니의 경우의 수 구하기
⑤ 개수가 1인 주머니가 위치할 수 있는 경우의 수 중복조합으로 구하기

30번
Note1. 서로 같은 것을 같은 것에 나눠주기 ⇒ 자연수 분할
서로 같은 것을 다른 것에 나눠주기 ⇒ 중복조합
서로 다른 것을 다른 것에 나눠주기 ⇒ 중복순열
서로 다른 것을 같은 것에 나눠주기 ⇒ 집합의 분할
Note2. 상황마다 구해야 하는 경우의 수의 조건이 다른 경우
⇒ 케이스 분류하기
Note3. 서로 이웃하지 않을 조건
case1. 2개가 이웃하지 않을 조건 ⇒ 여사건을 이용하여 이웃하는 경우 제외시키기
case2. 3개 이상 서로 이웃하지 않을 조건 ⇒ ① 이웃가능한 요소 먼저 나열하기
② 이웃 가능한 요소 사이사이에 이웃하지 않는 요소 넣기

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

27. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=e^{4t}(1+\sin^2 \pi t),\ y=e^{4t}(1-3\cos^2 \pi t)$$

를 C라 하자. 곡선 C가 직선 $y=3x-5e$와 만나는 점을 P라 할 때, 곡선 C 위의 점 P에서의 접선의 기울기는?

① $\frac{3\pi-4}{\pi+4}$ ② $\frac{3\pi-2}{\pi+6}$ ③ $\frac{3\pi}{\pi+8}$
④ $\frac{3\pi+2}{\pi+10}$ ⑤ $\frac{3\pi+4}{\pi+12}$

<풀이논리>

곡선 C가 직선 $y=3x-5e$와 만나는 점을 P

① 곡선과 직선의 교점이므로 직선 위의 점임을 이용하여 방정식의 실근으로 해석하기

곡선 C 위의 점 P에서의 접선의 기울기

② 매개변수 미분법을 이용하여 접선의 기울기 구하기

27번

Note1. 곡선 $f(x)$ 위 점 $(a,\ b)$가 주어진 경우
$\Rightarrow b=f(a)$를 관계식으로 이용하기

Note2. 매개변수로 표현된 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$
$\Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{g'(t)}{f'(t)}$

28. 함수

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-x+\ln(1+x)$$

와 양수 t에 대하여 점 $(s,\ f(s))$ $(s>0)$에서 y축에 내린 수선의 발과 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(s,\ f(s))$에서의 접선이 y축과 만나는 점 사이의 거리가 t가 되도록 하는 s의 값을 $g(t)$라 하자. $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} g(t)\,dt$의 값은?

① $\frac{161}{12}+\ln 3$ ② $\frac{40}{3}+\ln 3$ ③ $\frac{53}{4}+\ln 2$
④ $\frac{79}{6}+\ln 2$ ⑤ $\frac{157}{12}+\ln 2$

<풀이논리>
점 $(s,\ f(s))$에서의 접선이 y축과 만나는 점 사이의 거리
① 접선의 y절편이므로 $f(s)-sf'(s)$ 이용하기
② 두 점 사이의 거리는 절댓값 이용하여 나타내기
s의 값을 $g(t)$
③ x좌표가 함수로 주어진 경우는 항등식 설정하기
두 점 사이의 거리 $t=|sf'(s)|$
④ $h(s)=|sf'(s)|$라 할 때, $s=g(t)$이므로 $h(g(t))=t$임을 이용하기
⑤ $h(g(t))=t$이므로 역함수 관점에서 해석하기

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} g(t)\,dt$$

⑥ 역함수 단독 적분이므로

$$\int_a^b f(x)dx+\int_{f(a)}^{f(b)} f^{\prime}(x)dx = bf(x)-af(a) \text{ 이용하기}$$

⑦ $h(s)=\frac{27}{4}$, $h(s)=\frac{1}{2}$ 실근 구하기

28번
Note1. 두 점 사이의 거리
⇒ $|x_1(t)-x_2(t)|$ (절댓값 반드시 이용하기)
Note2. 접점 $(a,\ f(a))$에서의 접선의 y절편
⇒ $(0,\ f(a)-af'(a))$
Note3. x좌표가 함수로 주어진 경우
⇒ 항등식을 설정하여 조건 해석하기
주로 항등함수 $f(g(x))=x$가 나와서 역함수 관계를 이용하는 경우가 많다.
Note4. 역함수의 정적분
① 역함수 단독 정적분
⇒ $\int_a^b f(x)dx+\int_{f(a)}^{f(b)} f^{\prime}(x)dx = bf(x)-af(a)$ 이용하기
② 역함수가 포함된 복잡한 함수의 정적분
⇒ 항등함수 $f(f^{-1}(x))=x$가 되도록 치환적분
Note5. 분수식 적분
case1. 피적분함수가 $\frac{f'(x)}{f(x)}$의 형태인 경우
⇒ $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx=\ln|f(x)|+C$ 이용하기
case2. 피적분함수가 $\frac{f'(x)}{f(x)}$의 형태가 아닌 경우
⇒ $\frac{1}{AB}$: 부분분수의 변형, $\frac{1}{\sqrt{\ }+\sqrt{\ }}$: 유리화,
그 외: $\frac{f'(x)}{f(x)}$가 되도록 변형하기

단답형

29. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$과 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> 어떤 자연수 k에 대하여
>
> $$b_{k+i}=\frac{1}{a_i}-1 \ (i=1,\ 2,\ 3)$$
>
> 이다.

부등식

$$0<\sum_{n=1}^{\infty}\left(b_n-\frac{1}{a_na_{n+1}}\right)<30$$

이 성립할 때, $a_2\times\sum_{n=1}^{\infty}b_{2n}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, $a_1\neq0$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

<풀이논리>
등차수열 $\{a_n\}$

① 등차수열의 일반항 a_n을 구하려면 첫째항, 공차에 대한 관계식 2개 구하기

$b_{k+i}=\frac{1}{a_i}-1 \ (i=1,\ 2,\ 3)$

② $i=1,\ 2,\ 3$을 대입하여 $b_{k+1},\ b_{k+2},\ b_{k+3}$ 나타내기

③ b_n은 등비수열임로 $\frac{b_{k+2}}{b_{k+1}}=\frac{b_{k+3}}{b_{k+2}}=r$임을 이용하여 관계식 설정하기

$0<\sum_{n=1}^{\infty}\left(b_n-\frac{1}{a_na_{n+1}}\right)<30$

④ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_na_{n+1}}$은 분모가 곱의 형태이므로 부분분수의 변형을 이용해 해석하기

⑤ 자연수 k에 대하여 부등식을 나타내고 자연수 조건을 만족시키는 k 구하기

$a_2\times\sum_{n=1}^{\infty}b_{2n}=\frac{q}{p}$

⑥ 등비급수 공식 이용하기

29번

Note1. 등차수열, 등비수열의 일반항 구하기
$\Rightarrow$ 관계식 2개 구하기

Note2. 등비수열 두 항 주어진 경우
$\Rightarrow$ 두 항의 비율 공비로 나타내기 $\frac{a_p}{a_q}=r^{p-q}$

Note3. 미지수 구하기
$\Rightarrow$ 미지수 개수만큼 관계식 구하기

Note4. 분수식의 합
$\Rightarrow$ 변형하기 $\frac{1}{AB}$: 부분분수의 변형, $\frac{1}{\sqrt{\ }+\sqrt{\ }}$: 유리화하기

Note5. 망원급수 $\sum_{k=1}^{n}(a_k-a_{k+1})$을 구하는 경우
$\Rightarrow \sum_{k=1}^{n}(a_k-a_{k+1})=a_1-a_{n+1}$,
$\sum_{k=1}^{n}(a_k-a_{k+2})=a_1+a_2-a_{n+1}-a_{n+2}$

Note6. 자연수(정수) 조건
$\Rightarrow$ 귀류법 (케이스 중 모순찾기), 부등식에서 수 특정

이대은 수학 연구소
LEE DAE EUN

30. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lvert x \rvert \le 1$일 때, $4 \times \left(f^{-1}(x)\right)^2 = x^2(x^2-5)^2$이다.
(나) $\lvert x \rvert > 1$일 때, $\lvert f^{-1}(x) \rvert = e^{\lvert x \rvert -1}+1$이다.

실수 m에 대하여 기울기가 m이고 점 $(1, 0)$을 지나는 직선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점의 개수를 $g(m)$이라 하자. 함수 $g(m)$이 $m=a$, $m=b$ $(a<b)$에서 불연속일 때, $g(a) \times \left(\lim\limits_{m \to a+} g(m)\right) + g(b) \times \left(\dfrac{\ln b}{b}\right)^2$의 값을 구하시오.

$\left(\text{단, } \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0\right)$

<풀이논리>

$4 \times \left(f^{-1}(x)\right)^2 = x^2(x^2-5)^2$, $\lvert f^{-1}(x) \rvert = e^{\lvert x \rvert -1}+1$

① $f^{-1}(x)$ 나타내기

② 역함수 관련 조건은 함수에 대한 조건으로 바꾸는 게 정석이지만 함수로 바꾸기 어려우므로 함수에 대한 조건을 역함수에 대한 조건으로 바꾸기

기울기가 m이고 점 $(1, 0)$을 지나는 직선

③ 역함수에 대한 조건으로 바꾸면 기울기가 $\dfrac{1}{m}$, $(0,\ 1)$을 지나는 직선으로 해석하기

만나는 점의 개수를 $g(m)$

④ 교점의 개수는 그래프 그려서 해석하기

$g(m)$이 $m=a$, $m=b$ $(a<b)$에서 불연속

⑤ 직선과 곡선의 위치관계는 접선이나 점근선 먼저 의심하기

⑥ 접선 중 변곡접선 먼저 해석하기

⑦ 곡선 밖의 점 $(0,\ 1)$에서 곡선에 그은 접선 메뉴얼 이용하기

⑧ $m=0$인 역함수 관점에서 직선이 정의되지 않는 y축인 경우도 따져봐야 한다.

$g(a) \times \left(\lim\limits_{m \to a+} g(m)\right) + g(b) \times \left(\dfrac{\ln b}{b}\right)^2$

⑨ $\dfrac{\ln b}{b}$는 최종값이 복잡한 경우이므로 b를 구하는 대신 $\dfrac{\ln b}{b}$를 직접 구하는 경우도 의심해야 한다.

30번

Note1. 역함수와 관련된 조건

$\Rightarrow$ 함수에 대한 조건으로 바꾸기, 주로 $f\left(f^{-1}(x)\right) = x$인 항등함수 관계를 이용하여 변형

Note2. 역함수 미분법 $f^{-1}(x) = g(x)$일 때 $g'(a)$ 구하기

$\Rightarrow$ ① $f(x) = a$ 실근 x_1 구하기

② $g'(a) = \dfrac{1}{f'(x_1)}$ 이용하기

Note3. 교점(실근)의 개수

$\Rightarrow$ 그래프 그려서 판단하기

Note4. 곡선과 직선의 위치관계

$\Rightarrow$ 직선이 접선이나 점근선일 때 답이 되는 경우가 많다.

(주로 미적분에선 변곡접선이 답인 경우가 많다.)

Note5. 곡선 밖의 점 $(x_1,\ y_1)$에서 그은 접선

$\Rightarrow$ ① $(t,\ f(t))$에서 접선의 방정식 세우기

$y = f'(t)(x-t)+f(t)$

② 곡선 밖의 점 $(x_1,\ y_1)$을 대입하여 t 구하기

③ 위에서 나온 t를 접선의 방정식에 대입하면 접선의 방정식 구할 수 있다.

Note6. 최종값이 지저분한 경우

$\Rightarrow$ 최종값에 들어가는 요소 하나하나를 구하지 않고 전체를 직접 구하는 경우가 많다.

이대은 수학 연구소
LEE DAE EUN

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.