제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $9^{\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① 1　② $\sqrt{3}$　③ 3　④ $3\sqrt{3}$　⑤ 9

$3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-\frac{1}{2}} = 1$

2. 함수 $f(x) = 3x^3 + 4x + 1$에 대하여 $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(1+h) - f(1)}{h}$의 값은? [2점]

① 7　② 9　③ 11　④ 13　⑤ 15

$f'(x) = 9x^2 + 4$　$f'(1) = 13$

3. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{4}(2a_k - k) = 0$일 때, $\sum_{k=1}^{4} a_k$의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$2\sum_{k=1}^{4} a_k = 10$　$\therefore \sum_{k=1}^{4} a_k = 5$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & (x < 1) \\ x^2 - 3x + a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$1 = -2 + a$　$a = 3$

5. 함수 $f(x)=(x+2)(2x^2-x-2)$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$f'(x) = (2x^2-x-2)+(x+2)(4x-1)$

$f'(1) = -1+9=8$

6. 1보다 큰 두 실수 a, b가

$$\log_a b = 3, \quad \log_3 \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때, $\log_9 ab$의 값은? [3점]

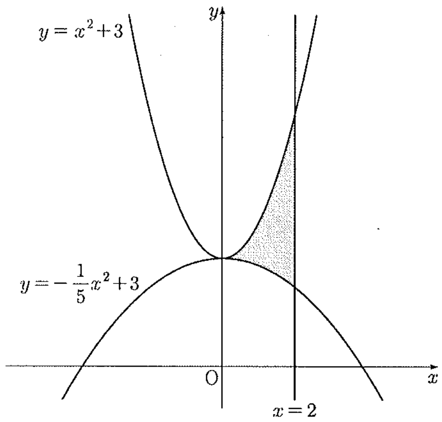
① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

$b=a^3$ $\quad \frac{b}{a}=3^{\frac{1}{2}}$ $\quad a=3^{\frac{1}{4}}$ $\quad b=a^3=3^{\frac{3}{4}}$

$\therefore\ ab=3$ $\quad \log_9 ab = \frac{1}{2}$

7. 두 곡선 $y=x^2+3$, $y=-\frac{1}{5}x^2+3$과 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{18}{5}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{17}{5}$ ④ $\frac{33}{10}$ ⑤ $\frac{16}{5}$



$\int_0^2 \frac{6}{5}x^2\,dx = \left[\frac{2}{5}x^3\right]_0^2 = \frac{16}{5}$

8. $\sin\theta + 3\cos\theta = 0$이고 $\cos(\pi - \theta) > 0$일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　② $\frac{\sqrt{10}}{5}$　③ 0　④ $-\frac{\sqrt{10}}{5}$　⑤ $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\cos\theta < 0$　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$　$\cos\theta = -\frac{1}{3}\sin\theta$

$\frac{10}{9}\sin^2\theta = 1$　$\sin\theta = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

9. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = x^3 + 3ax^2 - 9a^2x + 4$$

라 하자. 직선 $y = 5$가 곡선 $y = f(x)$에 접할 때, $f(2)$의 값은? [4점]

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

$f'(x) = 3x^2 + 6ax - 9a^2 = 3(x^2 + 2ax - 3a^2)$

$= 3(x+3a)(x-a)$

$f(a) = a^3 + 3a^3 - 9a^3 + 4 = 5$　$a^3 = -\frac{1}{5}$ (×)

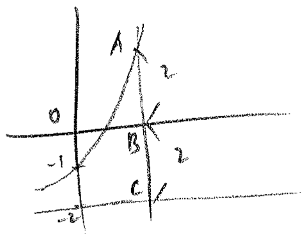
$f(-3a) = -27a^3 + 27a^3 + 27a^3 + 4 = 5$　$a^3 = \frac{1}{27}$

$f(2) = 8 + 12a - 18a^2 + 4 = 12 + 12a - 18a^2$

$= 12 + 4 - 2 = 14$

10. 상수 $a\,(a > 1)$에 대하여 곡선 $y = a^x - 2$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 A를 지나고 y축에 평행한 직선이 x축과 만나는 점을 B, 곡선 $y = a^x - 2$의 점근선과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{BC}$이고 삼각형 AOC의 넓이가 8일 때, $a \times \overline{OB}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① $2^{\frac{13}{6}}$　② $2^{\frac{7}{3}}$　③ $2^{\frac{5}{2}}$　④ $2^{\frac{8}{3}}$　⑤ $2^{\frac{17}{6}}$



$\overline{OB} = 4$　$a^4 - 2 = 2$　$a^4 = 4$　$a = 2^{\frac{1}{2}}$

$\therefore a \times \overline{OB} = 2^{\frac{5}{2}}$

11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 k에 대하여 시각이 $t\,(t \geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=t^2-kt+4$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $k=0$이면, 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 $\frac{13}{3}$이다.

ㄴ. $k=3$이면, 출발한 후 점 P의 운동 방향이 한 번 바뀐다.

ㄷ. $k=5$이면, 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리는 3이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. $v(t)=t^2+4$　$\frac{1}{3}+4=\frac{13}{3}$ (o)

ㄴ. $v(t)=t^2-3t+4$　$D=9-16<0$ (x)

ㄷ. $v(t)=t^2-5t+4=(t-1)(t-4)$

$x(t)=\frac{1}{3}t^3-\frac{5}{2}t^2+4t$

$\left[\frac{1}{3}t^3-\frac{5}{2}t^2+4t\right]_0^1-\left[\frac{1}{3}t^3-\frac{5}{2}t^2+4t\right]_1^2$

$=\frac{11}{6}-\left(\frac{8}{3}-\frac{15}{2}+4\right)=-\frac{5}{6}+\frac{15}{2}-4=3$

12. 등비수열 $\{a_n\}$이

$$2(a_1+a_4+a_7)=a_4+a_7+a_{10}=6$$

을 만족시킬 때, a_{10}의 값은? [4점]

① $\frac{22}{7}$　② $\frac{24}{7}$　③ $\frac{26}{7}$　④ $\frac{30}{7}$　⑤ $\frac{32}{7}$

$a+ar^3+ar^6=3$
$ar^3+ar^6+ar^9=6$　$\therefore r^3=2$

$\therefore 7a=3$　$a=\frac{3}{7}$　$a_{10}=ar^9=\frac{24}{7}$

13. 함수 $f(x)=x^2-4x-3$에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,\ -6)$에서의 접선을 l이라 하고,
함수 $g(x)=(x^3-2x)f(x)$에 대하여
곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(1,\ 6)$에서의 접선을 m이라 하자.
두 직선 l, m과 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

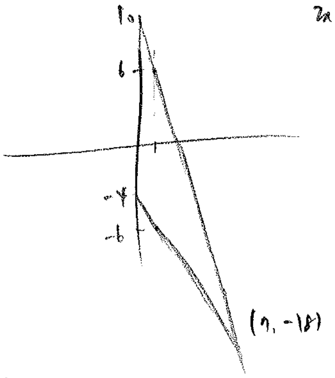
① 21 ② 28 ③ 35 ④ 42 ⑤ 49

$f'(x)=2x-4 \quad f'(1)=-2 \quad l: y=-2x-4$

$g'(x)=(3x^2-2)f(x)+(x^3-2x)f'(x)$

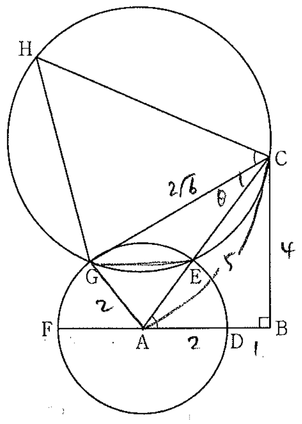
$g'(1)=-6+2=-4 \quad m: y=-4x+10$

$2x=14 \quad (7,-18)$



$\frac{1}{2}\cdot 7\cdot 14=49$

14. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=4$이고 $\angle B=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점을 D, 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AD}$인 원이 선분 AC와 만나는 점을 E, 직선 AB가 이 원과 만나는 점 중 D가 아닌 점을 F라 하고, 호 EF 위의 점 G를 $\overline{CG}=2\sqrt{6}$이 되도록 잡는다. 세 점 C, E, G를 지나는 원 위의 점 H가 $\angle HCG=\angle BAC$를 만족시킬 때, 선분 GH의 길이는? [4점]



① $\frac{6\sqrt{15}}{5}$ ② $\frac{38\sqrt{10}}{25}$ ③ $\frac{14\sqrt{3}}{5}$ ④ $\frac{32\sqrt{15}}{25}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{10}}{5}$

$\cos\theta=\frac{24+25-4}{2\cdot 2\sqrt{6}\cdot 5}=\frac{9}{4\sqrt{6}} \quad \therefore \sin\theta=\frac{\sqrt{15}}{4\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{2}}$

$\overline{CE}=3 \quad \overline{GE}^2=24+9-12\sqrt{6}\cdot\frac{9}{4\sqrt{6}}=6 \quad \therefore \overline{GE}=\sqrt{6}$

$\frac{\overline{GE}}{\sin\theta}=\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=2R=\frac{\overline{GH}}{\frac{4}{5}} \quad \therefore \overline{GH}=\frac{32\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}=\frac{32\sqrt{15}}{25}$

15. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} -x^2 & (x<0) \\ x^2-x & (x\geq 0)\end{cases}$$

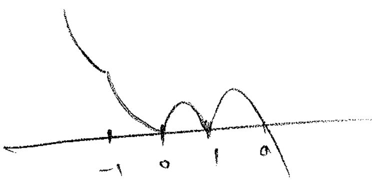
이고, 양수 a에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} ax+a & (x<-1) \\ 0 & (-1\leq x<1) \\ ax-a & (x\geq 1)\end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)=\int_0^x \left(g(t)-f(t)\right)dt$가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a의 최댓값을 k라 하자. $a=k$일 때, $k+h(3)$의 값은? [4점]

① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

$$g(x)-f(x)=\begin{cases} x^2+ax+a & (x<0) \\ x^2 & (-1\leq x<0) \\ -x^2+x & (0\leq x<1) \\ -x^2+(a+1)x-a & (x\geq 1)\end{cases}$$



$-\frac{a}{2}\leq -1$ 대 $a\geq 2$ $D=a^2-4a\leq 0$ $0\leq a\leq 4$

$\therefore a=4$ $h(3)=\frac{1}{6}+\int_1^3(-x^2+5x-4)dx$

$=\frac{1}{6}+\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2-4x\right]_1^3$

$=\frac{1}{6}-\frac{26}{3}+20-8=\frac{21}{6}=\frac{7}{2}$

$4+\frac{7}{2}=\frac{15}{2}$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=n^2a_n+1$$

을 만족시킨다. a_3의 값을 구하시오. [3점] 9

$a_2=2$ $a_3=4a_2+1=9$

17. 함수 $f(x)=4x^3-2x$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(0)=4$일 때, $F(2)$의 값을 구하시오. [3점] 16

$F(x)=x^4-x^2+4$ $F(2)=16$

18. $\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=6$이고 $\cos(\angle BAC)=-\frac{3}{5}$인 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점] 12

$\sin\angle BAC=\frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 6\cdot\frac{4}{5}=12$

19. $-2\le x\le 2$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$-k\le 2x^3+3x^2-12x-8\le k$$

가 성립하도록 하는 양수 k의 최솟값을 구하시오. [3점] 15

let $f(x)=2x^3+3x^2-12x-8$

$f'(x)=6x^2+6x-12=6(x+2)(x-1)$

$f(-2)=12$ $f(1)=-15$ $\therefore k=15$

20. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

- $a_1=7$
- 2 이상의 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{2}{3}a_n+\frac{1}{6}n^2-\frac{1}{6}n+10$ 이다.

다음은 $\sum_{k=1}^{12}a_k+\sum_{k=1}^{5}a_{2k+1}$의 값을 구하는 과정이다.

2 이상의 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=\sum_{k=1}^{n+1}a_k-\sum_{k=1}^{n}a_k$이므로

$$a_{n+1}=\frac{2}{3}(a_{n+1}-a_n)+\boxed{(가)}$$

이고, 이 식을 정리하면

$$2a_n+a_{n+1}=3\times\boxed{(가)} \qquad \cdots\cdots ㉠$$

이다.

$$\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{2}{3}a_n+\frac{1}{6}n^2-\frac{1}{6}n+10\ (n\ge 2)$$

에서 양변에 $n=2$를 대입하면

$$a_2=\boxed{(나)} \qquad \cdots\cdots ㉡$$

이다. ㉠과 ㉡에 의하여

$$\sum_{k=1}^{12}a_k+\sum_{k=1}^{5}a_{2k+1}=a_1+a_2+\sum_{k=1}^{5}(2a_{2k+1}+a_{2k+2})$$
$$=\boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q라 할 때, $\frac{p\times q}{f(12)}$의 값을 구하시오. [4점] 130

(가) $\frac{1}{6}(2n+1)-\frac{1}{6}=\frac{n}{3}$

(나) $a_1+a_2=\frac{2}{3}a_2+\frac{2}{3}-\frac{1}{3}+10$

$\frac{1}{3}a_2=\frac{10}{3}$ $a_2=10$

(다) $7+10+(3+5+7+9+11)=52$

$\frac{520}{4}=130$

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 함수

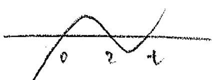
$$g(x)=\begin{cases} -f(x) & (x<t) \\ f(x) & (x \geq t) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

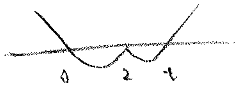
> (가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim\limits_{x \to a+} \dfrac{g(x)}{x(x-2)}$의 값이 존재한다.
>
> (나) $\lim\limits_{x \to m+} \dfrac{g(x)}{x(x-2)}$의 값이 음수가 되도록 하는 자연수 m의 집합은 $\left\{g(-1),\ -\dfrac{7}{2}g(1)\right\}$이다.

$g(-5)$의 값을 구하시오. (단, $g(-1) \neq -\dfrac{7}{2}g(1)$) [4점] 65

$g(0)=0$ $g(2)=0$ $g(4)=0$



$y=f(x)$



$y=g(x)$

$3<t\leq 4$

let $f(x)=kx(x-2)(x-t)$

$g(-1)=-f(-1)=3k(1+t)=3$

$-\frac{7}{2}g(1)=\frac{7}{2}f(1)=\frac{7}{2}k(t-1)=2$

$k(t+1)=1$ $k(t-1)=\frac{4}{7}$ $\frac{t+1}{t-1}=\frac{7}{4}$ $t=\frac{11}{3}$

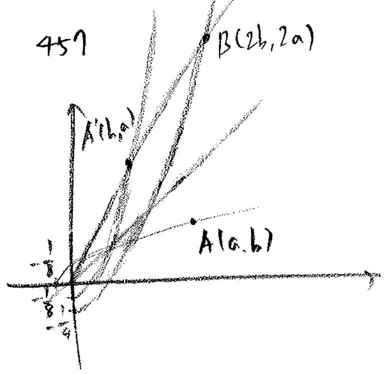
$k=\frac{3}{14}$ $\therefore g(-5)=-f(-5)=\frac{3}{14}\cdot(-5)\cdot(-7)\cdot\frac{26}{3}$

$=65$

22. 곡선 $y=\log_{16}(8x+2)$ 위의 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$와 곡선 $y=4^{x-1}-\dfrac{1}{2}$ 위의 점 B가 제1사분면에 있다. 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점이 직선 OB 위에 있고 선분 AB의 중점의 좌표가 $\left(\dfrac{77}{8},\ \dfrac{133}{8}\right)$일 때, $a\times b=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

457



$y=\log_{16}(8x+2)$ 역함수 ($y=x$ 대칭) $x=\log_{16}(8y+2)$

$8y+2=16^x$ $y=\frac{4^{2x-1}}{2}-\frac{1}{4}$ $\rightarrow$ $y=4^{x-1}-\frac{1}{2}$

확대변환

$a+2b=\frac{77}{4}$ $b+2a=\frac{133}{4}$

$2a+4b=\frac{77}{2}$ $3b=\frac{21}{4}$ $b=\frac{7}{4}$ $a=\frac{63}{4}$ $\frac{441}{16}$

> * 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{\tan 6x}{2x}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x - \sin^3 x}\, dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x}\ \cos x\, dx = \left[\frac{2}{3} \sin x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3}$

25. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

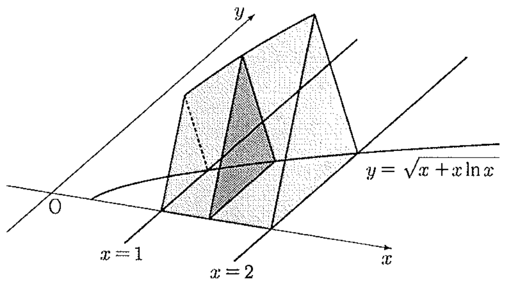
$$\sqrt{9n^2-5}+2n < a_n < 5n+1$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{(a_n+2)^2}{na_n+5n^2-2}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

$a_n \fallingdotseq 5n$ $\frac{25}{10} = \frac{5}{2}$

26. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{x+x\ln x}$ 와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{\sqrt{3}(3+8\ln 2)}{16}$ ② $\frac{\sqrt{3}(5+12\ln 2)}{24}$ ③ $\frac{\sqrt{3}(1+12\ln 2)}{16}$

④ $\frac{\sqrt{3}(1+2\ln 2)}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}(1+9\ln 2)}{12}$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}\int_1^2 (x+x\ln x)\,dx = \frac{\sqrt{3}}{4}\left[\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{4}x^2\right]_1^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\left(2\ln 2+\frac{3}{4}\right) = \frac{3\sqrt{3}+8\sqrt{3}\ln 2}{16}$$

27. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x = e^{4t}(1+\sin^2 \pi t), \quad y = e^{4t}(1-3\cos^2 \pi t)$$

를 C라 하자. 곡선 C가 직선 $y=3x-5e$와 만나는 점을 P라 할 때, 곡선 C 위의 점 P에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $\dfrac{3\pi-4}{\pi+4}$ ② $\dfrac{3\pi-2}{\pi+6}$ ③ $\dfrac{3\pi}{\pi+8}$

④ $\dfrac{3\pi+2}{\pi+10}$ ⑤ $\dfrac{3\pi+4}{\pi+12}$

$t=\frac{1}{4}$ $x=\frac{3}{2}e$ $y=-\frac{1}{2}e$ $P(\frac{3}{2}e, -\frac{1}{2}e)$

$\frac{dx}{dt} = 4e^{4t}(1+\sin^2\pi t) + e^{4t} \cdot 2\pi\sin\pi t\cos\pi t$

$\frac{dy}{dt} = 4e^{4t}(1-3\cos^2\pi t) + e^{4t} \cdot 6\pi\cos\pi t\sin\pi t$

$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=\frac{1}{4}} = \dfrac{4e\cdot(-\frac{1}{2})+3\pi}{4e\cdot\frac{3}{2}+\pi} = \dfrac{3\pi-2}{\pi+6}$

28. 함수

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \ln(1+x)$$

와 양수 t에 대하여 점 $(s,\ f(s))\ (s>0)$에서 y축에 내린 수선의 발과 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(s,\ f(s))$에서의 접선이 y축과 만나는 점 사이의 거리가 t가 되도록 하는 s의 값을 $g(t)$라 하자. $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} g(t)\,dt$의 값은? [4점]

① $\dfrac{161}{12}+\ln 3$ ② $\dfrac{40}{3}+\ln 3$ ③ $\dfrac{53}{4}+\ln 2$

④ $\dfrac{79}{6}+\ln 2$ ⑤ $\dfrac{157}{12}+\ln 2$

$(0, f(s))$ $y=f'(s)(x-s)+f(s)$ $(0, f(s)-sf'(s))$

$\therefore t=|sf'(s)|$ $f'(x)=x-1+\frac{1}{x+1}$

$t=s^2-s+1-\frac{1}{s+1}$ $g(\frac{1}{2})=1$ $g(\frac{27}{4})=3$

역함수 적분 

$\int_1^3 sf'(s)\,ds = \frac{79}{4} - \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} g(t)\,dt$

$\left[\frac{1}{3}s^3 - \frac{1}{2}s^2 + s - \ln(s+1)\right]_1^3 = \frac{26}{3} - 4 + 2 - \ln 2$

$= \frac{20}{3} - \ln 2$

$\therefore \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} g(t)\,dt = \frac{79}{4} - \frac{20}{3} + \ln 2 = \frac{157}{12} + \ln 2$

단답형

29. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$과 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> 어떤 자연수 k에 대하여
>
> $b_{k+i} = \dfrac{1}{a_i} - 1 \ (i = 1,\ 2,\ 3)$
>
> 이다.

부등식

$$0 < \sum_{n=1}^{\infty}\left(b_n - \frac{1}{a_n a_{n+1}}\right) < 30$$

이 성립할 때, $a_2 \times \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, $a_1 \neq 0$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 97

$(\frac{1}{2a}-1)^2 = (\frac{1}{a}-1)(\frac{1}{3a}-1)$

$(a-\frac{1}{2})^2 = (a-1)(a-\frac{1}{3})$ $\quad -a+\frac{1}{4} = -\frac{4}{3}a+\frac{1}{3}$

$\therefore a = \frac{1}{4}$ $\quad a_n = \frac{n}{4}$ $\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n a_{n+1}} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{16}{n(n+1)} = 16$

$\therefore 16 < \sum_{n=1}^{\infty} b_n < 46$ $\quad b_{k+1}=3$ $\quad b_{k+2}=1$ $\quad b_{k+3}=\frac{1}{3}$

$\therefore r = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{27}{1-\frac{1}{3}} = \frac{81}{2}$ $\quad 16 < \frac{81}{2} < 46$ (0)

$b_1 = 27$ $\quad a_2 = \frac{1}{2}$ $\quad \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} = \frac{9}{1-\frac{1}{9}} = \frac{81}{8}$

$\frac{1}{2}\cdot\frac{81}{8} = \frac{81}{16}$ $\quad$ 97

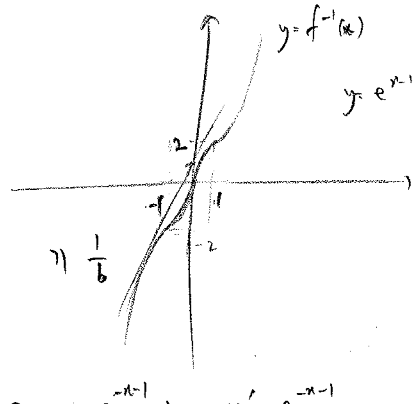
30. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $|x| \le 1$일 때, $4 \times \left(f^{-1}(x)\right)^2 = x^2\left(x^2-5\right)^2$이다.
>
> (나) $|x| > 1$일 때, $\left|f^{-1}(x)\right| = e^{|x|-1}+1$이다.

실수 m에 대하여 기울기가 m이고 점 $(1, 0)$을 지나는 직선이 곡선 $y = f(x)$와 만나는 점의 개수를 $g(m)$이라 하자.
함수 $g(m)$이 $m=a$, $m=b\,(a<b)$에서 불연속일 때,
$g(a) \times \left(\lim_{m \to a+} g(m)\right) + g(b) \times \left(\frac{\ln b}{b}\right)^2$의 값을 구하시오.
(단, $\lim_{x \to \infty}\frac{\ln x}{x} = 0$) [4점] 11

$|x| \le 1$ $\quad f^{-1}(x) = \pm\frac{1}{2}x(x^2-5)$

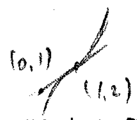
$|x| > 1$ $\quad f^{-1}(x) = \pm(e^{|x|-1}+1)$



$y=e^{x-1}+1$ $\quad y'=e^{x-1}$

$e^{1-1}=1$

기 $\frac{1}{b}$



(변곡점에서 접함)

$a=0$ $\quad y=-e^{-x-1}-1$ $\quad y'=e^{-x-1}$
(y축)

$g(a)=1$ $\quad \lim_{m\to a+} g(m)=3$ $\quad g(b)=2$

$e^{-t-1}=\frac{1}{b}$ $\quad -e^{-t-1}-1=\frac{1}{b}t+1$ $\quad -\frac{1}{b}-1=\frac{1}{b}t+1$

$\frac{1}{b}(t+1)=-2$ $\quad t+1=-2b$ $\quad e^{2b}=\frac{1}{b}$ $\quad 2b=\ln\frac{1}{b}=-\ln b$

$\therefore \frac{\ln b}{b}=-2$ $\quad (\frac{\ln b}{b})^2=4$ $\quad 3+2\cdot4=11$

> * 확인 사항
>
> ㅇ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ㅇ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.