

수학 영역(가형)

제 2 교시

5 지선 다형

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \times 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

2. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 6)$, $\vec{b} = (k, -6)$ 에 대하여 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합이 4일 때, k 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 6개의 문자 a, a, a, a, b, c 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & (x < 3) \\ 5x - a & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

5. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = 1, P(A^c) = 2P(A)$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

6. 곡선 $3x + y + \cos(xy) = 2$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 x 절편은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

7. 다항식 $(2x-1)^5(x+1)$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [3점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

8. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = 5x^2 + xf(x)$$

라 하자. $f(3) = 2$, $f'(3) = 1$ 일 때, $g'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

9. 포물선 $y^2 = 12x$ 위의 점 $(3, 6)$ 에서의 접선이 점 $(1, a)$ 를
지날 때, a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가
있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번 씩 사용하여 일렬로 임의로
나열할 때, 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 곱이 짝수가
되도록 카드가 놓일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$



11. 양수 a 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a-3n}{n} + \frac{an+6}{n+a} \right)$ 이

실수 S 에 수렴할 때, $a+S$ 의 값은? [3점]

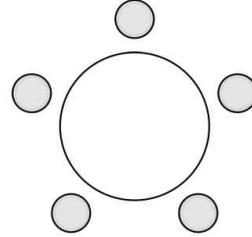
- ① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9

12. 5명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 남학생 5명,

여학생 3명이 있다. 이 8명의 학생 중에서 4명 이상의 남학생을 포함하여 5명의 학생을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 하는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 384 ② 408 ③ 432 ④ 456 ⑤ 480



13. 실수 $a(a > 1)$ 에 대하여

곡선 $y = \log_a(x+3)$ 이 곡선 $y = \log_a(-x+3)$ 과 만나는 점을 A ,

곡선 $y = \log_a(x+3)$ 이 x 축과 만나는 점을 B ,

곡선 $y = \log_a(-x+3)$ 이 x 축과 만나는 점을 C 라 하자.

삼각형 ABC 가 정삼각형일 때, a 의 값은? [3점]

- ① $3^{\frac{\sqrt{3}}{6}}$ ② $3^{\frac{\sqrt{3}}{4}}$ ③ $3^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ ④ $3^{\frac{5\sqrt{3}}{12}}$ ⑤ $3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

14. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원의

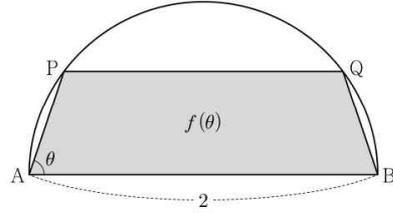
호 AB 위의 점 P 에 대하여 $\angle BAP = \theta$ ($\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하고,

점 P 를 지나고 선분 AB 에 평행한 직선이 호 AB 와 만나는

점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. 사각형 $ABQP$ 의 넓이를

$f(\theta)$ 라 하고, $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 3$ 이 되도록 하는 θ 의 값을 a 라

할 때, $f'(a)$ 의 값은? [4점]



- ① $-\frac{64}{25}$ ② $-\frac{59}{25}$ ③ $-\frac{54}{25}$
 ④ $-\frac{49}{25}$ ⑤ $-\frac{44}{25}$

6

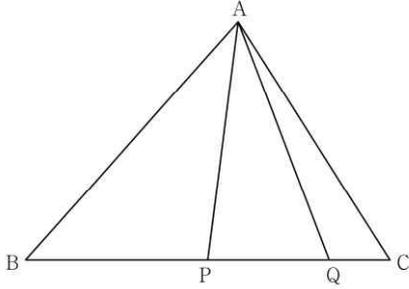
수학 영역(가형)

15. $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 P, 선분 BC를 5:1로 내분하는 점을 Q라 하자.

$$\overline{AQ} = 3\sqrt{2}, \sin(\angle QAP) : \sin(\angle APQ) = \sqrt{2} : 3$$

일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{85}{9}\pi$ ② $\frac{88}{9}\pi$ ③ $\frac{91}{9}\pi$ ④ $\frac{94}{9}\pi$ ⑤ $\frac{97}{9}\pi$

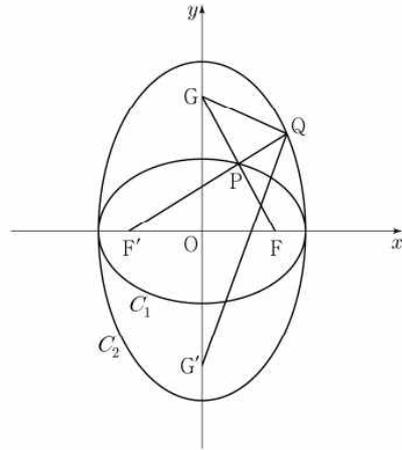


16. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0), F'(-c, 0) (c > 0)$ 을 초점으로 하는

타원 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ 과 두 점 $G(0, d), G'(0, -d) (d > 1)$ 을 초점으로 하고 타원 C_1 의 두 꼭짓점을 지나는 타원 C_2 가 있다.

직선 FG가 타원 C_1 과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하고, 직선 F'P가 타원 C_2 와 제1사분면에서 만나는 점을 Q라 하자.

$\overline{GP} = \overline{PF}$ 이고 $\overline{GP} + \overline{PF}' = 2\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{QG} + \overline{QG}'$ 의 값은? (단, a 는 양수이다.) [4점]



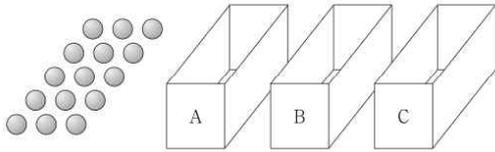
- ① $\sqrt{19}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{21}$ ④ $\sqrt{22}$ ⑤ $\sqrt{23}$

17. 공 15개와 비어 있는 세 상자 A, B, C가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 세 상자 A, B, C에 공을 넣는 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져
 나온 눈의 수가 3의 배수이면
 세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 2, 0이고,
 나온 눈의 수가 3의 배수가 아니면
 세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 1, 1이다.

이 시행을 5번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 홀수일 때, 상자 A에 들어 있는 공의 개수와 상자 C에 들어 있는 공의 개수의 합이 8 이상일 확률은? [4점]

- ① $\frac{44}{61}$ ② $\frac{47}{61}$ ③ $\frac{50}{61}$ ④ $\frac{53}{61}$ ⑤ $\frac{56}{61}$



18. 상수 k 와 $f'(0) = 6$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) + k & (|x| > 1) \\ -f(x) & (|x| \leq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$ 의 값이 존재하고 그 값은 0 이하이다.

(나) x 에 대한 방정식 $g(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 최댓값은 13이다.

- ① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

8

수학 영역(가형)

19. 두 정수 $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \alpha \times \sin \frac{n}{2} \pi + \beta \times \cos \frac{n}{2} \pi$$

이고, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 4$ 이다.

수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1 > 0$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-2} b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-3} b_{2n}) = 6$$

일 때, $b_1 \times b_3$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{11}{3}$ ② $\frac{100}{9}$ ③ $\frac{101}{9}$ ④ $\frac{34}{3}$ ⑤ $\frac{103}{9}$

20. $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 두 곡선

$$y = 2^x + \frac{k}{2}, \quad y = k \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + k - 2$$

가 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 기울기가 -1 인

직선이 곡선 $y = 2^{x-2} - 3$ 과 만나는 점을 B라 하자.

삼각형 AOB의 넓이가 16일 때, $k + \log_2 k$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{28}{3}$ ② $\frac{31}{3}$ ③ 11 ④ $\frac{35}{3}$ ⑤ $\frac{38}{3}$

21. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 와 두 상수 a, b 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times e^b$ 의 값은?

[4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$(f(x))^5 + (f(x))^3 + ax + b = \ln\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right)$$

이다.

(나) $f(-3)f(3) < 0, f'(2) > 0$

① $-3e^{-\frac{4}{3}}$

② $-\frac{5}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

③ $-\frac{1}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

④ $e^{-\frac{4}{3}}$

⑤ $\frac{7}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

단답형

22. 방정식 $\log_5(x+1) + \log_5(x-1) = \log_{25}9$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면 위의 두 점 $A(4, 0), B(2, -4)$ 에 대하여 점 A 를 지나고 법선벡터가 \overline{AB} 인 직선의 y 절편을 구하시오.

[3점]

24. 함수 $f(x) = e^{3x} - 3e^{2x} + 4e^x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.
 $g'(a) = \frac{1}{8}$ 이 되도록 하는 실수 a 에 대하여 $a + f'(g(a))$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 삼각형 OAB 에 대하여 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 라 하자.
 $|\vec{a} + \vec{b}| = 6$, $|2\vec{a} - \vec{b}| = 9$, $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$
 일 때, 삼각형 OAB 의 넓이를 S 라 하자.
 S^2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로

a, b, c 라 할 때, $a + b = 8$ 또는 $b \geq c$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다.

$p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

27. 함수 $f(x) = (x-1)(x-2)$ 와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(-1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

모든 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} \text{의 값과 } \lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)} \text{의 값이}$$

모두 존재한다.

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $x = 1, 2, 3, 4$ 일 때 $f(x+1) + 3 \geq f(x) + x$

(나) $f(2)$ 의 값은 홀수이다.

29. 좌표평면에 $\overline{AB}=6$, $\overline{AD}=8$ 인 직사각형 ABCD와 $2\overline{BE}=3\overline{BC}-\overline{BA}$ 를 만족시키는 점 E가 있다. 선분 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 점 Q가

$$\overline{PQ} \cdot (\overline{PQ} - \overline{AB}) = 0$$

을 만족시킬 때, $\overline{AE} \cdot \overline{AQ}$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \left| f\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right) \right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극소이고, $g(0) > 0$ 이다.
- (나) $g'(\ln 3) < 0$, $|g'(\ln 3)| = \frac{3}{8}g(-\ln 3)$

$g(0)$ 의 최솟값을 $\frac{p}{q}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.