2026 규토 N제 시리즈 보충프린트 - 20일의 기적

이것만은 제발

ver. 2026 수능대비 확률과 통계

유성민T

대치명인학원

2026 수능대비 이것만은 제발 ver.확률과 통계

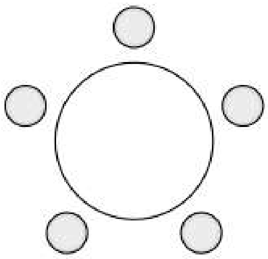
1. 경우의 수

Theme 1 원순열

001 2026학년도 고3 6월 평가원 확통

27. 5명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 남학생 5명, 여학생 3명이 있다. 이 8명의 학생 중에서 4명 이상의 남학생을 포함하여 5명의 학생을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

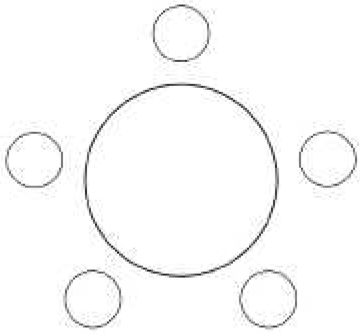
① 384 ② 408 ③ 432 ④ 456 ⑤ 480



002 2024 규토 라이트 확통 p78

065 | 2021학년도 고3 9월 평가원 가형

다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 두 학생 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

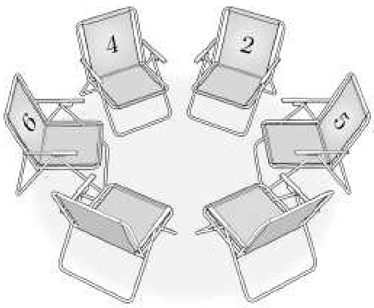


① 180 ② 200 ③ 220 ④ 240 ⑤ 260

003 2025학년도 고3 6월 평가원 확통

27. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 의자가 있다. 이 6개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 합이 11이 되지 않도록 배열하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

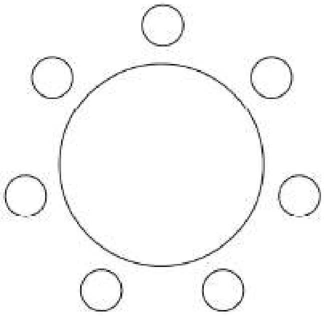
① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96



004 2024 규토 라이트 확통 p79

070 | 2021학년도 고3 6월 평가원 가형

1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 1학년 학생끼리 이웃하고 2학년 학생끼리 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



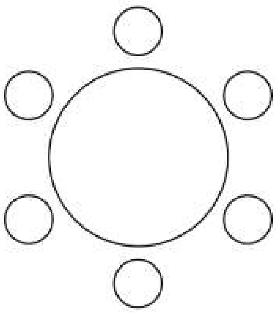
① 96 ② 100 ③ 104 ④ 108 ⑤ 112

005 2024 규토 라이트 확통 p82

086 | 2021학년도 수능 가형

세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

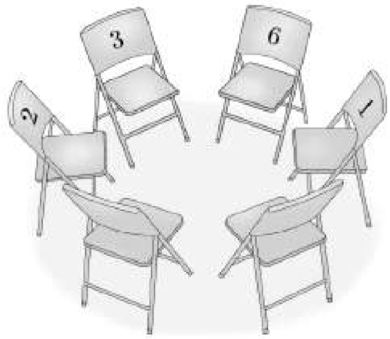
(가) A와 B는 이웃한다. (나) B와 C는 이웃하지 않는다.



006 2024 규토 라이트 확통 p83

090 | 2022학년도 고3 6월 평가원 확통

1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 의자가 있다. 이 6개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되지 않도록 배열하는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



Theme 2 중복순열

007 2024 규토 라이트 확통 p76

054 | 2017학년도 수능 가형

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는? [3점]

① 115 ② 120 ③ 125 ④ 130 ⑤ 135

008 2024 규토 라이트 확통 p77

062 | 2023학년도 수능 확통

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 4000 이상인 홀수의 개수는? [3점]

① 125 ② 150 ③ 175 ④ 200 ⑤ 225

009 2024 규토 라이트 확통 p67

111 | 2017학년도 고3 9월 평가원 가형

서로 다른 과일 5개를 3개의 그릇 A, B, C에 남김없이 담으려고 할 때, 그릇 A에는 과일 2개만 담는 경우의 수는? (단, 과일을 하나도 담지 않은 그릇이 있을 수 있다.) [4점]

① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

010 2024 규토 라이트 확통 p80

074 | 2023학년도 고3 6월 평가원 확통

네 문자 a, b, X, Y 중에서 중복을 허락하여 6개를 택해 일렬로 나열하고 한다. 다음 조건이 성립하도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

(가) 양 끝 모두에 대문자가 나온다.
(나) a는 한 번만 나온다.

① 384 ② 408 ③ 432 ④ 456 ⑤ 480

Theme 3 같은 것이 있는 순열

011 2024 규토 라이트 확통 p76

055 | 2012학년도 수능 가형

흰색 깃발 5개, 파란색 깃발 5개를 일렬로 모두 나열할 때, 양 끝에 흰색 깃발이 놓이는 경우의 수는? [3점]

① 56 ② 63 ③ 70 ④ 77 ⑤ 84

012 2024 규토 라이트 확통 p76

077 | 2011학년도 수능 가형

어느 행사장에는 현수막을 1개씩 설치할 수 있는 장소가 5곳이 있다. 현수막은 A, B, C 세 종류가 있고, A는 1개, B는 4개, C는 2개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 현수막 5개를 택하여 5곳에 설치할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 현수막끼리는 구분하지 않는다.) [3점]

(가) A는 반드시 설치한다.
(나) B는 2곳 이상 설치한다.

① 55 ② 65 ③ 75 ④ 85 ⑤ 95

013 2024 규토 라이트 확통 p81

082 | 2010학년도 고3 9월 평가원 나형

다음 표와 같이 3개 과목에 각각 2개의 수준으로 구성된 6개의 과제가 있다. 각 과목의 과제는 수준 Ⅰ의 과제를 제출한 후에만 수준 Ⅱ의 과제를 제출할 수 있다.
예를 들어
'국어A → 수학A → 국어B → 영어A → 영어B → 수학B'
순서로 과제를 제출할 수 있다.

수준 \ 과목	국어	수학	영어
Ⅰ	국어A	수학A	영어A
Ⅱ	국어B	수학B	영어B

6개의 과제를 모두 제출할 때, 제출 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

014 2024 규토 라이트 확통 p85

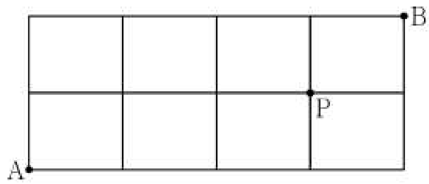
103 | 2019학년도 고3 6월 평가원 가형

세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a가 두 번 이상 나오는 경우의 수를 구하시오. [4점]

Theme 4 최단 거리

015 2024학년도 고3 9월 평가원 확통

24. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 P지점을 거쳐 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는? [3점]

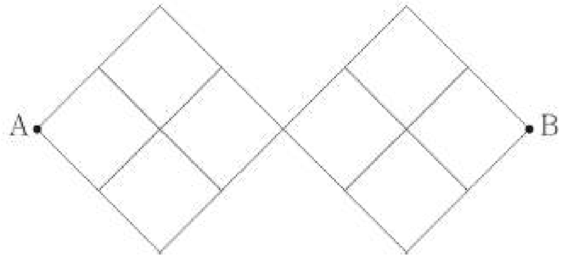


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

016 2024 규토 라이트 확통 p76

056 | 2013학년도 고3 9월 평가원 가형

그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는? [3점]

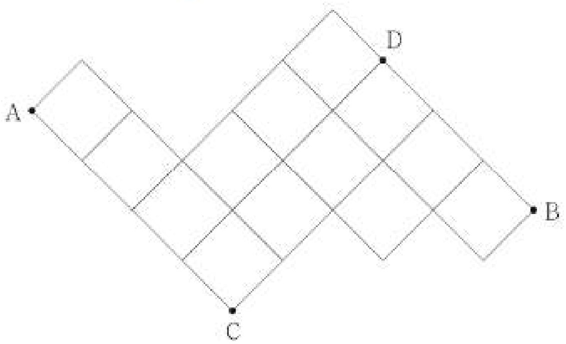


① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

017 2024 규토 라이트 확통 p76

026

그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 C 지점을 지나지 않고, D 지점도 지나지 않으면서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구하시오.



Theme 5 중복조합

018 2024 규토 라이트 확통 p80

075 | 2022학년도 고3 6월 평가원 확통

빨간색 카드 4장, 파란색 카드 2장, 노란색 카드 1장이 있다. 이 7장의 카드를 세 명의 학생에게 남김없이 나누어 줄 때, 3가지 색의 카드를 각각 한 장 이상 받는 학생이 있도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 같은 색 카드끼리는 서로 구별하지 않고, 카드를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 78 ② 84 ③ 90 ④ 96 ⑤ 102

019 2024 규토 라이트 확통 p78

068 | 2013학년도 수능 나형

같은 종류의 주스 4병, 같은 종류의 생수 2병, 우유 1병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 1병도 받지 못하는 사람이 있을 수 있다.) [3점]

① 270 ② 285 ③ 300 ④ 315 ⑤ 330

020 2024 규토 라이트 확통 p71

030

$(a+b+c+d)^{15}$의 전개식에서 a의 차수가 9의 약수이고, d의 차수가 3이상인 서로 다른 항의 개수를 구하시오.

021 2024 규토 라이트 확통 p82

088 | 2017학년도 사관학교 가형

같은 종류의 볼펜 6개, 같은 종류의 연필 6개, 같은 종류의 지우개 6개가 필통에 들어 있다. 이 필통에서 8개를 동시에 꺼내는 경우의 수는? (단, 같은 종류끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

022 2024 규토 라이트 확통 p86

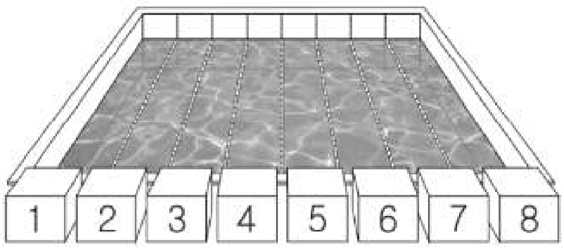
107 | 2017학년도 고3 6월 평가원 가형

사과, 감, 배, 귤 네 종류의 과일 중에서 8개를 선택하려고 한다. 사과는 1개 이하를 선택하고, 감, 배, 귤은 각각 1개 이상을 선택하는 경우의 수를 구하시오. (단, 각 종류의 과일은 8개 이상씩 있다.) [4점]

023 2024 규토 라이트 확통 p87

116 | 2019년 고3 7월 교육청 가형

어느 수영장에 1번부터 8번까지 8개의 레인이 있다. 3명의 학생이 서로 다른 레인의 번호를 각각 1개씩 선택할 때, 3명의 학생이 선택한 레인의 세 번호 중 어느 두 번호도 연속되지 않도록 선택하는 경우의 수를 구하시오. [4점]



Theme 6 순서쌍의 개수

024 2024 규토 라이트 확통 p79

072 | 2022학년도 수능 확통

다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수는? [3점]

(가) $a+b+c+d+e=12$
(나) $|a^2-b^2|=5$

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

025 2024 규토 라이트 확통 p82

084 | 2016학년도 수능 B형

세 정수 a, b, c에 대하여

$$1 \le |a| \le |b| \le |c| \le 5$$

를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는? [4점]

① 360 ② 320 ③ 280 ④ 240 ⑤ 200

026 2024 규토 라이트 확통 p86

106 | 2015학년도 수능 B형

다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a \times b \times c$는 홀수이다.
(나) $a \le b \le c \le 20$

027 2024 규토 라이트 확통 p73

046

주사위를 연속해서 3번 던질 때, 나오는 눈의 수를 순서대로 x, y, z라고 하자. 다음 조건을 만족시키는 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z)의 개수를 구하시오.

(가) $\dfrac{80}{x+y+z}$는 자연수이다.
(나) $(x+y+z)$의 양의 약수의 개수는 4이다.

028 2025학년도 수능 확통

126 • 2024학년도 수능 확통

다음 조건을 만족시키는 6 이하의 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수를 구하시오. [4점]

$a \le c \le d$이고 $b \le c \le d$이다.

Theme 7 (가) $-$ {(가) $\cap$ (나)^c} $=$ (가) $\cap$ (나)

029 2024 규토 라이트 확통 p86

110 | 2015학년도 고3 6월 평가원 B형

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는? [4점]

(가) $a+b+c=6$ (나) 좌표평면에서 세 점 $(1,\ a)$, $(2,\ b)$, $(3,\ c)$가 한 직선 위에 있지 않다.

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

030 2024 규토 라이트 확통 p87

112 | 2016학년도 고3 6월 평가원 B형

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, u의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z,\ u)$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $x+y+z+u=6$ (나) $x \ne u$

031 2024 규토 라이트 확통 p87

117 | 2017학년도 수능 가형

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a+b+c=7$ (나) $2^a \times 4^b$은 8의 배수이다.

032 2024 규토 라이트 확통 p88

118 | 2022학년도 수능예비시행 확통

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a+b+c+d=12$
(나) $a \neq 2$이고 $a+b+c \neq 10$이다.

Theme 8 함수의 개수

033 2024 규토 라이트 확통 p88

122 | 2022학년도 고3 9월 평가원 확통

집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$의 개수는? [4점]

(가) $f(3)+f(4)$는 5의 배수이다.
(나) $f(1)<f(3)$이고 $f(2)<f(3)$이다.
(다) $f(4)<f(5)$이고 $f(4)<f(6)$이다.

① 384 ② 394 ③ 404 ④ 414 ⑤ 424

034 2024 규토 라이트 확통 p88

123 | 2023학년도 고3 6월 평가원 확통

집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $f(f(1))=4$
(나) $f(1) \leq f(3) \leq f(5)$

035 2026학년도 고3 6월 평가원 확통

30. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $x=1, 2, 3, 4$일 때 $f(x+1)+3 \geq f(x)+x$이다.
> (나) $f(2)$의 값은 홀수이다.

Theme 9 이항정리

036 2024학년도 고3 6월 평가원 확통

26. 다항식 $(x-1)^6(2x+1)^7$의 전개식에서 x^2의 계수는? [3점]

① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

037 2024 규토 라이트 확통 p110

031 | 2022학년도 고3 9월 평가원 확통

$\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^5$의 전개식에서 $\frac{1}{x^2}$의 계수와 x의 계수가 같을 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

038 2024 규토 라이트 확통 p109

026 | 2023학년도 고3 6월 평가원 확통

다항식 $(x^2+1)^4(x^3+1)^n$의 전개식에서 x^5의 계수가 12일 때, x^6의 계수는? (단, n은 자연수이다.) [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

039 2024 규토 라이트 확통 p110

033 | 2019학년도 고3 9월 평가원 가형

다항식 $(x+2)^{19}$의 전개식에서 x^k의 계수가 x^{k+1}의 계수보다 크게 되는 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

2. 확률

Theme 10 수학적 확률-일일이 세기

040 2024 규토 라이트 확통 p135

039 | 2019학년도 수능 가형

주머니 속에 2부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 구슬 7개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬에 적힌 두 자연수가 서로소일 확률은? [3점]

① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{16}{21}$

041 2024 규토 라이트 확통 p137

048 | 2021학년도 고3 6월 평가원 가형

한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 할 때, $|a-3|+|b-3|=2$이거나 $a=b$일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

042 2024 규토 라이트 확통 p139

060 | 2020학년도 고3 6월 평가원 가형

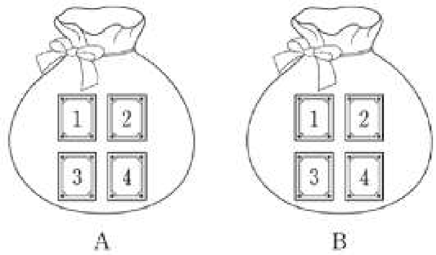
한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 할 때, $a>b$이고 $a>c$일 확률은? [4점]

① $\frac{13}{54}$ ② $\frac{55}{216}$ ③ $\frac{29}{108}$ ④ $\frac{61}{216}$ ⑤ $\frac{8}{27}$

043 2024 규토 라이트 확통 p139

062 | 2017학년도 수능 가형

두 주머니 A와 B에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 각각 들어 있다. 갑은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서 각자 임의로 두 장의 카드를 꺼내어 가진다. 갑이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합과 을이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합이 같을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



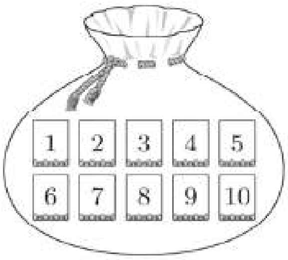
대치명인학원 유성민T

Theme 11 수학적 확률-순열과 조합을 이용하여 세기

044 2024 규토 라이트 확통 p137

053 | 2022학년도 수능 확통

1부터 10까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 3장을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적혀 있는 세 자연수 중에서 가장 작은 수가 4 이하이거나 7 이상일 확률은? [3점]



① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{13}{15}$

④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{14}{15}$

045 2024 규토 라이트 확통 p137

050 | 2022학년도 고3 6월 평가원 확통

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 선택할 때, 선택한 수가 3500보다 클 확률은? [3점]

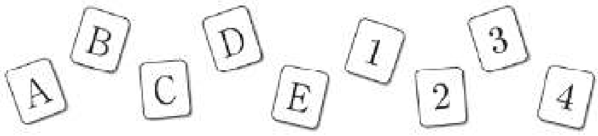
① $\frac{9}{25}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{11}{25}$

④ $\frac{12}{25}$ ⑤ $\frac{13}{25}$

046 2024 규토 라이트 확통 p137

054 | 2021학년도 수능 가형

문자 A, B, C, D, E가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드와 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다. 이 9장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 문자 A가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에 각각 숫자가 적혀 있는 카드가 놓일 확률은? [3점]



① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

Theme 12 확률의 덧셈정리-확률로 확률 계산

047 2024학년도 고3 9월 평가원 확통

25. 두 사건 A, B에 대하여 A와 B^C은 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{5},\quad \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{7}{10}$$

일 때, $\mathrm{P}(A^C\cap B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

048 2024 규토 라이트 확통 p135

041 | 2016학년도 고3 9월 평가원 A형

두 사건 A, B에 대하여

$$P(A \cap B^c) = P(A^c \cap B) = \frac{1}{6},\ P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $P(A \cap B)$의 값은? (단, A^c은 A의 여사건이다.) [4점]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

049 2024 규토 라이트 확통 p134

034 | 2015학년도 수능 B형

두 사건 A, B에 대하여 A^c과 B는 서로 배반사건이고

$$P(A) = 2P(B) = \frac{3}{5}$$

일 때, $P(A \cap B^c)$의 값은?

(단, A^c은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{7}{20}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{4}$

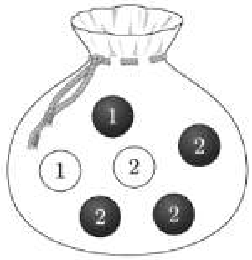
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{3}{20}$

Theme 13 확률의 덧셈정리의 활용

050 2024 규토 라이트 확통 p138

056 | 2023학년도 수능 확통

주머니에 1이 적힌 흰 공 1개, 2가 적힌 흰 공 1개, 1이 적힌 검은 공 1개, 2가 적힌 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 3개의 공 중에서 흰 공이 1개이고 검은 공이 2개인 사건을 A, 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수를 모두 곱한 값이 8인 사건을 B라 할 때, $P(A \cup B)$의 값은? [3점]



① $\frac{11}{20}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{13}{20}$

④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

051 2025학년도 고3 6월 평가원 확통

26. 문자 a, b, c, d 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 문자열 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 문자 a가 한 개만 포함되거나 문자 b가 한 개만 포함된 문자열이 선택될 확률은? [3점]

① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{41}{64}$ ③ $\frac{21}{32}$ ④ $\frac{43}{64}$ ⑤ $\frac{11}{16}$

052 2026학년도 고3 6월 평가원 확통

29. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 할 때, $a+b=8$ 또는 $b \geq c$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Theme 14 여사건의 확률의 활용

053 2025학년도 고3 9월 평가원 확통

25. 1부터 11까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 2개의 수를 선택한다. 선택한 2개의 수 중 적어도 하나가 7 이상의 홀수일 확률은? [3점]

① $\frac{23}{55}$ ② $\frac{24}{55}$ ③ $\frac{5}{11}$ ④ $\frac{26}{55}$ ⑤ $\frac{27}{55}$

054 2024 규토 라이트 확통 p138

055 | 2023학년도 수능 확통

흰색 마스크 5개, 검은색 마스크 9개가 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 3개의 마스크를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 마스크 중에서 적어도 한 개가 흰색 마스크일 확률은? [3점]

① $\frac{8}{13}$ ② $\frac{17}{26}$ ③ $\frac{9}{13}$

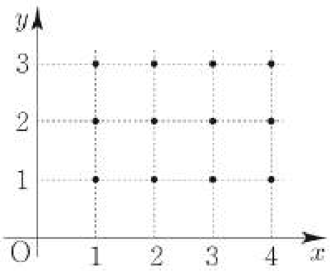
④ $\frac{19}{26}$ ⑤ $\frac{10}{13}$

055 2024 규토 라이트 확통 p138

058 | 2020학년도 고3 9월 평가원 나형

다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 점 $(a,\ b)$ 중에서 임의로 서로 다른 두 점을 선택할 때, 선택된 두 점 사이의 거리가 1보다 클 확률은? [4점]

(가) a, b는 자연수이다.
(나) $1 \le a \le 4$, $1 \le b \le 3$



① $\frac{41}{66}$ ② $\frac{43}{66}$ ③ $\frac{15}{22}$ ④ $\frac{47}{66}$ ⑤ $\frac{49}{66}$

056 2024 규토 라이트 확통 p144

079 | 2019학년도 고3 9월 평가원 가형

방정식 $a+b+c=9$를 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$ 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$가

$$a<2 \text{ 또는 } b<2$$

를 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(2가지 풀이 모두 체화)

057 2024 규토 라이트 확통 p142

072 | 2021학년도 고3 6월 평가원 가형

두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 A에서 B로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

$f(1) \ge 2$이거나 함수 f의 치역은 B이다.

① $\frac{16}{27}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{20}{27}$ ④ $\frac{22}{27}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

Theme 15 조건부확률-확률로 확률 계산

058 2024 규토 라이트 확통 p174

049 | 2020학년도 고3 9월 평가원 가형

두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{5},\ \mathrm{P}(B^C)=\frac{3}{10},\ \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{5}$$

일 때, $\mathrm{P}(A^C|B^C)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

Theme 16 조건부확률-표가 주어진 경우

059 2024 규토 라이트 확통 p175

051 | 2022학년도 고3 6월 평가원 확통

어느 동아리의 학생 20명을 대상으로 진로활동 A와 진로활동 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 진로활동 A와 진로활동 B 중 하나를 선택하였고, 각각의 진로활동을 선택한 학생 수는 다음과 같다.

(단위 : 명)

구분	진로활동 A	진로활동 B	합계
1학년	7	5	12
2학년	4	4	8
합계	11	9	20

이 조사에 참여한 학생 20명 중에서 임의로 선택한 한 명이 진로활동 B를 선택한 학생일 때, 이 학생이 1학년일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{11}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

060 2024 규토 라이트 확통 p175

054 | 2020학년도 수능 나형

어느 학교 학생 200명을 대상으로 체험활동에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 문화체험과 생태연구 중 하나를 선택하였고, 각각의 체험활동을 선택한 학생의 수는 다음과 같다.

(단위 : 명)

구분	문화체험	생태연구	합계
남학생	40	60	100
여학생	50	50	100
합계	90	110	200

이 조사에 참여한 학생 200명 중에서 임의로 선택한 1명이 생태연구를 선택한 학생일 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [3점]

① $\frac{5}{11}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{6}{11}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

Theme 17 조건부확률-표가 주어지지 않은 경우

061 2024 규토 라이트 확통 p177

058 | 2019학년도 고3 9월 평가원 나형

여학생이 40명이고 남학생이 60명인 어느 학교 전체 학생을 대상으로 축구와 야구에 대한 선호도를 조사하였다. 이 학교 학생의 70%가 축구를 선택하였으며, 나머지 30%는 야구를 선택하였다. 이 학교의 학생 중 임의로 뽑은 1명이 축구를 선택한 남학생일 확률은 $\frac{2}{5}$이다. 이 학교의 학생 중 임의로 뽑은 1명이 야구를 선택한 학생일 때, 이 학생이 여학생일 확률은? (단, 조사에서 모든 학생들은 축구와 야구 중 한 가지만 선택하였다.) [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

Theme 18 조건부확률의 활용

062 2024 규토 라이트 확통 p177

059 | 2017학년도 고3 9월 평가원 가형

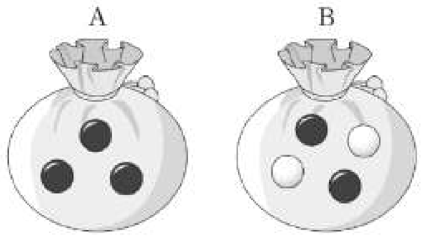
한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 하자. 두 수의 곱 ab가 6의 배수일 때, 이 두 수의 합 $a+b$가 7일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

063 2024 규토 라이트 확통 p177

056 | 2014학년도 예비평가 B형

주머니 A에는 검은 구슬 3개가 들어 있고, 주머니 B에는 검은 구슬 2개와 흰 구슬 2개가 들어 있다. 두 주머니 A, B 중 임의로 선택한 하나의 주머니에서 동시에 꺼낸 2개의 구슬이 모두 검은 색일 때, 선택된 주머니가 B이었을 확률은? [3점]



① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{1}{14}$

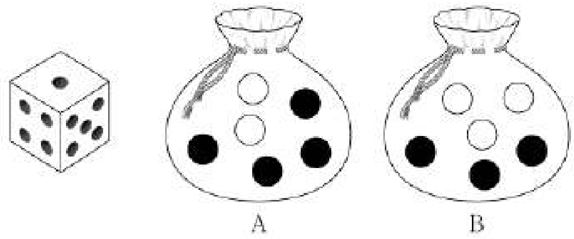
064 2024 규토 라이트 확통 p179

067 | 2022학년도 고3 9월 평가원 확통

주머니 A에서 흰 공 2개, 검은 공 4개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 3개, 검은 공 3개가 들어 있다. 두 주머니 A, B와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
> 나온 눈의 수가 5 이상이면
> 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내고,
> 나온 눈의 수가 4 이하이면
> 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 주머니에서 꺼낸 2개의 공이 모두 흰색일 때, 나온 눈의 수가 5 이상일 확률은? [3점]



① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{5}{14}$ ⑤ $\frac{3}{7}$

065 2024 규토 라이트 확통 p179

072 | 2018학년도 사관학교 가형

상자 A에는 흰 공 2개, 검은 공 3개가 들어 있고, 상자 B에는 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있다. 한 개의 동전을 던져 앞면이 나오면 상자 A를, 뒷면이 나오면 상자 B를 택하고, 택한 상자에서 임의로 두 개의 공을 동시에 꺼내기로 한다. 이 시행을 한 번 하여 꺼낸 공의 색깔이 서로 같았을 때, 상자 A를 택하였을 확률은? [3점]

① $\frac{11}{29}$ ② $\frac{12}{29}$ ③ $\frac{13}{29}$ ④ $\frac{14}{29}$ ⑤ $\frac{15}{29}$

066 2024 규토 라이트 확통 p186

095 | 2017학년도 사관학교 가형

주머니에 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 차례로 꺼낸다. 꺼낸 3개의 공에 적힌 수의 곱이 짝수일 때, 첫 번째로 꺼낸 공에 적힌 수가 홀수이었을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

067 2024 규토 라이트 확통 p183

083 | 2019년 고3 10월 교육청 가형

주머니에 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적힌 8개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공에 적힌 수를 a, b, c $(a<b<c)$라 하자. $a+b+c$가 짝수일 때, a가 홀수일 확률은? [4점]

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

068 2025학년도 고3 6월 평가원 확통

28. 탁자 위에 놓인 4개의 동전에 대하여 다음 시행을 한다.

4개의 동전 중 임의로 한 개의 동전을 택하여 한 번 뒤집는다.

처음에 3개의 동전은 앞면이 보이도록, 1개의 동전은 뒷면이 보이도록 놓여 있다. 위의 시행을 5번 반복한 후 4개의 동전이 모두 같은 면이 보이도록 놓여 있을 때, 모두 앞면이 보이도록 놓여 있을 확률은? [4점]

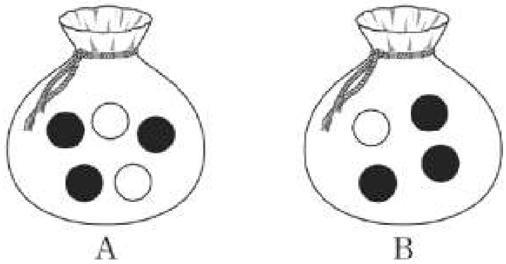
① $\frac{17}{32}$ ② $\frac{35}{64}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{37}{64}$ ⑤ $\frac{19}{32}$

Theme 19 확률의 곱셈정리

069 2024 규토 라이트 확통 p182

078 | 2014학년도 수능 A형

주머니 A에는 흰 공 2개와 검은 공 3개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 1개와 검은 공 3개가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 흰 공이면 흰 공 2개를 주머니 B에 넣고 검은 공이면 검은 공 2개를 주머니 B에 넣은 후, 주머니 B에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때 꺼낸 공이 흰 공일 확률은? [4점]



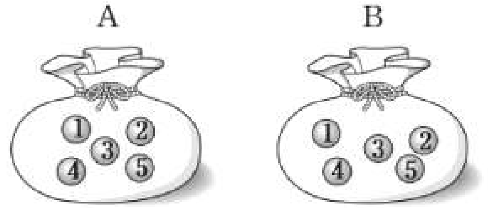
① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{7}{30}$

④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

070 2024 규토 라이트 확통 p184

086 | 2009학년도 수능 가형

주머니 A와 B에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 다섯 개의 구슬이 각각 들어 있다. 철수는 주머니 A에서, 영희는 주머니 B에서 각자 구슬을 임의로 한 개씩 꺼내어 두 구슬에 적혀 있는 숫자를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 반복할 때, 첫 번째 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자가 서로 다르고, 두 번째 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자가 같을 확률은? [4점]

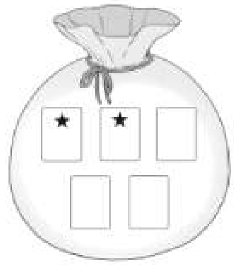


① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{20}$

071 2024 규토 라이트 확통 p184

098 | 2018년 고3 10월 교육청 가형

그림과 같이 주머니에 ★ 모양의 스티커가 각각 1개씩 붙어 있는 카드 2장과 스티커가 붙어 있지 않은 카드 3장이 들어 있다.



이 주머니를 사용하여 다음의 시행을 한다.

주머니에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낸 다음, 꺼낸 카드에 ★ 모양의 스티커를 각각 1개씩 붙인 후 다시 주머니에 넣는다.

위의 시행을 2번 반복한 뒤 주머니 속에 ★ 모양의 스티커가 3개 붙어 있는 카드가 들어 있을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Theme 20 사건의 독립과 종속-확률로 확률 계산

072 2024 규토 라이트 확통 p174

048 | 2017학년도 수능 가형

두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(B^c)=\frac{1}{3},\ \mathrm{P}(A|B)=\frac{1}{2}$$

일 때, $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$의 값은?
(단, B^c은 B의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

073 2024 규토 라이트 확통 p175

053 | 2016학년도 고3 9월 평가원 B형

두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{6},\ \mathrm{P}(A\cap B^c)+\mathrm{P}(A^c\cap B)=\frac{1}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? (단, A^c은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

Theme 21 독립사건의 활용

074 2024 규토 라이트 확통 p174

082 | 2019학년도 수능 가형

한 개의 주사위를 한 번 던진다. 홀수의 눈이 나오는 사건을 A, 6 이하의 자연수 m에 대하여 m의 약수의 눈이 나오는 사건을 B라 하자. 두 사건 A와 B가 서로 독립이 되도록 하는 모든 m의 값의 합을 구하시오. [4점]

Theme 22 독립시행의 확률

075 2024 규토 라이트 확통 p176

057 | 2016학년도 수능 B형

한 개의 동전을 5번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수와 뒷면이 나오는 횟수의 곱이 6일 확률은? [3점]

① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

076 2024 규토 라이트 확통 p178

062 | 2020학년도 수능 가형

한 개의 주사위를 5번 던질 때 홀수의 눈이 나오는 횟수를 a라 하고, 한 개의 동전을 4번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 b라 하자. $a-b$의 값이 3일 확률을 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

077 2024 규토 라이트 확통 p179

068 | 2022학년도 고3 6월 평가원 확통

주사위 2개와 동전 4개를 동시에 던질 때, 나오는 주사위의 눈의 수의 곱과 앞면이 나오는 동전의 개수가 같을 확률은? [3점]

① $\frac{3}{64}$ ② $\frac{5}{96}$ ③ $\frac{11}{192}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{13}{192}$

078 2024 규토 라이트 확통 p180

071 | 2023학년도 고3 6월 평가원 확통

수직선의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가
> 6의 약수이면 점 P를 양의 방향으로 1만큼 이동시키고,
> 6의 약수가 아니면 점 P를 이동시키지 않는다.

이 시행을 4번 반복할 때, 4번째 시행 후 점 P의 좌표가 2 이상일 확률은? [3점]

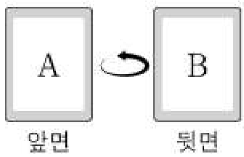
① $\frac{13}{18}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{8}{9}$ ⑤ $\frac{17}{18}$

079 2024학년도 고3 9월 평가원 확통

29. 앞면에는 문자 A, 뒷면에는 문자 B가 적힌 한 장의 카드가 있다. 이 카드와 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

> 동전을 두 번 던져
> 앞면이 나온 횟수가 2이면 카드를 한 번 뒤집고,
> 앞면이 나온 횟수가 0 또는 1이면 카드를 그대로 둔다.

처음에 문자 A가 보이도록 카드가 놓여 있을 때, 이 시행을 5번 반복한 후 문자 B가 보이도록 카드가 놓일 확률은 p이다. $128\times p$의 값을 구하시오. [4점]



Theme 23 독립시행의 확률과 조건부확률

080 2024 규토 라이트 확통 p184

087 | 2018학년도 고3 6월 평가원 가형

서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 같으면 한 개의 동전을 4번 던지고, 나온 눈의 수가 다르면 한 개의 동전을 2번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때, 동전을 4번 던졌을 확률은? [4점]

① $\frac{3}{23}$ ② $\frac{5}{23}$ ③ $\frac{7}{23}$ ④ $\frac{9}{23}$ ⑤ $\frac{11}{23}$

081 2024 규토 라이트 확통 p185

093 | 2019학년도 수능 나형

좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

> 동전을 한 번 던져
> 앞면이 나오면 점 A를 x축의 양의 방향으로 1만큼,
> 뒷면이 나오면 점 A를 y축의 양의 방향으로 1만큼
> 이동시킨다.

위 시행을 반복하여 점 A의 x좌표 또는 y좌표가 처음으로 3이 되면 이 시행을 멈춘다. 점 A의 y좌표가 처음으로 3이 되었을 때, 점 A의 x좌표가 1일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

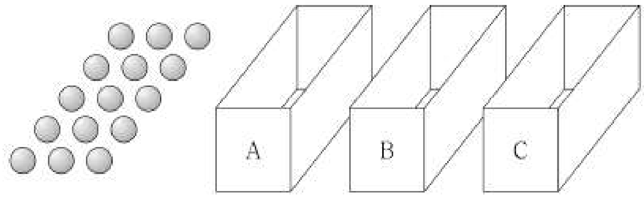
082 2026학년도 고3 6월 평가원 확통

28. 공 15개와 비어 있는 세 상자 A, B, C가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 세 상자 A, B, C에 공을 넣는 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
> 나온 눈의 수가 3의 배수이면
> 세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 2, 0이고,
> 나온 눈의 수가 3의 배수가 아니면
> 세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 1, 1이다.

이 시행을 5번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 홀수일 때, 상자 A에 들어 있는 공의 개수와 상자 C에 들어 있는 공의 개수의 합이 8 이상일 확률은? [4점]

① $\frac{44}{61}$ ② $\frac{47}{61}$ ③ $\frac{50}{61}$ ④ $\frac{53}{61}$ ⑤ $\frac{56}{61}$



3. 통계

Theme 24 이산확률변수의 확률분포

083 2024 규토 라이트 확통 p220

005

이산확률변수 X가 취할 수 있는 값이 0, 1, 2, 3이고

$$P(X=k)=2P(X=k+1)\ (k=0,\ 1,\ 2)$$

일 때, $P(X\geq 2)$의 값은?

① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

084 2025학년도 고3 9월 평가원 확통

27. 이산확률변수 X가 가지는 값이 0부터 4까지의 정수이고

$$P(X=k)=P(X=k+2)\ (k=0,\ 1,\ 2)$$

이다. $E(X^2)=\frac{35}{6}$일 때, $P(X=0)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{5}{24}$

Theme 25 이산확률변수의 평균과 분산

085 2024 규토 라이트 확통 p221

011

이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	b	1

$E(3X+2)=6$일 때, $120ab$의 값을 구하시오.
(단, a와 b는 상수이다.)

086 2024 규토 라이트 확통 p238

083 | 2023학년도 고3 9월 평가원 확통

이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	a	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	1

$\sigma(X)=E(X)$일 때, $E(X^2)+E(X)$의 값은? (단, $a>1$) [3점]

① 29 ② 33 ③ 37 ④ 41 ⑤ 45

087 2026학년도 고3 9월 평가원 확통

27. 각 면에 숫자 1, 2, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 서로 다른 상자 2개가 있다. 이 두 상자를 동시에 던져서 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 두 수의 차를 확률변수 X라 할 때, $\mathrm{V}(X)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

088 2024 규토 라이트 확통 p223

019

한 개의 동전을 네 번 던져 나온 결과에 대하여 다음 규칙에 따라 얻은 점수를 확률변수 X라 하자.

[규칙1] 앞면이 나오는 횟수가 뒷면이 나오는 횟수보다 크면 1점으로 한다.
[규칙2] 앞면이 나오는 횟수가 뒷면이 나오는 횟수와 같으면 2점으로 한다.
[규칙3] 앞면이 나오는 횟수가 뒷면이 나오는 횟수보다 작으면 3점으로 한다.

$\mathrm{V}(8X)$의 값을 구하시오.

089 2024 규토 라이트 확통 p242

097 | 2021학년도 고3 9월 평가원 나형

두 이산확률변수 X, Y의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	c	d	1

Y	11	21	31	41	합계
$\mathrm{P}(Y=y)$	a	b	c	d	1

$\mathrm{E}(X)=2$, $\mathrm{E}(X^2)=5$일 때, $\mathrm{E}(Y)+\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오. [4점]

(2번째 풀이도 기억)

090 2024 규토 라이트 확통 p243

102 | 2022학년도 고3 9월 평가원 확통

두 이산확률변수 X, Y가 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	3	5	7	9	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	c	b	a	1

Y	1	3	5	7	9	합계
$\mathrm{P}(Y=y)$	$a+\frac{1}{20}$	b	$c-\frac{1}{10}$	b	$a+\frac{1}{20}$	1

$\mathrm{V}(X)=\frac{31}{5}$일 때, $10\times\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오. [4점]

091 2024 규토 라이트 확통 p244

104 | 2018학년도 고3 9월 평가원 나형

두 이산확률변수 X와 Y가 가지는 값이 각각 1부터 5까지의 자연수이고

$$P(Y=k)=\frac{1}{2}P(X=k)+\frac{1}{10}\quad(k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$$

이다. $E(X)=4$일 때, $E(Y)=a$이다. $8a$의 값을 구하시오. [4점]

092 2024 규토 라이트 확통 p251

126

이산확률변수 X가 갖는 값은 1, 2, 3, 4이고
이산확률변수 Y가 갖는 값은 2, 5, 8, 11이다.
상수 a에 대하여

$$P(Y=3k-1)=\frac{1}{2}P(X=k)+a\quad(k=1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

이고 $E(X)=\frac{7}{6}$일 때, $E\left(\frac{1}{a}Y+5\right)$의 값을 구하시오.

Theme 26 이항분포의 뜻

093 2024 규토 라이트 확통 p237

078 | 2010학년도 고3 9월 평가원 나형

확률변수 X가 이항분포 $B(10,\ p)$를 따르고,

$$P(X=4)=\frac{1}{3}P(X=5)$$

일 때, $E(7X)$의 값을 구하시오. (단, $0<p<1$) [3점]

094 2024 규토 라이트 확통 p233

063 | 2019학년도 수능 가형

확률변수 X가 이항분포 $B\left(n,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르고
$E(X^2)=V(X)+25$를 만족시킬 때, n의 값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

095 2024 규토 라이트 확통 p234

056 | 2022학년도 수능 확통

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{3}\right)$를 따르고 $\mathrm{V}(2X)=40$일 때, n의 값은? [3점]

① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

096 2024 규토 라이트 확통 p224

023

자연수 n에 대하여 이산확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)={}_n\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^n \quad (x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

이다. $\mathrm{E}(X^2)=\frac{55}{2}$일 때, $\mathrm{V}(2X)$의 값은?

① 5 ② $\frac{15}{2}$ ③ 10 ④ $\frac{25}{2}$ ⑤ 15

Theme 27 이항분포의 활용

097 2024 규토 라이트 확통 p225

028

규토는 한 개의 주사위를 연속해서 두 번 던지는 시행을 64회 하면서 다음과 같은 규칙으로 점수를 얻는다.

[규칙1] 주사위를 두 번 던져서 두 눈의 합이 4의 배수가 되면 4점을 더한다.
[규칙2] 주사위를 두 번 던져서 두 눈의 합이 4의 배수가 되지 않으면 2점을 더한다.

한 개의 주사위를 연속해서 두 번 던지는 시행을 64회한 후 규토가 얻은 점수를 확률변수 X라 할 때, $\mathrm{V}(X)$의 값을 구하시오. (단, 기본점수는 0점으로 한다.)

098 2024 규토 라이트 확통 p247

116 | 2021학년도 수능 가형

좌표평면의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가
2 이하이면 점 P를 x축의 양의 방향으로 3만큼,
3 이상이면 점 P를 y축의 양의 방향으로 1만큼
이동시킨다.

이 시행을 15번 반복하여 이동된 점 P와 직선 $3x+4y=0$ 사이의 거리를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X)$의 값은? [4점]

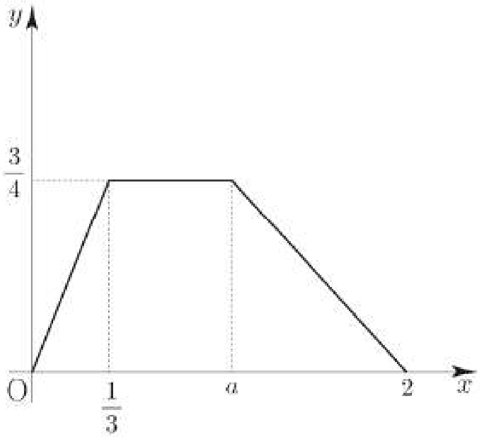
① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

Theme 28 확률밀도함수

099 2024 규토 라이트 확통 p234

065 | 2019학년도 수능 나형

연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 2$이고, X의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같을 때, $\mathrm{P}\left(\frac{1}{3} \le X \le a\right)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

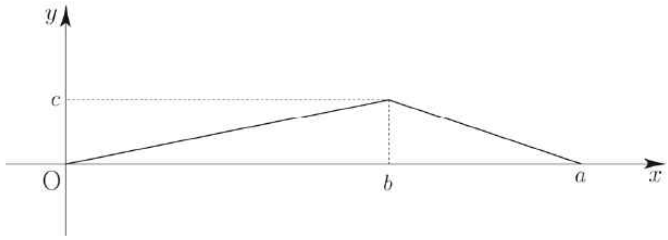


① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

100 2024 규토 라이트 확통 p239

085 | 2023학년도 수능 확통

연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le a$이고, X의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같다.



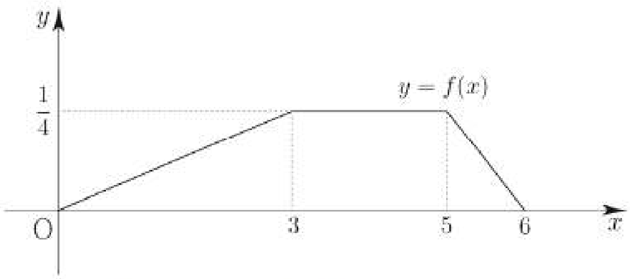
$\mathrm{P}(X \le b) - \mathrm{P}(X \ge b) = \frac{1}{4}$, $\mathrm{P}(X \le \sqrt{5}) = \frac{1}{2}$일 때, $a+b+c$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.) [4점]

① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

101 2024 규토 라이트 확통 p243

103 | 2022학년도 수능 확통

두 연속확률변수 X와 Y가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 6$, $0 \le Y \le 6$ 이고, X와 Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$이다. 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 그림과 같다.



$0 \le x \le 6$인 모든 x에 대하여

$$f(x)+g(x)=k \quad (k\text{는 상수})$$

를 만족시킬 때, $\mathrm{P}(6k \le Y \le 15k)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

102 2024 규토 라이트 확통 p247

117 | 2015학년도 고3 9월 평가원 A형

구간 $[0, 3]$의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X에 대하여

$$\mathrm{P}(x \le X \le 3)=a(3-x) \quad (0 \le x \le 3)$$

이 성립할 때, $\mathrm{P}(0 \le X < a)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Theme 29 정규분포와 표준정규분포

103 2024 규토 라이트 확통 p237

077 | 2017학년도 고3 9월 평가원 가형

어느 실험실의 연구원이 어떤 식물로부터 하루 동안 추출하는 호르몬의 양은 평균이 30.2mg, 표준편차가 0.6mg인 정규분포를 따른다고 한다. 어느 날 이 연구원이 하루 동안 추출한 호르몬의 양이 29.6mg 이상이고 31.4mg 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.3830 ② 0.5328 ③ 0.6247 ④ 0.7745 ⑤ 0.8185

104 2024 규토 라이트 확통 p237

079 | 2018학년도 고3 9월 평가원 가형

확률변수 X는 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 따르고 다음 등식을 만족시킨다.

$$P(m \le X \le m+12)-P(X \le m-12)=0.3664$$

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 σ의 값을 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

105 2024 규토 라이트 확통 p227

039

확률변수 X는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따르고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $P(X \ge 60)=P(X \le 100)$

(나) $P(m \le X \le m+10)+P(Z \le -1)=\frac{1}{2}$

$P(X \ge k)=0.0668$을 만족시키는 상수 k의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

106 2024 규토 라이트 확통 p228

041

확률변수 X는 정규분포 $N(15, \sigma^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따른다. 두 확률변수 X와 Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$이고, $f(a)=f(21)=g(21)$이다. $P(X \le a)=0.18$, $P(21 \le Y \le b)=0.64$일 때, $a+b+m$의 값을 구하시오. (단, $m \ne 15$)

107 2025 규토 라이트 확통 p258

121 • 2024학년도 수능 확통

양수 t에 대하여 확률변수 X가 정규분포 $N(1, t^2)$을 따른다.

$$P(X \le 5t) \ge \frac{1}{2}$$

이 되도록 하는 모든 양수 t에 대하여 $P(t^2-t+1 \le X \le t^2+t+1)$의 최댓값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 k라 하자. $1000 \times k$의 값을 구하시오. [4점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

Theme 30 이항분포와 정규분포

108 2026학년도 고3 9월 평가원 확통

29. 두 집합 $A=\{2, 3, 4\}$, $B=\{2, 3\}$에 대하여 다음 시행을 한다.

> 집합 A의 모든 부분집합 8개 중에서
> 임의로 한 개를 선택하고,
> 집합 B의 모든 부분집합 4개 중에서
> 임의로 한 개를 선택한다.
> 선택한 두 집합의 교집합의 원소의 개수를 기록한다.

이 시행을 15360번 반복하여 기록한 수가 1인 횟수가 5880 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값이 k일 때, $1000\times k$의 값을 구하시오. [4점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.494
3.0	0.499

109 2025 규토 라이트 확통 p240

051

다음과 같은 규칙으로 점수를 얻는 주사위 게임이 있다.

> 한 개의 주사위를 던져서 소수인 눈의 수가 나오면
> 1점을 얻고, 그 외의 눈의 수가 나오면 3점을 얻는다.

주사위를 64번 던지는 시행에서 얻는 점수가 136점 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 기본점수는 0점이다.)

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587
④ 0.3085 ⑤ 0.3753

110 2025학년도 고3 9월 평가원 확통

29. 수직선의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가
> 4 이하이면 점 A를 양의 방향으로 1만큼 이동시키고,
> 5 이상이면 점 A를 음의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

이 시행을 16200번 반복하여 이동된 점 A의 위치가 5700 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 k라 하자. $1000\times k$의 값을 구하시오. [4점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.494

Theme 31 표본평균의 뜻과 평균, 분산, 표준편차

111 2024 규토 라이트 확통 p264

005

어느 모집단의 확률변수 X의 확률분포가 다음 표와 같다.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

이 모집단에서 임의추출한 크기가 2인 표본의 평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}(\overline{X}=2)$의 값은?

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

112 2024 규토 라이트 확통 p264

007

어느 모집단의 확률변수 X의 확률분포가 다음 표와 같다.

X	0	1	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{5}$	a	b	1

이 모집단에서 크기가 3인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}(\overline{X}=3)=\frac{27}{125}$이다. $\mathrm{P}(\overline{X}=1)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $\frac{9}{125}$ ② $\frac{2}{25}$ ③ $\frac{11}{125}$ ④ $\frac{12}{125}$ ⑤ $\frac{13}{125}$

113 2024 규토 라이트 확통 p280

049 | 2019학년도 고3 9월 평가원 가형

어느 모집단의 확률변수 X의 확률분포가 다음과 같다.

X	0	2	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{6}$	a	b	1

$\mathrm{E}(X^2)=\frac{16}{3}$일 때, 이 모집단에서 크기가 20인 표본의 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $\mathrm{V}(\overline{X})$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{60}$ ② $\frac{1}{30}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $\frac{1}{15}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

114 2024 규토 라이트 확통 p284

074 | 2009학년도 수능 나형

다음은 어떤 모집단의 확률분포표이다.

X	10	20	30	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{2}$	a	$\frac{1}{2}-a$	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 복원추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $\overline{X}$의 평균이 18일 때, $\mathrm{P}(\overline{X}=20)$의 값은? [4점]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{19}{50}$ ③ $\frac{9}{25}$ ④ $\frac{17}{50}$ ⑤ $\frac{8}{25}$

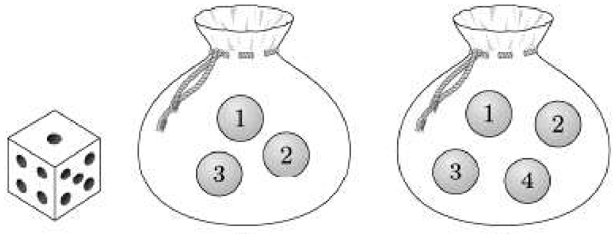
115 2024학년도 고3 9월 평가원 확통

28. 주머니 A에는 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적힌 3개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적힌 4개의 공이 들어 있다. 두 주머니 A, B와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
> 나온 눈의 수가 3의 배수이면
> 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내고,
> 나온 눈의 수가 3의 배수가 아니면
> 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다.
> 꺼낸 2개의 공에 적혀 있는 수의 차를 기록한 후,
> 공을 꺼낸 주머니에 이 2개의 공을 다시 넣는다.

이 시행을 2번 반복하여 기록한 두 개의 수의 평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}(\overline{X}=2)$의 값은? [4점]

① $\frac{11}{81}$ ② $\frac{13}{81}$ ③ $\frac{5}{27}$ ④ $\frac{17}{81}$ ⑤ $\frac{19}{81}$



Theme 32 표본평균의 분포

116 2024 규토 라이트 확통 p276

036 | 2018학년도 수능 가형

어느 공장에서 생산하는 화장품 1개의 내용량은 평균이 201.5g이고 표준편차가 1.8g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 화장품 중 임의추출한 9개의 화장품 내용량의 표본평균이 200g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.7745 ② 0.8413 ③ 0.9332 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

117 2024 규토 라이트 확통 p282

059 | 2021학년도 고3 9월 평가원 가형

어느 지역 신생아의 출생 시 몸무게 X가 정규분포를 따르고

$$\mathrm{P}(X \ge 3.4)=\frac{1}{2},\ \mathrm{P}(X \le 3.9)+\mathrm{P}(Z \le -1)=1$$

이다. 이 지역 신생아 중에서 임의추출한 25명의 출생 시 몸무게의 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}(\overline{X} \ge 3.55)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 kg이고 Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668 ④ 0.1587 ⑤ 0.3413

118 2024 규토 라이트 확통 p283

061 | 2022학년도 고3 9월 평가원 확통

지역 A에 살고 있는 성인들의 1인 하루 물 사용량을 확률변수 X, 지역 B에 살고 있는 성인들의 1인 하루 물 사용량을 확률변수 Y라 하자. 두 확률변수 X, Y는 정규분포를 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 확률변수 X, Y의 평균은 각각 220과 240이다.
(나) 확률변수 Y의 표준편차는 확률변수 X의 표준편차의 1.5배이다.

지역 A에 살고 있는 성인 중 임의추출한 n명의 1인 하루 물 사용량의 표본평균을 $\overline{X}$, 지역 B에 살고 있는 성인 중 임의추출한 $9n$명의 1인 하루 물 사용량의 표본평균을 $\overline{Y}$라 하자.
$\mathrm{P}(\overline{X} \le 215) = 0.1587$일 때, $\mathrm{P}(\overline{Y} \ge 235)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 물 사용량의 단위는 L이다.) [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.8185
④ 0.8413 ⑤ 0.9772

119 2024 규토 라이트 확통 p267

015

어느 정육점에서 판매하는 삼겹살 1인분의 무게는 평균이 200g, 표준편차가 12g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 정육점에서 삼겹살 1인분을 구매한 고객 중 9명을 임의추출하여 조사할 때, 9명이 구매한 삼겹살 무게의 총합이 1872g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.8413 ③ 0.9104
④ 0.9332 ⑤ 0.9772

120 2024 규토 라이트 확통 p266

013

어느 모집단의 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(45,\ 4^2)$을 따를 때, 이 모집단에서 임의추출한 크기가 64인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라 하자.

$$\mathrm{P}(X \ge 49) + \mathrm{P}(\overline{X} \ge k) = 1$$

일 때, $\mathrm{P}\left(\left|\overline{X} - k\right| \ge \frac{1}{2}\right)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.5228 ② 0.5328 ③ 0.5668
④ 0.6587 ⑤ 0.8085

Theme 33 모평균의 추정

121 2024 규토 라이트 확통 p280

052 | 2023학년도 수능 확통

어느 회사에서 생산하는 샴푸 1개의 용량은 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 샴푸 중에서 16개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $746.1 \le m \le 755.9$이다. 이 회사에서 생산하는 샴푸 중에서 n개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구하는 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $a \le m \le b$일 때, $b-a$의 값이 6 이하가 되기 위한 자연수 n의 최솟값은? (단, 용량의 단위는 mL이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \le 2.58) = 0.99$로 계산한다.) [3점]

① 70 ② 74 ③ 78 ④ 82 ⑤ 86

122 2024 규토 라이트 확통 p283

062 | 2022학년도 수능 확통

어느 자동차 회사에서 생산하는 전기 자동차의 1회 충전 주행 거리는 평균이 m이고 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다. 이 자동차 회사에서 생산한 전기 자동차 100대를 임의추출하여 얻은 1회 충전 주행 거리의 표본평균이 $\overline{x_1}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이다. 이 자동차 회사에서 생산한 전기 자동차 400대를 임의추출하여 얻은 1회 충전 주행 거리의 표본평균이 $\overline{x_2}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰 99%의 신뢰구간이 $c \le m \le d$이다. $\overline{x_1} - \overline{x_2} = 1.34$이고 $a = c$일 때, $b-a$의 값은? (단, 주행 거리의 단위는 km이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \le 2.58) = 0.99$로 계산한다.) [3점]

① 5.88 ② 7.84 ③ 9.80

④ 11.76 ⑤ 13.72

123 2024 규토 라이트 확통 p284

065 | 2019학년도 고3 9월 평가원 가형

어느 고등학교 학생들의 1개월 자율학습실 이용 시간은 평균이 m, 표준편차가 5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 25명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이 $\overline{x_1}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $80 - a \le m \le 80 + a$이었다. 또 이 고등학교 학생 n명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이 $\overline{x_2}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 다음과 같다.

$$\frac{15}{16}\overline{x_1} - \frac{5}{7}a \le m \le \frac{15}{16}\overline{x_1} + \frac{5}{7}a$$

$n + \overline{x_2}$의 값은? (단, 이용 시간의 단위는 시간이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.) [4점]

① 121 ② 124 ③ 127 ④ 130 ⑤ 133

124 2024 규토 라이트 확통 p270

028

어느 공장에서 생산하는 노트북 한 개의 무게는 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산하는 노트북 중에서 임의추출한 크기가 49인 표본을 조사하였더니 노트북 무게의 표본평균의 값이 $\overline{x}$이었다. 이 결과를 이용하여, 이 공장에서 생산하는 노트북 한 개의 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $2\overline{x} - 1.87 \le m \le 2\overline{x} - 1.73$이다. $100 \times \overline{x} \times \sigma$의 값을 구하시오. (단, 무게의 단위는 kg이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(|Z| \le 1.96) = 0.95$로 계산한다.)

125 2024 규토 라이트 확통 p282

057 | 2019학년도 수능 가형

어느 지역 주민들의 하루 여가 활동 시간은 평균이 m분, 표준편차가 σ분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역 주민 중 16명을 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 75분일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이다. 이 지역 주민 중 16명을 다시 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 77분일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $c \le m \le d$이다. $d-b=3.86$을 만족시키는 σ의 값을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58)=0.99$로 계산한다.) [4점]

126 2024 규토 라이트 확통 p282

060 | 2018학년도 고3 9월 평가원 가형

어느 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게는 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 중에서 임의추출한, 크기가 49인 표본을 조사하였더니 초콜릿 무게의 표본평균의 값이 $\overline{x}$이었다. 이 결과를 이용하여, 이 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1.73 \le m \le 1.87$이다. $\dfrac{\sigma}{\overline{x}}=k$일 때, $180k$의 값을 구하시오. (단, 무게의 단위는 g이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96)=0.475$로 계산한다.) [4점]

드디어 고지가 보이네요. ㅎㅎ
여러분의 앞날에 행복이 가득하기를 기원하겠습니다.
그동안 정말 수고 많으셨습니다!!

-규토-

2026 수능대비 이것만은 제발 ver.확률과 통계 빠른 정답

1. 경우의 수

Theme 1 원순열
1. ①
2. ④
3. ①
4. ①
5. 36
6. 48

Theme 2 중복순열
7. ③
8. ②
9. ⑤
10. ③

Theme 3 같은 것이 있는 순열
11. ①
12. ①
13. 90
14. 33

Theme 4 최단 거리
15. ③
16. ④
17. 85

Theme 5 중복조합
18. ③
19. ①
20. 143
21. ④
22. 36
23. 120

Theme 6 순서쌍의 개수
24. ①
25. ③
26. 220
27. 48
28. 196

Theme 7 (가) $-$ $\{$(가) $\cap$ (나)$^c\}=$ (가) $\cap$ (나)
29. ⑤
30. 68
31. 32
32. 332

Theme 8 함수의 개수
33. ④
34. 115
35. 115

Theme 9 이항정리
36. ①
37. ②
38. ②
39. ③

2. 확률

Theme 10 수학적 확률-일일이 세기

40. ④
41. ②
42. ②
43. 11

Theme 11 수학적 확률-순열과 조합을 이용하여 세기

44. ③
45. ③
46. ④

Theme 12 확률의 덧셈정리-확률로 확률 계산

47. ③
48. ④
49. ②

Theme 13 확률의 덧셈정리의 활용

50. ③
51. ③
52. 44

Theme 14 여사건의 확률의 활용

53. ⑤
54. ⑤
55. ⑤
56. 89
57. ④

Theme 15 조건부확률–확률로 확률 계산

58. ④

Theme 16 조건부확률–표가 주어진 경우

59. ②
60. ①

Theme 17 조건부확률–표가 주어지지 않은 경우

61. ②

Theme 18 조건부확률의 활용

62. ③
63. ④
64. ①
65. ④
66. 28
67. ⑤
68. ①

Theme 19 확률의 곱셈정리

69. ⑤
70. ①
71. 131

Theme 20 사건의 독립과 종속-확률로 확률 계산

72. ④
73. ②

Theme 21 독립사건의 활용

74. 8

Theme 22 독립시행의 확률

75. ①
76. 137
77. ①
78. ④
79. 62

Theme 23 독립시행의 확률과 조건부확률

80. ①
81. ③
82. ⑤

3. 통계

Theme 24 이산확률변수의 확률분포

83. ②

84. ④

Theme 25 이산확률변수의 평균과 분산

85. 5

86. ⑤

87. ④

88. 40

89. 121

90. 78

91. 28

92. 41

Theme 26 이항분포의 뜻

93. 50

94. ①

95. ④

96. ③

Theme 27 이항분포의 활용

97. 48

98. ③

Theme 28 확률밀도함수

99. ④

100. ④

101. 31

102. 10

Theme 29 정규분포와 표준정규분포

103. ⑤

104. ③

105. 95

106. 69

107. 673

Theme 30 이항분포와 정규분포

108. 23

109. ③

110. 994

Theme 31 표본평균의 뜻과 평균, 분산, 표준편차

111. ①

112. ②

113. ④

114. ④

115. ⑤

Theme 32 표본평균의 분포

116. ⑤

117. ③

118. ⑤

119. ⑤

120. ①

Theme 33 모평균의 추정

121. ②

122. ②

123. ②

124. 45

125. 12

126. 25

2026 수능대비 이것만은 제발 ver.확률과 통계 해설지

1. 경우의 수

Theme 1 원순열

1. ①

27. 출제의도 : 원순열을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는가?

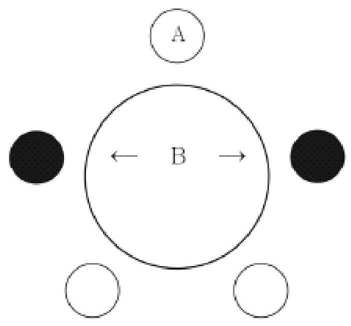
정답풀이 :
남학생 4명, 여학생 1명을 선택한 경우의 수는
$_5C_4 \times {}_3C_1 = {}_5C_1 \times {}_3C_1 = 5 \times 3 = 15$
남학생 5명을 선택한 경우의 수는
$_5C_5 = 1$
선택한 5명의 학생을 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉게 하는 경우의 수는
$(5-1)! = 4! = 24$
따라서 구하는 경우의 수는
$(15+1) \times 24 = 384$

정답 ①

2. ④

065

8명의 학생 중 A, B를 제외한 나머지 6명중 3명 선택 $_6C_3 = 20$가지



$_6C_3$(6명중 3명 선택)$\times 1$(A 고정시키기)$\times 2$(B 자리선택) $\times 3!$(나머지 3자리 배열)

$\therefore\ 20 \times 12 = 240$

답 ④

3. ①

27. 출제의도 : 원순열을 이해하여 경우의 수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :
6개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열하는 원순열의 수는
$(6-1)!=120$
이때 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 합이 11이 되려면 5와 6이 적힌 의자가 서로 이웃해야 한다.
따라서 5와 6이 적힌 의자를 묶어서 하나의 의자로 생각하여 모두 5개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열하는 원순열의 수는
$(5-1)!=24$
이때 5와 6이 적힌 의자의 위치를 서로 바꾸는 경우의 수는 2이므로 5와 6이 적힌 의자가 서로 이웃하도록 배열하는 경우의 수는
$24\times2=48$
따라서 구하는 경우의 수는
$120-48=72$

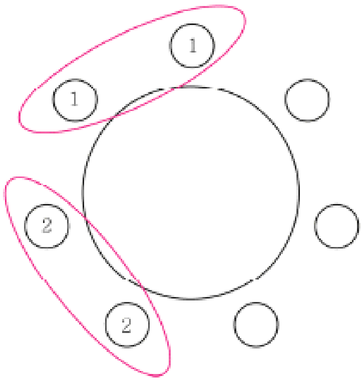
정답 ①

4. ①

070

1학년 2명 $(1_a,\ 1_b)$
2학년 2명 $(2_a,\ 2_b)$
3학년 3명 $(3_a,\ 3_b,\ 3_c)$

1학년끼리 한 묶음, 2학년끼리 한 묶음으로 보자.
$(1_a,\ 1_b),\ (2_a,\ 2_b),\ 3_a,\ 3_b,\ 3_c$



$4!$(원순열 배열) $\times\ 2!$(1학년 자리 바꾸기)

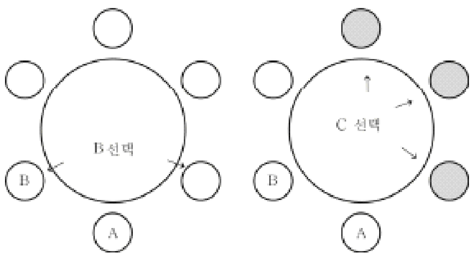
$\times\ 2!$(2학년 자리 바꾸기)
$\therefore\ 24\times2\times2=96$

답 ①

5. 36

086

(가) A와 B는 이웃한다.
(나) B와 C는 이웃하지 않는다.



1(A고정시키기) $\times\ {}_2C_1$(B자리 선택) $\times\ {}_3C_1$(C자리 선택)
$\times\ 3!$(나머지 배열)
$\therefore\ 1\times2\times3\times6=36$

답 36

6. 48

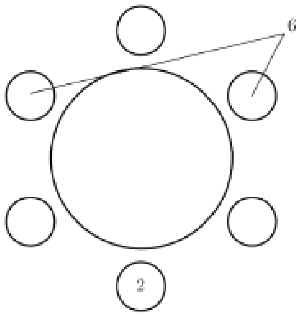
090

서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되지 않도록 하려면 2, 6 / 3, 4 가 이웃하지 않아야 한다.

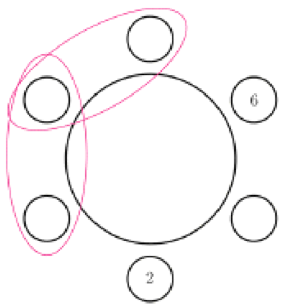
2를 고정시켜서 판단해보자.

2를 고정시키는 경우의 수 1가지

① 2와 6이 마주 보지 않을 때



6이 들어갈 자리 선택 ${}_2C_1 = 2$
한 곳에 들어갔다고 가정하자.



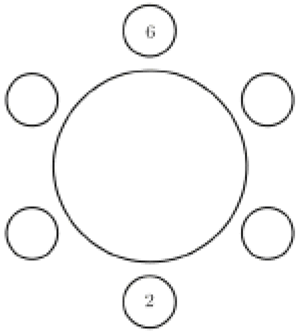
나머지 4자리 배열하는 경우의 수에서
3, 4가 이웃하는 경우의 수를 빼면 된다.

나머지 4자리 배열 $4! = 24$

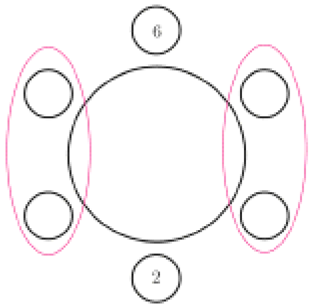
3, 4가 이웃하도록 묶을 수 있는 경우의 수는 ${}_2C_1 = 2$
3, 4 자리 바꾸기 $2!$
나머지 1, 5 자리 바꾸기 $2!$
이므로 3, 4가 이웃하는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$이다.

$\therefore\ 2 \times (24 - 8) = 32$

② 2와 6이 마주 볼 때



6이 들어갈 자리 선택 1가지



나머지 4자리 배열하는 경우의 수에서
3, 4가 이웃하는 경우의 수를 빼면 된다.

나머지 4자리 배열 $4! = 24$

3, 4가 이웃하도록 묶을 수 있는 경우의 수는 ${}_2C_1 = 2$
3, 4 자리 바꾸기 $2!$
나머지 1, 5 자리 바꾸기 $2!$
이므로 3, 4가 이웃하는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$이다.

$\therefore\ 1 \times (24 - 8) = 16$

따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $1 \times (32 + 16) = 48$이다.

답 48

Theme 2 중복순열

7. ③

054 | 2017학년도 수능 가형

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는? [3점]

① 115 ② 120 ③ 125 ④ 130 ⑤ 135

8. ②

062

천의 자리수 2가지 (4, 5 선택)
백의 자리수 5가지 (1, 2, 3, 4, 5 선택)
십의 자리수 5가지 (1, 2, 3, 4, 5 선택)
일의 자리수 3가지 (1, 3, 5 선택)

$\therefore\ 2\times5\times5\times3=150$

답 ②

9. ⑤

111

서로 다른 5개의 과일 a, b, c, d, e 중 A에 담을 과일 2개 선택 ${}_5C_2=10$가지
a, b가 선택되었다고 가정하자.

남은 과일 c, d, e에게 물어본다.
그릇 B, C 중 어디갈래? 각각 2가지
$2^3=8$가지

Tip 서로 다른 과일을 서로 다른 그릇에 담기
(단, 빈 그릇이 있을 수 있음)이므로 중복순열!

따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $10\times8=80$이다.

답 ⑤

10. ③

074

양 끝에 들어갈 문자를 선택하는 경우의 수 2^2
a가 들어갈 자리 1개 선택하는 경우의 수 ${}_4C_1$
나머지 3자리에 들어갈 문자를 선택하는 경우의 수 3^3

따라서 구하고자 하는 경우의 수는
$2^2\times{}_4C_1\times3^3=4\times4\times27=432$이다.

답 ③

Theme 3 같은 것이 있는 순열

11. ①

055

양 끝에 흰 색 깃발을 고정시키면
$bbbbbwww$ 을 일렬로 배열하는 경우의 수와 같다.

$\therefore\ \dfrac{8!}{5!3!}=56$

답 ①

12. ①

077

현수막 A는 1개, B는 4개, C는 2개가 있다.
(나) 조건에 의해 B는 2곳 이상 설치해야 하므로
B를 설치하는 개수에 따라 case분류하면

① B 2개 설치하는 경우

ABBCC $\Rightarrow \dfrac{5!}{2!2!}=30$

② B 3개 설치하는 경우

ABBBC $\Rightarrow \dfrac{5!}{3!}=20$

③ B 4개 설치하는 경우

ABBBB $\Rightarrow \dfrac{5!}{4!}=5$

따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $30+20+5=55$이다.

답 ①

13. 90

082

순서가 정해져 있으므로
국어 A, B를 같은 문자 x
수학 A, B를 같은 문자 y
영어 A, B를 같은 문자 z라 두면
구하는 경우의 수는 $xxyyzz$를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같다.

$\therefore \dfrac{6!}{2!2!2!}=90$

답 90

14. 33

103

① $a\ a\ \square\ \square$

i) $a\ a\ b\ c \Rightarrow \dfrac{4!}{2!}=12$가지

ii) $a\ a\ b\ b \Rightarrow \dfrac{4!}{2!2!}=6$가지

iii) $a\ a\ c\ c \Rightarrow \dfrac{4!}{2!2!}=6$가지

$\therefore\ 12+6+6=24$

② $a\ a\ a\ \square$

$\square$에 들어갈 문자 선택 ${}_2\mathrm{C}_1=2$가지 (b, c중 하나 선택)
b가 선택되었다고 가정하면

$a\ a\ a\ b \Rightarrow \dfrac{4!}{3!}=4$가지

$\therefore\ 2\times4=8$

③ $a\ a\ a\ a$
1가지

따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $24+8+1=33$이다.

답 33

Theme 4 최단 거리

15. ③

24. 출제의도 : 같은 것이 있는 순열을 이용하여 도로망에서 최단 거리로 가는 경우의 수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :
A지점에서 P지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\dfrac{4!}{3!\times1!}=4$

P지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\dfrac{2!}{1!\times1!}=2$

따라서 구하는 경우의 수는
$4\times2=8$

정답 ③

16. ④

056

가운데 경유지점을 C라 하면

A지점에서 C지점까지 최단거리 $\dfrac{4!}{2!2!}=6$가지

C지점에서 B지점까지 최단거리 $\dfrac{4!}{2!2!}=6$가지

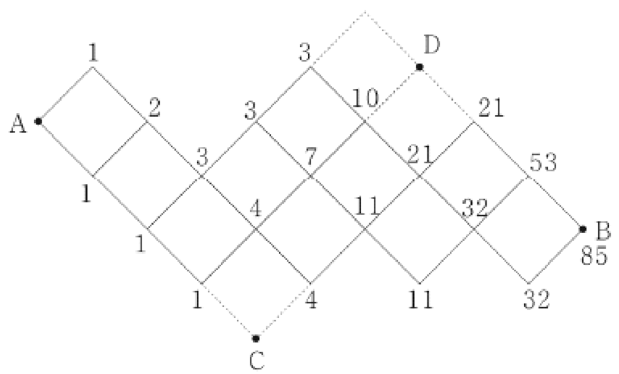
$\therefore\ 6\times6=36$

답 ④

17. 85

026

합의 법칙으로 직접 세면서 구해보자.



답 85

Theme 5 중복조합

18. ③

075

빨간색 카드 4장, 파란색 카드 2장, 노란색 카드 1장

노란색 카드를 받을 학생을 선택하는 경우의 수는 ${}_3C_1=3$

파란색 카드 2장 중 1장을 노란색 카드를 받은 학생에게 주고, 나머지 파란색 카드 1장 받을 학생을 선택하는 경우의 수는 ${}_3C_1$

빨간색 카드 4장 중 1장을 노란색 카드를 받을 학생에게 주고, 나머지 빨간색 카드 3장을 세 명의 학생에게 나누어 주는 경우의 수는 ${}_3H_3={}_{3+3-1}C_3={}_5C_3=10$

따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $3\times3\times10=90$이다.

답 ③

19. ①

068

(단, 1병도 받지 못하는 사람이 있을 수 있다.)

① 같은 종류의 주스 4병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수
$\therefore\ x+y+z=4 \Rightarrow {}_3H_4={}_6C_2=15$

② 같은 종류의 생수 2병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수
$\therefore\ x+y+z=2 \Rightarrow {}_3H_2={}_4C_2=6$

③ 같은 종류의 우유 1병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수
$\therefore\ x+y+z=1 \Rightarrow {}_3H_1={}_3C_1=3$

따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $15\times6\times3=270$이다.

답 ①

20. 143

030

a의 차수가 9의 약수이므로 1, 3, 9
a의 차수에 따라 case분류하면

① a의 차수가 1일 때
$b,\ c,\ d$의 차수를 각각 $B,\ C,\ D$라 하면
$B\ge0,\ C\ge0,\ D\ge3$
$B+C+D=14$

$D=D'+3$라 하면
$B\ge0,\ C\ge0,\ D'\ge0$
$B+C+D'+3=14 \Rightarrow B+C+D'=11$

$\therefore\ {}_3H_{11}={}_{3+11-1}C_{11}={}_{13}C_2=78$

② a의 차수가 3일 때
$b,\ c,\ d$의 차수를 각각 $B,\ C,\ D$라 하면
$B\ge0,\ C\ge0,\ D\ge3$
$B+C+D=12$

$D=D'+3$라 하면
$B\ge0,\ C\ge0,\ D'\ge0$
$B+C+D'+3=12 \Rightarrow B+C+D'=9$

$\therefore\ {}_3H_9={}_{3+9-1}C_9={}_{11}C_2=55$

③ a의 차수가 9일 때
$b,\ c,\ d$의 차수를 각각 $B,\ C,\ D$라 하면
$B\ge0,\ C\ge0,\ D\ge3$
$B+C+D=6$

$D=D'+3$라 하면

$B \geq 0,\ C \geq 0,\ D' \geq 0$

$B+C+D'+3=6 \Rightarrow B+C+D'=3$

$\therefore\ {}_3\mathrm{H}_3 = {}_{3+3-1}\mathrm{C}_3 = {}_5\mathrm{C}_3 = 10$

따라서 서로 다른 항의 개수는 $78+55+10=143$이다.

답 143

21. ④

088

꺼내는 볼펜의 개수를 x

꺼내는 연필의 개수를 y

꺼내는 지우개의 개수를 z 라 하면

$0 \leq x \leq 6,\ 0 \leq y \leq 6,\ 0 \leq z \leq 6$

$x+y+z=8 \Rightarrow {}_3\mathrm{H}_8 = {}_{10}\mathrm{C}_2 = 45$

이때 범위에 포함되지 않는 다음과 같은 경우를 빼줘야 한다.

$(x,\ y,\ z) = (0,\ 1,\ 7) \Rightarrow 3! = 6$가지

$(x,\ y,\ z) = (0,\ 0,\ 8) \Rightarrow 3$가지

따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $45-(6+3)=36$이다.

답 ④

22. 36

107

사과, 감, 배, 귤을 선택하는 개수를 각각 $a,\ b,\ c,\ d$라 하자.

$a \leq 1,\ b \geq 1,\ c \geq 1,\ d \geq 1$

$a+b+c+d=8$

a의 값에 따라 case분류하면

① $a=1$

$b+c+d=7$

$b=b'+1,\ c=c'+1,\ d=d'+1$

$b' \geq 0,\ c' \geq 0,\ d' \geq 0$

$b'+c'+d'=4$

${}_3\mathrm{H}_4 = {}_6\mathrm{C}_2 = 15$

② $a=0$

$b+c+d=8$

$b=b'+1,\ c=c'+1,\ d=d'+1$

$b' \geq 0,\ c' \geq 0,\ d' \geq 0$

$b'+c'+d'=5$

${}_3\mathrm{H}_5 = {}_7\mathrm{C}_2 = 21$

따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $15+21=36$이다.

답 36

23. 120

116

8개의 레인 번호 중 어느 두 번호도 연속되지 않도록 선택한 3개의 레인 번호를 각각 X, Y, $Z(X<Y<Z)$ 라 하자.

X보다 작은 레인 번호의 개수를 a
X보다 크고 Y보다 작은 레인 번호의 개수를 b
Y보다 크고 Z보다 작은 레인 번호의 개수를 c
Z보다 큰 레인 번호의 개수를 d라 하자.

$\boxed{a}\ X\ \boxed{b}\ Y\ \boxed{c}\ Z\ \boxed{d}$

$a \geq 0,\ b \geq 1,\ c \geq 1,\ d \geq 0$
(어느 두 번호도 연속되지 않아야 하므로 $b \geq 1,\ c \geq 1$)
$a+b+c+d=5$

$b=b'+1,\ c=c'+1$
$a \geq 0,\ b' \geq 0,\ c' \geq 0,\ d \geq 0$
$a+b'+c'+d=3 \Rightarrow {}_4\mathrm{H}_3={}_6\mathrm{C}_3=20$

세 명의 학생과 세 레인 X, Y, Z 매칭시키기 $3!=6$
따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $20\times6=120$ 이다.

답 120

Tip <그땐 그랬지>
116번은 2019년 고3 7월 교육청 27번 문항이었는데 그 당시 오답률 TOP4를 기록하였고 정답률이 무려 43% 였다.
대부분 답을 20 이라고 써서 틀린 학생이 많았는데 이는 마지막에 3!를 곱해주지 않는 실수를 했기 때문이다.

처음에는 분명히 고려해야 한다는 생각이 들었다가 문제를 풀면서 까먹는 경우도 종종 발생하곤 한다.

따라서 처음부터 3!을 큼지막하게 적어놓고 시작하는 것도 실수를 줄이는 하나의 방법이다.

Theme 6 순서쌍의 개수

24. ①

072

$a,\ b,\ c,\ d,\ e$는 자연수
$a+b+c+d+e=12$
$|a^2-b^2|=5 \Rightarrow |(a-b)(a+b)|=5$

$a+b>0$이므로 $a-b=1$ or $a-b=-1$에 따라 case분류하면

① $a-b=-1,\ a+b=5 \Rightarrow a=2,\ b=3$

$a+b+c+d+e=12$

$\Rightarrow c+d+e=7$

$c \geq 1,\ d \geq 1,\ e \geq 1$
$c=c'+1,\ d=d'+1,\ e=e'+1$

$c'+d'+e'=4 \Rightarrow {}_3\mathrm{H}_4={}_{3+4-1}\mathrm{C}_4={}_6\mathrm{C}_2=15$

② $a-b=1,\ a+b=5 \Rightarrow a=3,\ b=2$

①과 같은 구조이므로 15

따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $15\times2=30$이다.

답 ①

25. ③

084

$|a|=A,\ |b|=B,\ |c|=C$라 하면
$1 \leq A \leq B \leq C \leq 5$
1, 2, 3, 4, 5에서 중복을 허락하여 3개를 뽑으면
${}_5\mathrm{H}_3={}_7\mathrm{C}_3=35$
(Training-1step에서 학습함)

예를 들어 1, 2, 3이 뽑혔다면
$|a|=1,\ |b|=2,\ |c|=3$이므로
$a=1$ or -1, $b=2$ or -2, $c=3$ or -3
각각 2가지씩 $2^3=8$가지

따라서 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는 $35\times8=280$이다.

답 ③

26. 220

106

(가) 조건에 의해서 a, b, c 모두 홀수

20 이하의 홀수 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 중
중복을 허용하여 3개를 뽑으면 (나) 조건에 의해서
뽑는 순간 a, b, c가 정해진다. (자동배열)

따라서 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는 ${}_{10}\mathrm{H}_3 = {}_{12}\mathrm{C}_3 = 220$
이다.

답 220

27. 48

046

$\dfrac{80}{x+y+z}$ 이 자연수가 되기 위해서는 $x+y+z$ 가 80 의
약수가 되어야하므로 $x+y+z$ 의 후보는
1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80 이다.

약수 개수가 4 개인 것은 8, 10 이므로 case분류하면

① $x+y+z=8$
$1 \le x,\ y,\ z \le 6 \quad \Rightarrow \quad 0 \le x',\ y',\ z' \le 5$
$(x=x'+1,\ y=y'+1,\ z=z'+1)$
$x'+y'+z'=5$
$\therefore\ {}_3\mathrm{H}_5 = 21$

② $x+y+z=10$
$1 \le x,\ y,\ z \le 6 \quad \Rightarrow \quad 0 \le x',\ y',\ z' \le 5$
$(x=x'+1,\ y=y'+1,\ z=z'+1)$
$x'+y'+z'=7$

여기서 조심해야 한다.

위의 case처럼 모든 x', y', z' 가 다 가능하지 않고
아래 case는 전체에서 빼줘야 한다.
$(6,\ 1,\ 0) = 6$개 $(3!)$
$(7,\ 0,\ 0) = 3$개 $\left(\dfrac{3!}{2!}\right)$
$\therefore\ {}_3\mathrm{H}_7 - (6+3) = 27$

따라서 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$는 $21+27=48$이다.

답 48

Tip 주사위 눈의 수가 1 부터 6 인 것을 바탕으로
x, y, z 가 6 보다 큰 case를 제거하는
문제이다. 지난 문제들에서 다뤘듯이
숨겨진 제한조건을 물어보는 문제라고 볼 수 있다.

28. 196

126

① $a \le b \le c \le d$
1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허용하여 4개를 뽑으면
a, b, c, d는 자동으로 결정되므로 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의
개수는 ${}_6\mathrm{H}_4 = {}_9\mathrm{C}_4 = 126$

② $b \le a \le c \le d$
①과 마찬가지로 ${}_6\mathrm{H}_4 = {}_9\mathrm{C}_4 = 126$

③ $a = b \le c \le d$
1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허용하여 3개를 뽑으면
a, b, c, d는 자동으로 결정되므로 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의
개수는 ${}_6\mathrm{H}_3 = {}_8\mathrm{C}_3 = 56$

$a \le c \le d$이고 $b \le c \le d$를 만족시키는 6 이하의
자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수는
(① + ② − ③)와 같다.

따라서 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의
개수는 $126+126-56=196$이다.

답 196

Theme 7 (가) $-$ {(가) $\cap$ (나)^c} $=$ (가) $\cap$ (나)

29. ⑤

110

$a \geq 0,\ b \geq 0,\ c \geq 0$

(가) 조건에 의해서 $a+b+c=6 \Rightarrow {}_3\mathrm{H}_6 = {}_8\mathrm{C}_2 = 28$

(가) $-$ {(가) $\cap$ (나)^c} $=$ (가) $\cap$ (나)를 이용하여 구해보자.

(나)^c : 좌표평면에서 세 점 $(1,\ a)$, $(2,\ b)$, $(3,\ c)$
가 한 직선 위에 있는 경우

세 점 $(1,\ a)$, $(2,\ b)$, $(3,\ c)$가 한 직선 위에 있다면
두 점 $(1,\ a)$, $(2,\ b)$사이의 기울기와
두 점 $(2,\ b)$, $(3,\ c)$사이의 기울기가 같아야 하므로

$\dfrac{b-a}{2-1} = \dfrac{c-b}{3-2} \Rightarrow b-a=c-b \Rightarrow a+c=2b$

$a+b+c=6 \Rightarrow 3b=6 \Rightarrow b=2$ 이므로
$a+c=4 \Rightarrow {}_2\mathrm{H}_4 = {}_5\mathrm{C}_4 = 5$

$\therefore$ {(가) $\cap$ (나)^c} : 5

따라서 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는
$28-5=23$이다.

답 ⑤

30. 68

112

$x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0,\ u \geq 0$

(가) 조건에 의해서 $x+y+z+u=6 \Rightarrow {}_4\mathrm{H}_6 = {}_9\mathrm{C}_3 = 84$

(가) $-$ {(가) $\cap$ (나)^c} $=$ (가) $\cap$ (나)를 이용하여 구해보자.

(나)^c : $x=u$
$x+y+z+u=6 \Rightarrow 2x+y+z=6$

① $x=0 \Rightarrow y+z=6 \Rightarrow {}_2\mathrm{H}_6 = {}_7\mathrm{C}_6 = 7$

② $x=1 \Rightarrow y+z=4 \Rightarrow {}_2\mathrm{H}_4 = {}_5\mathrm{C}_4 = 5$

③ $x=2 \Rightarrow y+z=2 \Rightarrow {}_2\mathrm{H}_2 = {}_3\mathrm{C}_2 = 3$

④ $x=3 \Rightarrow y+z=0 \Rightarrow {}_2\mathrm{H}_0 = {}_1\mathrm{C}_0 = 1$

$\therefore$ {(가) $\cap$ (나)^c} : $7+5+3+1=16$

따라서 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z,\ u)$의 개수는
$84-16=68$이다.

답 68

31. 32

117

$a \geq 0,\ b \geq 0,\ c \geq 0$

(가) 조건에 의해서 $a+b+c=7 \Rightarrow {}_3\mathrm{H}_7 = {}_9\mathrm{C}_2 = 36$가지

(가) $-$ {(가) $\cap$ (나)^c} $=$ (가) $\cap$ (나)를 이용하여 구해보자.
(나)^c : $2^a \times 4^b = 2^{a+2b}$가 8의 배수 $\times$

2^{a+2b}가 8의 배수 $\times \Rightarrow\ a+2b<3$
$(a,\ b)$에 따라 case분류해 보자.

① $(0,\ 0) \Rightarrow c=7$

② $(0,\ 1) \Rightarrow c=6$

③ $(1,\ 0) \Rightarrow c=6$

④ $(2,\ 0) \Rightarrow c=5$

$\therefore$ $\{(\text{가})\cap(\text{나})^c\}$:4

따라서 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는 $36-4=32$이다.

답 32

Tip <그땐 그랬지>
117번은 2017학년도 수능 가형에서 준킬러 역할을 톡톡히 했던 문제였다. (N수 유도 문항)

"(가) − $\{(\text{가})\cap(\text{나})^c\}$ = (가) ∩ (나)"
을 떠올리지 못했다면 실전에서 굉장히 까다로운 문제였다.

32. 332

118

$a\ge 0,\ b\ge 0,\ c\ge 0,\ d\ge 0$

(가) 조건에 의해서 $a+b+c+d=12 \Rightarrow {}_4\mathrm{H}_{12}={}_{15}\mathrm{C}_3=455$

(가) − $\{(\text{가})\cap(\text{나})^c\}$ = (가) ∩ (나)를 이용하여 구해보자.
$a\ne 2$를 사건 A라 하고 $a+b+c\ne 10$을 사건 B라 하면
(나) 조건은 $A\cap B$라고 표현할 수 있으므로
$(\text{나})^c$: $(A\cap B)^c=A^c\cup B^c$
A^c : $a=2$, B^c: $a+b+c=10$이므로
$(\text{나})^c$: $a=2$ 또는 $a+b+c=10$

Tip ∪ = 또는, ∩ = 이고

$n(A^c\cup B^c)=n(A^c)+n(B^c)-n(A^c\cap B^c)$이므로

$a=2$ 또는 $a+b+c=10$은 다음과 같다.
$(a=2)+(a+b+c=10)-(a=2\ \cap\ a+b+c=10)$

① $a=2$
$b+c+d=10 \Rightarrow {}_3\mathrm{H}_{10}={}_{12}\mathrm{C}_2=66$

② $a+b+c=10$
$a+b+c=10,\ d=2$
$\Rightarrow {}_3\mathrm{H}_{10}={}_{12}\mathrm{C}_2=66$

③ $a=2\ \cap\ a+b+c=10$
$a=2,\ \ b+c=8,\ \ d=2$
$\Rightarrow {}_2\mathrm{H}_8={}_9\mathrm{C}_8=9$

$\therefore$ $\{(\text{가})\cap(\text{나})^c\}$: $66+66-9=123$

따라서 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$는 $455-123=332$이다.

답 332

Tip1 (나) 조건의 여사건을 구할 때 썼던 합집합의 원소의 개수 technique을 꼭 기억하자.

Tip2 <빈출 되는 구조>
(가) − $\{(\text{가})\cap(\text{나})^c\}$ = (가) ∩ (나)

지난 문제들에서 정말 많이 접해보았다.

Theme 8 함수의 개수

33. ④

122

$f(1)<f(3),\ f(2)<f(3)$
$f(4)<f(5),\ f(4)<f(6)$
$f(3)+f(4)$는 5의 배수이므로 case분류하면 다음과 같다.

① $f(3)+f(4)=5$
$f(3)=1,\ \ f(4)=4 \Rightarrow$ 모순
$f(3)=4,\ \ f(4)=1 \Rightarrow 3^2\times 5^2=225$
$f(3)=2,\ \ f(4)=3 \Rightarrow 1\times 3^2=9$
$f(3)=3,\ \ f(4)=2 \Rightarrow 2^2\times 4^2=64$

$\therefore\ 225+9+64=298$

② $f(3)+f(4)=10$
$f(3)=4,\ \ f(4)=6 \Rightarrow$ 모순
$f(3)=6,\ \ f(4)=4 \Rightarrow 5^2\times 2^2=100$
$f(3)=5,\ \ f(4)=5 \Rightarrow 4^2\times 1=16$

$\therefore\ 100+16=116$

따라서 함수 f의 개수는 $298+116=414$이다.

답 ④

34. 115

123

$f(1)$의 값에 따라 case분류 하면

① $f(1)=1$인 경우
$f(f(1))=f(1)=1$이므로 (가) 조건에 모순이다.

② $f(1)=2$인 경우
$f(f(1))=4 \Rightarrow f(2)=4$
$2 \le f(3) \le f(5) \le 5$이므로 $f(3)$, $f(5)$를 선택하는 경우의 수는 ${}_4H_2$이다.
$f(4)$를 선택하는 경우의 수는 5이다.

$\therefore\ {}_4H_2 \times 5 = 50$

③ $f(1)=3$인 경우
$f(f(1))=4 \Rightarrow f(3)=4$
$4 \le f(5) \le 5$이므로 $f(5)$를 선택하는 경우의 수는 2이다.
$f(2)$, $f(4)$를 선택하는 경우의 수는 5^2이다.

$\therefore\ 2 \times 5^2 = 50$

④ $f(1)=4$인 경우
$f(f(1))=4 \Rightarrow f(4)=4$
$4 \le f(3) \le f(5) \le 5$이므로 $f(3)$, $f(5)$를 선택하는 경우의 수는 ${}_2H_2$이다.
$f(2)$를 선택하는 경우의 수는 5이다.

$\therefore\ {}_2H_2 \times 5 = 15$

⑤ $f(1)=5$인 경우
$f(f(1))=f(5)=4$이므로 $f(1)>f(5)$가 되어
(나) 조건에 모순이다.

따라서 함수 f의 개수는 $50+50+15=115$이다.

답 115

35. 115

$f(2)+3 \ge f(1)+1$
$f(3)+3 \ge f(2)+2$
$f(4)+3 \ge f(3)+3$
$f(5)+3 \ge f(4)+4$
이므로
$1 \le f(1) \le f(2)+2$,
$f(2)-1 \le f(3) \le f(4) \le f(5)-1 \le 4$
조건 (나)에서 $f(2)$의 값은 홀수이므로
$f(2)$의 값은 1 또는 3 또는 5

(i) $f(2)=1$인 경우
$1 \le f(1) \le 3$,
$1 \le f(3) \le f(4) \le f(5)-1 \le 4$
이므로 $f(1)$의 값을 정하는 경우의 수는 3
$f(3)$, $f(4)$, $f(5)-1$의 값을 정하는 경우의 수는 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택하는 중복조합의 수와 같으므로
$${}_4H_3 = {}_{4+3-1}C_3 = {}_6C_3 = \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 20$$
따라서 이 경우의 함수 f의 개수는
$3\times20=60$

(ii) $f(2)=3$인 경우
$1 \le f(1) \le 5$,
$2 \le f(3) \le f(4) \le f(5)-1 \le 4$
이므로 $f(1)$의 값을 정하는 경우의 수는 5
$f(3)$, $f(4)$, $f(5)-1$의 값을 정하는 경우의 수는 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택하는 중복조합의 수와 같으므로
$${}_3H_3 = {}_{3+3-1}C_3 = {}_5C_3 = {}_5C_2$$
$$= \frac{5\times4}{2\times1} = 10$$
따라서 이 경우의 함수 f의 개수는
$5\times10=50$

(iii) $f(2)=5$인 경우

$1 \le f(1) \le 5$
$4 \le f(3) \le f(4) \le f(5)-1 \le 4$
이므로 $f(1)$의 값을 정하는 경우의 수는 5
$f(3)$, $f(4)$, $f(5)-1$의 값은 모두 4이므로 경우의 수는 1
따라서 이 경우의 함수 f의 개수는
$5\times1=5$

(i), (ii), (iii)에서
구하는 함수 f의 개수는
$60+50+5=115$

정답 115

Theme 9 이항정리

36. ①

26. 다항식 $(x-1)^6(2x+1)^7$의 전개식에서 x^2의 계수는? [3점]

① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

$(x-1)^6(2x+1)^7$

상수 x^2 ⇒ $1 \times {}_7C_2(2x)^2 = 21 \times 4 = \cancel{84}$

x^2 상수 ⇒ ${}_6C_2(x)^2(-1)^4 = \frac{30}{2} = 15$

x x ⇒ ${}_6C_1(-1)^5 \times {}_7C_1(2x)^1 = -6 \times 14 = \cancel{-84}$

15

37. ②

031

${}_5C_1\,(x^2)^1\left(\dfrac{a}{x}\right)^4 \Rightarrow 5a^4$

${}_5C_2\,(x^2)^2\left(\dfrac{a}{x}\right)^3 \Rightarrow 10a^3$

$5a^4=10a^3 \Rightarrow 5a^4-10a^3=0 \Rightarrow 5a^3(a-2)=0$

$\Rightarrow a=2\ (\because\ a>0)$

따라서 양수 $a=2$이다.

답 ②

38. ②

026

$(x^2+1)^4(x^3+1)^n=(x^4+2x^2+1)^2(x^3+1)^n$

$=(x^8+4x^6+6x^4+4x^2+1)(x^3+1)^n$

$4\times{}_nC_1=12 \Rightarrow n=3$이므로

$(x^2+1)^4(x^3+1)^3=(x^4+2x^2+1)^2(x^3+1)^3$

$=(x^8+4x^6+6x^4+4x^2+1)(x^3+1)^3$

① $x^6\times$상수항

$4x^6\times1 \Rightarrow 4$

② 상수항$\times x^6$

$1\times{}_3C_2(x^3)^2 \Rightarrow 3$

따라서 x^6의 계수는 $4+3=7$이다.

답 ②

39. ③

033

$${}_nC_r=\frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

$${}_{19}C_k\,x^k\,2^{19-k} \Rightarrow {}_{19}C_k\times2^{19-k}=\frac{19!}{(19-k)!\,k!}\times2^{19-k}$$

$${}_{19}C_{k+1}\,x^{k+1}\,2^{18-k}$$

$$\Rightarrow {}_{19}C_{k+1}\times2^{18-k}=\frac{19!}{(18-k)!\,(k+1)!}\times2^{18-k}$$

$$\frac{19!}{(19-k)!\,k!}\times2^{19-k}>\frac{19!}{(18-k)!\,(k+1)!}\times2^{18-k}$$

$$\frac{2}{(19-k)!\,k!}>\frac{1}{(18-k)!\,(k+1)!}$$

$$\frac{2}{19-k}>\frac{1}{k+1}$$

k는 자연수이므로

$1\le k$이고 x^{k+1}의 계수가 존재해야 하므로

$k\le18$이다. $1\le k\le18$이므로 $19-k>0$이다.

양변에 $19-k$를 곱해도 부호변화가 없다.

$2>\dfrac{19-k}{k+1}\quad(k+1>0)$

$2k+2>19-k$

$3k>17$

$k>5.6\cdots$

따라서 자연수 k의 최솟값은 6이다.

답 ③

2. 확률

Theme 10 수학적 확률-일일이 세기

40. ④

039

표본공간을 S라 하면
$n(S) = {}_7\mathrm{C}_2 = 21$

꺼낸 구슬에 적힌 두 자연수가 서로소인 사건을 A
(2, 3), (2, 5), (2, 7)

(3, 4), (3, 5), (3, 7), (3, 8)

(4, 5), (4, 7)

(5, 6), (5, 7), (5, 8)

(6, 7)

(7, 8)

$\therefore\ \mathrm{P}(A) = \dfrac{14}{{}_7\mathrm{C}_2} = \dfrac{14}{21} = \dfrac{2}{3}$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\dfrac{2}{3}$이다.

답 ④

41. ②

048

표본공간을 S라 하면
$n(S) = 6^2 = 36$

$\lvert a-3\rvert + \lvert b-3\rvert = 2$이거나 $a = b$인 사건을 A

변수가 2개이니 표를 그려서 해결해 보자.

b \ a		1	2	3	4	5	6
		$\lvert 1-3\rvert=2$	$\lvert 2-3\rvert=1$	$\lvert 3-3\rvert=0$	$\lvert 4-3\rvert=1$	$\lvert 5-3\rvert=2$	$\lvert 6-3\rvert=3$
1	2	4	3	2	3	4	5
2	1	3	2	1	2	3	4
3	0	2	1	0	1	2	3
4	1	3	2	1	2	3	4
5	2	4	3	2	3	4	5
6	3	5	4	3	4	5	6

$\lvert a-3\rvert + \lvert b-3\rvert = 2$를 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는
(1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 4), (5, 3)
이다.
$a = b$를 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는
(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)이므로

$\lvert a-3\rvert + \lvert b-3\rvert = 2$이거나 $a = b$를 만족시키는
순서쌍 $(a,\ b)$는
(1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 4), (5, 3)
(1, 1), (3, 3), (5, 5), (6, 6)
이다.

$\therefore\ \mathrm{P}(A) = \dfrac{12}{36} = \dfrac{1}{3}$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\dfrac{1}{3}$이다.

답 ②

42. ②

060

표본공간을 S라 하면
$n(S) = 6^3$

$a > b$이고 $a > c$인 사건을 A

a의 값에 따라 case분류하면

① $a = 1$
$1 > b,\ 1 > c$을 만족시키는 $b,\ c$는 존재하지 않는다.

② $a = 2$
$2 > b,\ 2 > c \quad \Rightarrow 1 \times 1 = 1$가지

③ $a = 3$
$3 > b,\ 3 > c \quad \Rightarrow 2 \times 2 = 4$가지

④ $a = 4$
$4 > b,\ 4 > c \quad \Rightarrow 3 \times 3 = 9$가지

⑤ $a=5$

$5>b,\ 5>c \quad \Rightarrow\ 4\times4=16$가지

⑥ $a=6$

$6>b,\ 6>c \quad \Rightarrow\ 5\times5=25$가지

$\therefore\ \mathrm{P}(A)=\dfrac{1+4+9+16+25}{6^3}=\dfrac{55}{216}$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\dfrac{55}{216}$이다.

답 ②

43. 11

062

표본공간을 S라 하면
$n(S)={}_4\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_2=36$

갑이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합과
을이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합이 같은 사건을 X

1, 2, 3, 4가 적힌 카드 네 장 중에서 임의로 두 장의 카드를 꺼내는 case는 다음과 같다.

(뽑은 카드) $\Rightarrow$ 두 수의 합

$(1,\ 2)\Rightarrow 3$

$(1,\ 3)\Rightarrow 4$

$(1,\ 4)\Rightarrow 5$

$(2,\ 3)\Rightarrow 5$

$(2,\ 4)\Rightarrow 6$

$(3,\ 4)\Rightarrow 7$

① 합이 3으로 같은 경우 $\Rightarrow\ 1\times1=1$가지

② 합이 4로 같은 경우 $\Rightarrow\ 1\times1=1$가지

③ 합이 5로 같은 경우 $\Rightarrow\ 2\times2=4$가지

④ 합이 6으로 같은 경우 $\Rightarrow\ 1\times1=1$가지

⑤ 합이 7로 같은 경우 $\Rightarrow\ 1\times1=1$가지

$\therefore\ \mathrm{P}(X)=\dfrac{1+1+4+1+1}{36}=\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$

따라서 $p+q=11$이다.

답 11

Theme 11 수학적 확률-순열과 조합을 이용하여 세기

44. ③

053

표본공간을 S라 하면
$n(S)={}_{10}\mathrm{C}_3=120$

꺼낸 카드에 적혀 있는 세 자연수 중에서
가장 작은 수가 4 이하이거나 7 이상인 사건을 X

뽑은 세 장의 카드에 적혀 있는 수를
$a,\ b,\ c\ (a<b<c)$라 하면 $a\le4$ or $a\ge7$이어야 한다.

① $a\le4$일 때
ⅰ) $a=1$이면 $1<b<c\Rightarrow{}_9\mathrm{C}_2=36$가지
ⅱ) $a=2$이면 $2<b<c\Rightarrow{}_8\mathrm{C}_2=28$가지
ⅲ) $a=3$이면 $3<b<c\Rightarrow{}_7\mathrm{C}_2=21$가지
ⅳ) $a=4$이면 $4<b<c\Rightarrow{}_6\mathrm{C}_2=15$가지

$36+28+21+15=100$

② $a\ge7$일 때
ⅰ) $a=7$이면 $7<b<c\Rightarrow{}_3\mathrm{C}_2=3$가지
ⅱ) $a=8$이면 $8<b<c\Rightarrow{}_2\mathrm{C}_2=1$가지

$3+1=4$

$\therefore\ \mathrm{P}(X)=\dfrac{100+4}{120}=\dfrac{104}{120}=\dfrac{52}{60}=\dfrac{13}{15}$

답 ③

45. ③

050

표본공간을 S라 하면

$n(S)=5^4=625$

선택한 수가 3500보다 큰 사건을 A

천의 자리수의 따라 case분류하면 다음과 같다.

① 3 5 □□ $\Rightarrow$ $5^2=25$가지

② 4 □□□ $\Rightarrow$ $5^3=125$가지

③ 5 □□□ $\Rightarrow$ $5^3=125$가지

$\therefore\ \mathrm{P}(A)=\dfrac{25+125+125}{625}=\dfrac{275}{625}=\dfrac{11}{25}$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\dfrac{11}{25}$이다.

답 ③

46. ④

054

표본공간을 S라 하면

$n(S)=9!$

문자 A가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에 각각 숫자가 적혀 있는 카드가 놓이는 사건을 X

A의 양옆에 놓일 숫자카드 2개 선택 ${}_4C_2$

1, 2가 선택되었다고 가정하자.

1, 2 자리 바꾸기 2!

1, 2순서로 선택되었다고 가정하자.

($\boxed{1}$ $\boxed{A}$ $\boxed{2}$)를 한 묶음으로 보면

($\boxed{1}$ $\boxed{A}$ $\boxed{2}$) $\boxed{B}$, $\boxed{C}$, $\boxed{D}$, $\boxed{E}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$

나머지 7개 배열 7!

$\therefore\ \mathrm{P}(X)=\dfrac{{}_4C_2\times 2!\times 7!}{9!}=\dfrac{6\times 2}{9\times 8}=\dfrac{1}{6}$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\dfrac{1}{6}$이다.

답 ④

Theme 12 확률의 덧셈정리-확률로 확률 계산

47. ③

25. 출제의도 : 두 사건의 관계를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

두 사건 A, B^C이 서로 배반사건이므로

$A\subset B$

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)=\dfrac{1}{5}$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(B)&=\frac{7}{10}-\mathrm{P}(A)\\&=\frac{7}{10}-\frac{1}{5}\\&=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

따라서 $A\subset B$이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^C\cap B)&=\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\\&=\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\\&=\frac{3}{10}\end{aligned}$$

정답 ③

48. ④

041

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A\cap B^c)+\mathrm{P}(A^c\cap B)+\mathrm{P}(A\cap B)$

$\Rightarrow\ \dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{6}+\mathrm{P}(A\cap B)\ \Rightarrow\ \mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

답 ④

49. ②

034

A^c과 B는 서로 배반사건이므로 $B \subset A$

$P(A)=\frac{3}{5}$, $P(B)=\frac{3}{10}$

따라서

$P(A \cap B^c)=P(A)-P(A\cap B)=P(A)-P(B)=\frac{3}{5}-\frac{3}{10}=\frac{3}{10}$

이다.

답 ②

Theme 13 확률의 덧셈정리의 활용

50. ③

056

표본공간을 S라 하면

$n(S)={}_6C_3=20$

꺼낸 3개의 공 중에서 흰 공이 1개이고 검은 공이 2개인 사건을 A

꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수를 모두 곱한 값이 8인 사건을 B

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$를 이용하여 구해보자.

① $P(A)$

흰 공 1개, 검은 공 2개를 뽑는 경우의 수는

${}_2C_1\times{}_4C_2=12$이다.

$\therefore\ P(A)=\frac{{}_2C_1\times{}_4C_2}{{}_6C_3}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

② $P(B)$

꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수를 모두 곱한 값이 8이 되려면 다음과 같은 case가 가능하다.

ⅰ) 흰2 검2 검2 $\Rightarrow$ $1\times{}_3C_2=3$

ⅱ) 검2 검2 검2 $\Rightarrow$ ${}_3C_3=1$

$\therefore\ P(B)=\frac{4}{{}_6C_3}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

③ $P(A\cap B)$

흰 공 1개, 검은 공 2개를 뽑고 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수를 모두 곱한 값이 8이 되려면

흰2 검2 검2 $\Rightarrow$ $1\times{}_3C_2=3$

$\therefore\ P(A\cap B)=\frac{3}{{}_6C_3}=\frac{3}{20}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}-\frac{3}{20}=\frac{13}{20}$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{13}{20}$이다.

답 ③

51. ③

26. 출제의도 : 확률의 덧셈정리를 이용하여 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

문자 a, b, c, d 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 문자열의 개수는

${}_4\Pi_4=4^4$

문자 a가 한 개만 포함되는 사건을 A, 문자 b가 한 개만 포함되는 사건을 B라 하면 구하는 확률은

$P(A\cup B)$

이다.

문자 a가 한 개만 포함되는 경우의 수는 문자 a가 나열될 한 곳을 택한 후 나머지 세 곳에는 b, c, d 중에서 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$_{4}C_{1} \times {}_{3}\Pi_{3} = 4 \times 3^{3}$

그러므로 $P(A) = \frac{4 \times 3^{3}}{4^{4}} = \frac{27}{64}$

문자 b가 한 개만 포함되는 경우의 수는 문자 a가 한 개만 포함되는 경우의 수와 같으므로

$P(B) = \frac{4 \times 3^{3}}{4^{4}} = \frac{27}{64}$

한편 사건 $A \cap B$는 문자 a와 문자 b가 각각 한 개만 포함되는 사건이다.
문자 a와 문자 b는 각각 한 개만 포함되는 경우의 수는 문자 a와 문자 b가 나열될 두 곳을 택하여 두 문자 a, b를 나열하고, 나머지 두 곳에는 c, d 중에서 중복을 허락하여 2개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$_{4}P_{2} \times {}_{2}\Pi_{2} = (4 \times 3) \times 2^{2} = 3 \times 4^{2}$

그러므로 $P(A \cap B) = \frac{3 \times 4^{2}}{4^{4}} = \frac{3}{16}$

따라서

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{27}{64} + \frac{27}{64} - \frac{3}{16} \\ &= \frac{21}{32} \end{aligned}$$

정답 ③

52. 44

29. 출제의도 : 확률의 덧셈정리를 이용하여 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :
$a+b=8$인 사건을 X,
$b \geq c$인 사건을 Y라 하면
$a+b=8$ 또는 $b \geq c$일 확률은
$P(X \cup Y)$
이고,
사건 $X \cap Y$는 $a+b=8$이고 $b \geq c$인 사건이다.

(ⅰ) $a+b=8$인 경우
$a+b=8$을 만족시키는 두 수 a, b의 순서쌍 (a, b)는
$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$
이다.
한편 c는 1부터 6까지 모든 수가 가능하므로
$P(X) = \frac{5}{6^{2}} \times 1 = \frac{5}{36}$

(ⅱ) $b \geq c$인 경우
$b \geq c$를 만족시키는 두 수 b, c의 순서쌍 (b, c)의 개수는 1부터 6까지의 자연수 중에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복조합의 수와 같으므로

$$\begin{aligned} {}_{6}H_{2} &= {}_{6+2-1}C_{2} \\ &= {}_{7}C_{2} \\ &= \frac{7 \times 6}{2 \times 1} \\ &= 21 \end{aligned}$$

한편, a는 1부터 6까지 모든 수가 가능하므로
$P(Y) = 1 \times \frac{21}{6^{2}} = \frac{7}{12}$

(ⅲ) $a+b=8$이고 $b \geq c$인 경우
$a+b=8$이고 $b \geq c$인 경우는 다음

과 같다.

$a=2,\ b=6$일 때,

c의 값은 1, 2, 3, $\cdots$, 6

$a=3,\ b=5$일 때,

c의 값은 1, 2, 3, 4, 5

$a=4,\ b=4$일 때,

c의 값은 1, 2, 3, 4

$a=5,\ b=3$일 때,

c의 값은 1, 2, 3

$a=6,\ b=2$일 때,

c의 값은 1, 2

그러므로

$$\mathrm{P}(X\cap Y)=\frac{6+5+4+3+2}{6^3}=\frac{5}{54}$$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서

$$\mathrm{P}(X\cup Y)=\mathrm{P}(X)+\mathrm{P}(Y)-\mathrm{P}(X\cap Y)=\frac{5}{36}+\frac{7}{12}-\frac{5}{54}=\frac{15+63-10}{108}=\frac{17}{27}$$

따라서 $p=27,\ q=17$이므로

$$p+q=27+17=44$$

정답 44

Theme 14 여사건의 확률의 활용

53. ⑤

구하는 사건의 여사건은 7, 9, 11을 제외한 8개의 수 중에서 2개를 선택하는 사건이므로 구하는 사건의 확률은

$$1-\frac{{}_8\mathrm{C}_2}{{}_{11}\mathrm{C}_2}=1-\frac{\frac{8\times7}{2}}{\frac{11\times10}{2}}=1-\frac{28}{55}=\frac{27}{55}$$

54. ⑤

055

표본공간을 S라 하면

$n(S)={}_{14}\mathrm{C}_3$

3개의 마스크 중에서 적어도 한 개가 흰색 마스크인 사건을 A라 하면 3개의 마스크 모두 검은색 마스크인 사건은 A^c이다.

3개의 마스크 모두 검은색 마스크가 나오는 경우의 수는 ${}_9\mathrm{C}_3$이다.

$\mathrm{P}(A^c)=\dfrac{{}_9\mathrm{C}_3}{{}_{14}\mathrm{C}_{13}}=\dfrac{3}{13}$이므로 $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^c)=1-\dfrac{3}{13}=\dfrac{10}{13}$이다.

따라서 구하고자 하는 확률은 $\dfrac{10}{13}$이다.

답 ⑤

55. ⑤

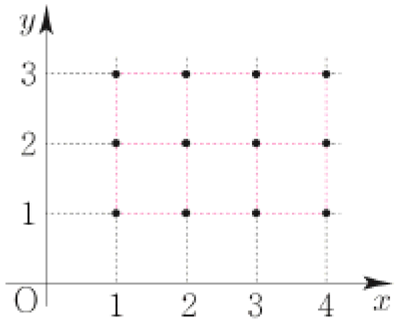
058

표본공간을 S라 하면

$n(S)={}_{12}\mathrm{C}_2$

선택된 두 점 사이의 거리가 1보다 큰 사건을 A라 하면 선택된 두 점 사이의 거리가 1인 사건은 A^c이다.

(문제 조건상 두 점 사이의 거리가 1보다 작을 수는 없다.)



두 점 사이의 거리가 1인 경우의 수는 17가지

$\mathrm{P}(A^c)=\dfrac{17}{{}_{12}\mathrm{C}_2}=\dfrac{17}{66}$이므로 $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^c)=1-\dfrac{17}{66}=\dfrac{49}{66}$이다.

따라서 구하고자 하는 확률은 $\dfrac{49}{66}$이다.

답 ⑤

56. 89

079

표본공간을 S라 하면
$n(S) = {}_3H_9 = {}_{11}C_2 = 55$

풀이1) 덧셈정리

① $P(A)$
$a=1,\ b+c=8 \Rightarrow {}_2H_8 = {}_9C_8 = 9$

$a=0,\ b+c=9 \Rightarrow {}_2H_9 = {}_{10}C_9 = 10$

$\therefore\ P(A) = \frac{19}{55}$

② $P(B)$
A와 B는 서로 구조가 동일하므로

$\therefore\ P(B) = \frac{19}{55}$

③ $P(A \cap B)$
$a=0,\ b=0,\ c=9$

$a=0,\ b=1,\ c=8$

$a=1,\ b=0,\ c=8$

$a=1,\ b=1,\ c=7$

$\therefore\ P(A \cap B) = \frac{4}{55}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{19}{55} + \frac{19}{55} - \frac{4}{55}$$
$$= \frac{34}{55}$$

풀이2) 여사건의 확률

$a<2$ 또는 $b<2$인 사건을 A라 하면
$a \geq 2$ 이고 $b \geq 2$인 사건은 A^c이다.

$a \geq 2,\ b \geq 2,\ c \geq 0$
$a+b+c=9$

$a = a'+2,\ b = b'+2$
$a' \geq 0,\ b' \geq 0,\ c \geq 0$
$a'+b'+c=5 \Rightarrow {}_3H_5 = {}_7C_2 = 21$

$P(A^c) = \frac{21}{55}$이므로 $P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{21}{55} = \frac{34}{55}$이다.

따라서 $p+q=89$이다.

답 89

57. ④

072

표본공간을 S라 하면
$n(S) = 3^4 = 81$

$f(1) \geq 2$이거나 함수 f의 치역이 B인 사건을 X라 하면
$f(1) < 2$ 이고 f의 치역이 B가 아닌 사건은 X^c 이다.

$f(1) < 2 \Rightarrow f(1) = 1$

치역의 개수에 따라 case분류하면

① 치역 1개 ($f(1)=1$이므로 치역은 1)

$f(2)=f(3)=f(4)=1 \Rightarrow 1$가지

② 치역 2개

공역 2, 3 중에 치역 1개 선택 ${}_2C_1$ (2가 선택되었다고 가정)
정의역 2, 3, 4에게 물어본다.
치역 1, 2 중에 어디갈래? 각각 2가지 2^3
이때 $f(2)=f(3)=f(4)=1$인 경우 1가지를 빼줘야 하므로
${}_2C_1 \times (2^3-1) = 2 \times 7 = 14$ 이다.

Tip $f(1)=1$로 고정되어 있으므로
$f(2)=f(3)=f(4)=2$인 경우는 치역이 2개다.

$\mathrm{P}(X^c)=\frac{1+14}{81}=\frac{5}{27}$이므로

$\mathrm{P}(X)=1-\mathrm{P}(X^c)=1-\frac{5}{27}=\frac{22}{27}$

이다.

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{22}{27}$이다.

답 ④

Theme 15 조건부확률-확률로 확률 계산

58. ④

049

$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{5}$, $\mathrm{P}(B^c)=\frac{3}{10}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{5}$

$\mathrm{P}(B)=1-\mathrm{P}(B^c)=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{5}+\frac{7}{10}-\frac{1}{5}=\frac{9}{10}$

따라서

$$\mathrm{P}(A^c\,|\,B^c)=\frac{\mathrm{P}(A^c\cap B^c)}{\mathrm{P}(B^c)}=\frac{\mathrm{P}((A\cup B)^c)}{\mathrm{P}(B^c)}=\frac{1-\mathrm{P}(A\cup B)}{\mathrm{P}(B^c)}$$

$$=\frac{1-\frac{9}{10}}{\frac{3}{10}}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{10}}=\frac{1}{3}$$

이다.

답 ④

Theme 16 조건부확률-표가 주어진 경우

59. ②

051

진로활동 B를 희망하는 사건을 A

1학년 학생인 사건을 B

따라서 구하고자 하는 확률은

$\mathrm{P}(B\,|\,A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{5}{5+4}=\frac{5}{9}$이다.

답 ②

60. ①

054

생태연구를 선택하는 사건을 A

여학생인 사건을 B

따라서 구하고자 하는 확률은

$\mathrm{P}(B\,|\,A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{50}{60+50}=\frac{5}{11}$이다.

답 ①

Theme 17 조건부확률-표가 주어지지 않은 경우

61. ②

058

	여학생	남학생	합계
축구	30	$x=40$	70
야구	10	20	30
합계	40	60	

$\frac{x}{100}=\frac{2}{5} \Rightarrow x=40$

야구를 선택하는 사건을 A

여학생인 사건을 B

따라서 구하고자 하는 확률은

$\mathrm{P}(B\,|\,A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{10}{10+20}=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$

이다.

답 ②

Theme 18 조건부확률의 활용

62. ③

059

ab가 6의 배수인 사건을 A

$a+b$가 7인 사건을 B

변수 2개이니 표를 그려서 해결해 보자.

ab가 6의 배수는 색칠한 글씨
ab가 6의 배수이고 $a+b$가 7인 경우 칸에 색칠하면
다음과 같다.

b \ a	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

$n(A)=15,\ n(A\cap B)=4$

따라서 구하고자 하는 확률은
$\mathrm{P}(B\mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{4}{15}$이다.

답 ③

63. ④

056

① 주머니 A를 선택한 뒤 동시에 꺼낸 2개의 구슬이 모두 검은색인 경우
$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{{}_3C_2}{{}_3C_2}=\dfrac{1}{2}\times 1=\dfrac{1}{2}$

② 주머니 B를 선택한 뒤 동시에 꺼낸 2개의 구슬이 모두 검은색인 경우
$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{{}_2C_2}{{}_4C_2}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{12}$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\dfrac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{12}}=\dfrac{1}{7}$이다.

답 ④

64. ①

067

① 나온 눈의 수가 5 이상 (주머니 A에서 흰 공 2개)
$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{{}_2C_2}{{}_6C_2}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{15}=\dfrac{1}{45}$

② 나온 눈의 수가 4 이하 (주머니 B에서 흰 공 2개)
$\dfrac{2}{3}\times\dfrac{{}_3C_2}{{}_6C_2}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{2}{15}$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\dfrac{\frac{1}{45}}{\frac{1}{45}+\frac{2}{15}}=\dfrac{1}{7}$이다.

답 ①

65. ④

072

상자 A ○ ○ ● ● ●
상자 B ○ ○ ○ ● ● ● ●

① 앞면 $\dfrac{1}{2}$ (상자 A를 택하고 공의 색깔이 같음)

i) ● ● ⇒ $\dfrac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\dfrac{3}{10}$

ii) ○ ○ ⇒ $\dfrac{{}_2C_2}{{}_5C_2}=\dfrac{1}{10}$

$\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{3}{10}+\dfrac{1}{10}\right)=\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{5}$

② 뒷면 $\dfrac{1}{2}$ (상자 B를 택하고 공의 색깔이 같음)

i) ● ● ⇒ $\dfrac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{2}{7}$

ii) ○ ○ ⇒ $\dfrac{{}_3C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{1}{7}$

$\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{2}{7}+\dfrac{1}{7}\right)=\dfrac{3}{14}$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\dfrac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}+\frac{3}{14}}=\dfrac{14}{14+15}=\dfrac{14}{29}$이다.

답 ④

66. 28

095

①②③④⑤⑥

꺼낸 3개의 공에 적힌 수의 곱이 짝수인 사건을 A라 하고 $n(A)$을 구해보자.

전체 ${}_6C_3\times 3!$에서 곱이 홀수인 경우를 빼면 된다.
곱이 홀수인 경우는 ①③⑤뿐이다. 배열 3!
$\Rightarrow n(A)={}_6C_3\times 3!-1\times 3!=120-6=114$

첫 번째로 꺼낸 공에 적힌 수가 홀수인 사건을 B라 하고 $n(A\cap B)$를 구해보자.

홀 : ①③⑤
짝 : ②④⑥

1) 홀홀짝
${}_3C_2$ (홀수 2개 선택)$\times$2!(배열)$\times$ ${}_3C_1$(짝수 1개 선택)
$3\times 2\times 3=18$가지

2) 홀짝홀
1)과 구조가 같으므로 18가지

3) 홀짝짝
${}_3C_1$ (홀수 1개 선택)$\times$ ${}_3C_2$(짝수 2개 선택)$\times$2!(배열)
$3\times 2\times 3=18$가지

$\Rightarrow n(A\cap B)=18\times 3=54$

$\therefore\ \mathrm{P}(B\mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{54}{114}=\dfrac{9}{19}$

따라서 $p+q=28$이다.

답 28

67. ⑤

083

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
홀 : 1, 3, 5, 7
짝 : 2, 4, 6, 8
$a+b+c$가 짝수인 사건을 A
a가 홀수인 사건을 B

$a+b+c$가 짝수이려면 다음과 같은 2가지 경우가 가능하다.

① 홀 홀 짝 $\Rightarrow$ ${}_4C_2\times{}_4C_1=24$

② 짝 짝 짝 $\Rightarrow$ ${}_4C_3=4$

$n(A)=24+4=28$

a가 홀수이려면 ① case에서 짝<홀<홀 인 경우를 빼면된다.
짝수가 2일 때, 3, 5, 7 중 홀수 2개 선택 ${}_3C_2=3$
짝수가 4일 때, 5, 7 중 홀수 2개 선택 ${}_2C_2=1$
$n(A\cap B)=24-4=20$

따라서 구하고자 하는 확률은
$\mathrm{P}(B\mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{20}{28}=\dfrac{5}{7}$이다.

답 ⑤

68. ①

28. 출제의도 : 주어진 조건을 만족시키는 조건부확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :
시행을 5번 반복한 후 4개의 동전이 모두 같은 면이 보이도록 놓여 있는 사건을 A, 모두 앞면이 보이도록 놓여 있는 사건을 B라 하면 구하는 확률은
$\mathrm{P}(B|A)$이다.
동전을 왼쪽부터 ① ② ③ ④로 나타내자.
(ⅰ) 시행을 5번 반복한 후 4개의 동전이 모두 앞면이 보이도록 놓여 있는 경우
㉠ ④만 5번 뒤집는 경우의 수는 1
㉡ ④를 3번, ①, ②, ③ 중에서 1개를 2번 뒤집는 경우의 수는

$${}_3\mathrm{C}_1 \times \frac{5!}{3!2!} = 30$$

㉢ ④를 1번, ①, ②, ③ 중에서 1개를 4번 뒤집는 경우의 수는

$${}_3\mathrm{C}_1 \times \frac{5!}{4!} = 15$$

㉣ ④를 1번, ①, ②, ③ 중에서 서로 다른 2개를 각각 2번씩 뒤집는 경우의 수는

$${}_3\mathrm{C}_2 \times \frac{5!}{2!\,2!} = 90$$

㉠ ~ ㉣에서
이 경우의 수는
$1+30+15+90=136$
(ⅱ) 시행을 5번 반복한 후 4개의 동전이 모두 뒷면이 보이도록 놓여 있는 경우
㉠ ①, ②, ③ 중에서 1개를 3번, 나머지 2개를 각각 1번씩 뒤집는 경우의 수는

$${}_3\mathrm{C}_1 \times \frac{5!}{3!} = 60$$

㉡ ①, ②, ③을 각각 1번씩 뒤집고, ④를 2번 뒤집는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

㉠, ㉡에서
이 경우의 수는
$60+60=120$
(ⅰ) ~ (ⅱ)에서

$$\mathrm{P}(A) = \frac{136+120}{4^5} = \frac{1}{4}$$

$$\mathrm{P}(A \cap B) = \frac{136}{4^5} = \frac{17}{128}$$

따라서

$$\mathrm{P}(B|A) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B|A)} = \frac{\frac{17}{128}}{\frac{1}{4}} = \frac{17}{32}$$

정답 ①

Theme 19 확률의 곱셈정리

69. ⑤

078

주머니 A ○ ○ ● ● ●

주머니 B ○ ● ● ●

① A 흰 공 ⇒ $\frac{2}{5}$

주머니 B ○ ○ ○ ● ● ●

흰 공 뽑을 확률 $\frac{3}{6}$

$\frac{2}{5}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{5}$

② A 검은 공 ⇒ $\frac{3}{5}$

주머니 B ○ ● ● ● ● ●

흰 공 뽑을 확률 $\frac{1}{6}$

$\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{10}$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{2+1}{10}=\frac{3}{10}$이다.

답 ⑤

70. ①

086

첫 번째 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자가 서로 다른 확률

1, 2, 3, 4, 5 중 2개선택 ${}_5C_2$ 후 배열 2!

$\Rightarrow \frac{{}_5C_2\times 2!}{25}=\frac{20}{25}=\frac{4}{5}$

첫 번째 A에서 1, B에서 2를 꺼냈다고 가정하자.

주머니 A : 2, 3, 4, 5

주머니 B : 1, 3, 4, 5

두 번째 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자가 같을 확률

(3, 3), (4, 4), (5, 5)

$\Rightarrow \frac{3}{16}$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{4}{5}\times\frac{3}{16}=\frac{3}{20}$이다.

답 ①

71. 131

098

★의 개수에 따라 case분류해보자.

① $\boxed{}\ \boxed{} \Rightarrow \frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\frac{3}{10}$

첫 번째 시행 후 주머니에 있는 카드는 다음과 같다.

$\boxed{\bigstar}\ \boxed{\bigstar}\ \boxed{\bigstar}\ \boxed{\bigstar}\ \boxed{}$

두 번째 시행한다고 해서 ★ 모양의 스티커가 3개 붙을 수 없다.

② $\boxed{\bigstar}\ \boxed{} \Rightarrow \frac{{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_5C_2}=\frac{6}{10}$

첫 번째 시행 후 주머니에 있는 카드는 다음과 같다.

$\boxed{\bigstar\bigstar}\ \boxed{\bigstar}\ \boxed{\bigstar}\ \boxed{}\ \boxed{}$

두 번째 시행 후 ★ 모양의 스티커가 3개 붙어 있는 카드가 들어 있으려면 $\boxed{\bigstar\bigstar}$ 를 선택하고 다른 하나를 선택하면 된다.

이때 확률은 $\frac{{}_1C_1\times{}_4C_1}{{}_5C_2}=\frac{4}{10}$이므로

$\frac{6}{10}\times\frac{4}{10}=\frac{24}{100}$

③ $\boxed{\bigstar}\ \boxed{\bigstar} \Rightarrow \frac{{}_2C_2}{{}_5C_2}=\frac{1}{10}$

첫 번째 시행 후 주머니에 있는 카드는 다음과 같다.

$\boxed{\bigstar\bigstar}\ \boxed{\bigstar\bigstar}\ \boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}$

두 번째 시행 후 ★ 모양의 스티커가 3개 붙어 있는 카드가 들어 있을 확률은 전체에서 스티커가 붙어 있지 않은 2개의 카드를 꺼낼 확률을 빼서 구하면 된다.

이때 확률은 $1-\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\frac{7}{10}$이므로 $\frac{1}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{7}{100}$

$\therefore \frac{24+7}{100}=\frac{31}{100}$

따라서 $p+q=131$이다.

답 131

Theme 20 사건의 독립과 종속-확률로 확률 계산

72. ④

048

$\mathrm{P}(B^c)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(A|B)=\frac{1}{2}$

$\mathrm{P}(B)=1-\mathrm{P}(B^c)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

$\mathrm{P}(A\,|\,B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(B)}=\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$

따라서 $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$이다.

답 ④

73. ②

053

$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{6}$, $\mathrm{P}(A\cap B^c)+\mathrm{P}(A^c\cap B)=\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cap B^c)+\mathrm{P}(A^c\cap B)&=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^c)+\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(B)\\&=\mathrm{P}(A)(1-\mathrm{P}(B))+(1-\mathrm{P}(A))\mathrm{P}(B)\\&=\frac{1}{6}(1-\mathrm{P}(B))+\frac{5}{6}\mathrm{P}(B)\\&=\frac{1}{6}+\frac{4}{6}\mathrm{P}(B)\\&=\frac{1}{3}\end{aligned}$$

따라서 $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{4}$이다.

답 ②

Theme 22 독립시행의 확률

75. ①

057

앞 ○ 뒤 X

① ○ ○ X X X $\Rightarrow {}_5\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{10}{32}=\frac{5}{16}$

② ○ ○ ○ X X $\Rightarrow {}_5\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{10}{32}=\frac{5}{16}$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{5+5}{16}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$이다.

답 ①

76. 137

062

홀수의 눈이 나올 확률 $\frac{1}{2}$

앞면이 나올 확률 $\frac{1}{2}$

$a-b=3$

① $a=5,\ b=2 \Rightarrow {}_5\mathrm{C}_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\times{}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{6}{2^9}$

② $a=4,\ b=1 \Rightarrow {}_5\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{2}\right)^5\times{}_4\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{20}{2^9}$

③ $a=3,\ b=0 \Rightarrow {}_5\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^5\times{}_4\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{10}{2^9}$

$\therefore\ \frac{6+20+10}{2^9}=\frac{36}{2^9}=\frac{9}{128}$

따라서 $p+q=137$이다.

답 137

Tip 실수하는 포인트는 $b=0$이다.
모두 뒷면이 나오는 경우도 고려해줘야 한다.

77. ①

068

주사위 2개를 던질 때, 나오는 눈을 각각 a, b라 하고, 이들의 곱을 $a\times b$라 하자.
앞면이 나오는 동전의 개수에 따라 case분류하면 다음과 같다.

① 앞면의 개수가 1 (가능한 주사위 눈 1×1)

$${}_4C_1\times\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\frac{1}{36}=\frac{4}{16\times36}$$

② 앞면의 개수가 2 (가능한 주사위 눈 1×2, 2×1)

$${}_4C_2\times\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\frac{2}{36}=\frac{12}{16\times36}$$

③ 앞면의 개수가 3 (가능한 주사위 눈 1×3, 3×1)

$${}_4C_3\times\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\frac{2}{36}=\frac{8}{16\times36}$$

④ 앞면의 개수가 4 (가능한 주사위 눈 1×4, 4×1, 2×2)

$${}_4C_4\times\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\frac{3}{36}=\frac{3}{16\times36}$$

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{4+12+8+3}{16\times36}=\frac{27}{16\times36}=\frac{3}{64}$ 이다.

답 ①

78. ④

071

6의 약수이면 $+1 \Rightarrow \frac{2}{3}$

6의 약수가 아니면 $0 \Rightarrow \frac{1}{3}$

4번 반복할 때, 4번째 시행 후 점 P의 좌표가 2 이상인 사건을 A라 하면 점 P의 좌표가 2 미만인 사건은 A^c이다.

① 점 P의 좌표가 원점인 경우 $\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^4$

② 점 P의 좌표가 1인 경우 $\Rightarrow {}_4C_1\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^3$

$\mathrm{P}(A^c)=\left(\frac{1}{3}\right)^4+{}_4C_1\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{9}$이므로

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^c)=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$이다.

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{8}{9}$이다.

답 ④

79. 62

29. 출제의도 : 독립시행의 확률을 이용하여 조건을 만족시키는 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :
동전을 두 번 던져 앞면이 나온 횟수가

2일 확률은 $\frac{1}{4}$

앞면이 나온 횟수가 0 또는 1일 확률은

$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

문자 B가 보이도록 카드가 놓이려면
뒤집는 횟수가 홀수이어야 한다.
따라서
구하는 확률은 5번의 시행 중 앞면이 나온 횟수가 2인 횟수가 1 또는 3 또는 5인 확률이므로

$$p={}_5C_1\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^4+{}_5C_3\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2+{}_5C_5\left(\frac{1}{4}\right)^5\left(\frac{3}{4}\right)^0$$

$$=\frac{405+90+1}{4^5}$$

$$=\frac{31}{64}$$

즉, $128\times p=128\times\frac{31}{64}$

$=62$

정답 62

Theme 23 독립시행의 확률과 조건부확률

80. ①

087

① 나온 눈의 수가 같을 확률 $\Rightarrow \frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

한 개의 동전을 4번 던져서 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 확률 $\Rightarrow {}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{3}{8}$

$\frac{1}{6}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{16}$

② 나온 눈의 수가 다를 확률 $\Rightarrow \frac{5}{6}$

한 개의 동전을 2번 던져서 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 확률 $\Rightarrow {}_2C_1\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$

$\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{12}$

따라서 구하고자 하는 확률은

$\dfrac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{16}+\frac{5}{12}}=\frac{3}{3+20}=\frac{3}{23}$ 이다.

답 ①

81. ③

093

앞면 ○ $(+1,\ 0)$, 뒷면 X $(0,\ +1)$

점 A의 x좌표 또는 y좌표가 처음으로 3이 되면
시행을 멈춘다.

점 A의 y좌표가 처음으로 3이 되는 case를 구해보자.
① 3번 시행하여 조건을 만족하는 경우
X X X $(0,\ 3)$
$\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

② 4번 시행하여 조건을 만족하는 경우
4번 시행하여 조건을 만족하려면 반드시 마지막에서 뒷면이 나와야 한다. (실수하는 포인트!)

만약 마지막에서 앞면이 나온다면 조건에 의해서
4번째 시행에서 $(1,\ 3)$을 만들기 전에 이미 시행이 멈춘다.

○ X X | X

마지막은 고정이므로 ○ X X 만 배열 $\frac{3!}{2!1!} = {}_3C_1$가지

${}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3}{16}$

③ 5번 시행하여 조건을 만족하는 경우

②과 마찬가지로 조건을 만족하려면 반드시 마지막에서 뒷면이 나와야 한다.

○ ○ X X | X

마지막은 고정이므로 ○ ○ X X 만 배열 $\frac{4!}{2!2!} = {}_4C_2$가지

${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{3}{16}$

따라서 구하고자 하는 확률은

$$\frac{\frac{3}{16}}{\frac{1}{8}+\frac{3}{16}+\frac{3}{16}} = \frac{3}{2+3+3} = \frac{3}{8}\text{이다.}$$

답 ③

Tip Guide step에서 독립시행의 확률

${}_nC_r\,p^r(1-p)^{n-r}$ 에서 ${}_nC_r$는

총 개수를 의미한다고 학습하였다.

이때 문제에 특별한 전제조건이 가해지면

조심해야 하고 관성적으로 접근하지 않도록

유의해야 한다고도 학습하였다.

마지막에는 뒷면밖에 올 수 없다는 것이

이 문제의 포인트이다. (특별한 전제조건)

82. ⑤

28. 출제의도 : 독립시행을 이용하여 조건부확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

이 시행을 5번 반복한 후

상자 B에 들어 있는 공의 개수가 홀수인 사건을 X,

상자 A에 들어 있는 공의 개수와 상자 C에 들어 있는 공의 개수의 합이 8 이상인 사건을 Y라 하면

구하는 확률은

$P(Y|X)$

이다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 3의 배수일 확률은

$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

이고, 나온 눈의 수가 3의 배수가 아닐 확률은

$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

이다.

이 시행을 5번 반복할 때,

3의 배수의 눈이 나온 횟수를

m ($m = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 5$),

3의 배수가 아닌 눈이 나온 횟수를

n ($n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 5$)라 하면

$m + n = 5$

이 시행을 5번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 홀수이려면 n이 홀수이어야 한다. 즉,

$n = 1$ 또는 $n = 3$ 또는 $n = 5$

이다.

$n = 1$일 때, $m = 4$

$n = 3$일 때, $m = 2$

$n = 5$일 때, $m = 0$

이므로

$$P(X)={}_5C_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^4+{}_5C_3\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^2+{}_5C_5\left(\frac{2}{3}\right)^5\left(\frac{1}{3}\right)^0$$

$$=\frac{10}{3^5}+\frac{80}{3^5}+\frac{32}{3^5}$$

$$=\frac{122}{243}$$

한편,

$n=1$, $m=4$일 때,

상자 A에 들어 있는 공의 개수와 상자 C에 들어 있는 공의 개수의 합은

$5+1=6$

$n=3$, $m=2$일 때,

상자 A에 들어 있는 공의 개수와 상자 C에 들어 있는 공의 개수의 합은

$5+3=8$

$n=5$, $m=0$일 때,

상자 A에 들어 있는 공의 개수와 상자 C에 들어 있는 공의 개수의 합은

$5+5=10$

그러므로 사건 $X\cap Y$는

$n=3$, $m=2$ 또는 $n=5$, $m=0$

일 때이고,

$$P(X\cap Y)={}_5C_3\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^2+{}_5C_5\left(\frac{2}{3}\right)^5\left(\frac{1}{3}\right)^0$$

$$=\frac{80}{3^5}+\frac{32}{3^5}$$

$$=\frac{112}{243}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(Y|X)=\frac{P(X\cap Y)}{P(X)}$$

$$=\frac{\frac{112}{243}}{\frac{122}{243}}=\frac{56}{61}$$

정답 ⑤

3. 통계

Theme 24 이산확률변수의 확률분포

83. ②

005

$P(X=k)=2P(X=k+1)$ $(k=0,\ 1,\ 2)$

$P(X=0)=a$라 하자.

확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3
$P(X=k)$	a	$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{4}a$	$\frac{1}{8}a$

확률의 합은 1이므로

$$\left(\frac{8+4+2+1}{8}\right)a=1 \Rightarrow a=\frac{8}{15}$$

따라서 $P(X\geq 2)=P(X=2)+P(X=3)$

$$=\frac{1}{4}a+\frac{1}{8}a=\frac{3}{8}a=\frac{3}{8}\times\frac{8}{15}=\frac{1}{5}$$

이다.

답 ②

84. ④

27. 출제의도 : 이산확률변수의 분포를 이용하여 평균에 대한 조건을 만족시키는 확률의 값을 구할 수 있는가?

풀이 :

$k=0$, $k=2$일 때,

$\mathrm{P}(X=0)=\mathrm{P}(X=2)=\mathrm{P}(X=4)$

$k=1$일 때, $\mathrm{P}(X=1)=\mathrm{P}(X=3)$

$\mathrm{P}(X=0)=a$, $\mathrm{P}(X=1)=b$라 할 때,

이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	a	b	a	1

확률변수 X가 갖는 모든 값에 대한 확률의 합은 1이므로

$3a+2b=1$ ⋯ ㉠

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times a+1^2\times b+2^2\times a+3^2\times b+4^2\times a$

이고 $\mathrm{E}(X^2)=\dfrac{35}{6}$ 이므로

$20a+10b=\dfrac{35}{6}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서

$a=\dfrac{1}{6}$, $b=\dfrac{1}{4}$

따라서 $\mathrm{P}(X=0)=\dfrac{1}{6}$

정답 ④

Theme 25 이산확률변수의 평균

85. 5

011

X	0	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	b	1

확률의 합은 1이므로

$a+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}+b=1 \Rightarrow a+b=\dfrac{5}{12}$

$\mathrm{E}(3X+2)=6 \Rightarrow 3\mathrm{E}(X)+2=6 \Rightarrow \mathrm{E}(X)=\dfrac{4}{3}$

$\mathrm{E}(X)=0\times a+1\times\dfrac{1}{3}+2\times\dfrac{1}{4}+3\times b=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}+3b$

$=\dfrac{5}{6}+3b=\dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow b=\dfrac{1}{6}$

$a+b=\dfrac{5}{12}$ 이므로 $a=\dfrac{1}{4}$이다.

따라서 $120ab=120\times\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{4}=5$이다.

답 5

86. ⑤

083

$\mathrm{E}(X)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{5}a$, $\mathrm{E}(X^2)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{5}a^2$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{5}a^2-\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{5}a\right)^2$

$=\dfrac{1}{4}-\dfrac{2}{5}a+\dfrac{6}{25}a^2$

$\sigma(X)=\mathrm{E}(X) \Rightarrow \sqrt{\dfrac{1}{4}-\dfrac{2}{5}a+\dfrac{6}{25}a^2}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{5}a$

$\Rightarrow \dfrac{1}{4}-\dfrac{2}{5}a+\dfrac{6}{25}a^2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{5}a+\dfrac{4}{25}a^2$

$\Rightarrow \dfrac{2}{25}a^2-\dfrac{4}{5}a=0 \Rightarrow 2a(a-10)=0$

$\Rightarrow a=10$ ($\because a>1$)

따라서 $\mathrm{E}(X^2)+\mathrm{E}(X)=1+\dfrac{2}{5}a+\dfrac{2}{5}a^2=1+4+40=45$이다.

답 ⑤

87. ④

27. 출제의도 : 주어진 조건을 만족시키는 확률변수 X의 확률분포를 구한 후 $\mathrm{V}(X)$를 구할 수 있는가?

정답풀이 :
확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이다.

(ⅰ) $X=0$인 경우
두 상자의 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 두 수가 서로 같아야 하므로

$$\mathrm{P}(X=0)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{4}\times\frac{2}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}$$
$$=\frac{1}{16}+\frac{4}{16}+\frac{1}{16}$$
$$=\frac{6}{16}$$

(ⅱ) $X=1$인 경우
두 상자의 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 두 수가 1, 2 또는 2, 3이어야 하므로

$$\mathrm{P}(X=1)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}\times2+\frac{2}{4}\times\frac{1}{4}\times2$$
$$=\frac{4}{16}+\frac{4}{16}$$
$$=\frac{8}{16}$$

(ⅲ) $X=2$인 경우
두 상자의 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 두 수가 1, 3이어야 하므로

$$\mathrm{P}(X=2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times2=\frac{2}{16}$$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여

$$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{6}{16}+1\times\frac{8}{16}+2\times\frac{2}{16}$$
$$=\frac{12}{16}$$
$$=\frac{3}{4}$$

$$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{6}{16}+1^2\times\frac{8}{16}+2^2\times\frac{2}{16}$$
$$=\frac{16}{16}$$
$$=1$$

이므로

$$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-(\mathrm{E}(X))^2$$
$$=1-\left(\frac{3}{4}\right)^2$$
$$=1-\frac{9}{16}$$
$$=\frac{7}{16}$$

정답 ④

88. 40

019

앞면 ○ 뒷면 X

① 1점

○ ○ ○ X $\Rightarrow$ ${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{4}{16}$

○ ○ ○ ○ $\Rightarrow$ $\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

$\frac{4}{16}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}$

② 2점

○ ○ X X $\Rightarrow$ ${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{6}{16}$

③ 3점

○ X X X $\Rightarrow$ ${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{4}{16}$

X X X X $\Rightarrow$ $\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

$\frac{4}{16}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}$

확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{5}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{5}{16}$	1

$\mathrm{E}(X)=\frac{1\times5+2\times6+3\times5}{16}=\frac{32}{16}=2$

$\mathrm{E}(X^2)=\frac{1^2\times5+2^2\times6+3^2\times5}{16}=\frac{74}{16}=\frac{37}{8}$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{37}{8}-4=\frac{5}{8}$

따라서 $\mathrm{V}(8X)=64\mathrm{V}(X)=64\times\frac{5}{8}=40$이다.

답 40

89. 121

097

$\mathrm{P}(X=k)=\mathrm{P}(Y=10k+1)$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ 4)$
대응되는 확률이 동일하기 때문에
Y와 X의 관계식을 파악하여 구해보자.

$\mathrm{E}(X)=2,\ \mathrm{E}(X^2)=5$
$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=5-4=1$

$Y=10X+1$이므로
$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(10X+1)=10\mathrm{E}(X)+1=21$
$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(10X+1)=100\mathrm{V}(X)=100$

따라서 $\mathrm{E}(Y)+\mathrm{V}(Y)=121$이다.

답 121

위와 같이 풀어도 되지만 $\mathrm{P}(X)$, $\mathrm{P}(Y)$를 변형하면
좀 더 까다로운 문제를 제작할 수 있기 때문에
이번에는 정의를 이용하여 풀어보자.

$\mathrm{E}(X)=\sum_{k=1}^{4}k\mathrm{P}(X=k)=2,\ \mathrm{E}(X^2)=\sum_{k=1}^{4}k^2\mathrm{P}(X=k)=5$

$\mathrm{E}(Y)=\sum_{k=1}^{4}(10k+1)\mathrm{P}(Y=10k+1)=\sum_{k=1}^{4}(10k+1)\mathrm{P}(X=k)$

$=10\sum_{k=1}^{4}k\mathrm{P}(X=k)+\sum_{k=1}^{4}\mathrm{P}(X=k)=20+1=21$

$\mathrm{E}(Y^2)=\sum_{k=1}^{4}(10k+1)^2\mathrm{P}(Y=10k+1)=\sum_{k=1}^{4}(10k+1)^2\mathrm{P}(X=k)$

$=100\sum_{k=1}^{4}k^2\mathrm{P}(X=k)+20\sum_{k=1}^{4}k\mathrm{P}(X=k)+\sum_{k=1}^{4}\mathrm{P}(X=k)$

$=500+40+1=541$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{E}(Y^2)-\{\mathrm{E}(Y)\}^2=541-(21)^2=100$

$\therefore\ \mathrm{E}(Y)+\mathrm{V}(Y)=21+100=121$

90. 78

102

$\mathrm{E}(X)=a+3b+5c+7b+9a=10a+10b+5c$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(X)+\frac{1}{20}-\frac{5}{10}+\frac{9}{20}=\mathrm{E}(X)$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{E}(Y^2)-\{\mathrm{E}(Y)\}^2$

$=\mathrm{E}(X^2)+\frac{1}{20}-\frac{25}{10}+\frac{81}{20}-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2+\frac{8}{5}=\mathrm{V}(X)+\frac{8}{5}$

$=\frac{31}{5}+\frac{8}{5}=\frac{39}{5}$

따라서 $10\times V(Y)=10\times\frac{39}{5}=78$이다.

답 78

91. 28

104

$\mathrm{E}(X)=\sum_{k=1}^{5}k\mathrm{P}(X=k)=4$

$\mathrm{P}(Y=k)=\frac{1}{2}\mathrm{P}(X=k)+\frac{1}{10}$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$이므로

$\mathrm{E}(Y)=\sum_{k=1}^{5}k\mathrm{P}(Y=k)=\sum_{k=1}^{5}k\left(\frac{1}{2}\mathrm{P}(X=k)+\frac{1}{10}\right)$

$=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{5}k\mathrm{P}(X=k)+\frac{1}{10}\sum_{k=1}^{5}k$

$=\frac{1}{2}\times4+\frac{1}{10}\times15=2+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}=a$

따라서 $8a=8\times\frac{7}{2}=28$이다.

답 28

92. 41

126

$\mathrm{P}(Y=3k-1)=\frac{1}{2}\mathrm{P}(X=k)+a$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ 4)$

확률의 합은 1이므로

$\sum_{k=1}^{4}\mathrm{P}(Y=3k-1)=1$

$\Rightarrow \sum_{k=1}^{4}\frac{1}{2}\mathrm{P}(X=k)+\sum_{k=1}^{4}a=\frac{1}{2}+4a=1\Rightarrow a=\frac{1}{8}$

$\mathrm{E}(X)=\sum_{k=1}^{4}k\mathrm{P}(X=k)=\frac{7}{6}$

$\mathrm{E}(Y)=\sum_{k=1}^{4}(3k-1)\mathrm{P}(Y=3k-1)$

$=\sum_{k=1}^{4}(3k-1)\left(\frac{1}{2}\mathrm{P}(X=k)+\frac{1}{8}\right)$

$=\frac{3}{2}\sum_{k=1}^{4}k\mathrm{P}(X=k)-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{4}\mathrm{P}(X=k)+\frac{1}{8}\sum_{k=1}^{4}(3k-1)$

$=\frac{3}{2}\times\frac{7}{6}-\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\times\frac{4(2+11)}{2}$

$=\frac{7}{4}-\frac{1}{2}+\frac{13}{4}$

$=\frac{18}{4}=\frac{9}{2}$

따라서 $\mathrm{E}\left(\frac{1}{a}Y+5\right)=\mathrm{E}(8Y+5)=8\mathrm{E}(Y)+5=8\times\frac{9}{2}+5=41$

이다.

답 41

Tip 097번 해설에도 언급했듯이 126번에서는
대응되는 확률 ($\mathrm{P}(X)$, $\mathrm{P}(Y)$)이 서로 다르기 때문에
정의를 이용하여 풀어야 한다.

Guide step "개념파악하기 - (4) 이산확률변수
$aX+b$의 평균과 표준편차는 어떻게 구할까"
에서도 학습했듯이 $Y=aX+b$라 할 때,
$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$이 성립하는 이유는
$\mathrm{P}(Y=y_i)=\mathrm{P}(X=x_i)$이기 때문이다.

Theme 26 이항분포의 뜻

93. 50

078

$B(10,\ p)$

$P(X=4)={}_{10}C_4\,p^4(1-p)^6$

$P(X=5)={}_{10}C_5\,p^5(1-p)^5$

$P(X=4)=\frac{1}{3}P(X=5)$

$\Rightarrow {}_{10}C_4\,p^4(1-p)^6=\frac{1}{3}\times{}_{10}C_5\,p^5(1-p)^5$

$\Rightarrow 210(1-p)=12\times7p$

$\Rightarrow 5(1-p)=2p$

$\Rightarrow p=\frac{5}{7}$

따라서 $E(7X)=7E(X)=7\times10\times\frac{5}{7}=50$이다.

답 50

94. ①

063

$B\left(n,\ \frac{1}{2}\right)$

$E(X^2)=V(X)+25$이므로

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2 \Rightarrow V(X)=V(X)+25-\{E(X)\}^2$

$\Rightarrow E(X)=5\ \left(\because\ E(X)=\frac{n}{2}>0\right)$

$E(X)=\frac{n}{2}=5 \Rightarrow n=10$

따라서 $n=10$이다.

답 ①

95. ④

056

$B\left(n,\ \frac{1}{3}\right)$

$V(2X)=40 \Rightarrow 4V(X)=40 \Rightarrow V(X)=10$

$\Rightarrow n\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=10 \Rightarrow n=45$

따라서 $n=45$이다.

답 ④

96. ③

023

$P(X=x)={}_nC_x\left(\frac{1}{2}\right)^n$을 변형해보자.

$P(X=x)={}_nC_x\left(\frac{1}{2}\right)^n={}_nC_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{n-x}$이므로

확률변수 X는 이항분포 $B\left(n,\ \frac{1}{2}\right)$를 따른다.

$E(X)=n\times\frac{1}{2}=\frac{n}{2}$

$V(X)=n\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{n}{4}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{55}{2}-\frac{n^2}{4}=\frac{n}{4}$

$\Rightarrow n^2+n-110=0 \Rightarrow (n+11)(n-10)=0$

$\Rightarrow n=10\ (\because n>0)$

$V(X)=\frac{5}{2}$

$V(2X)=4V(X)=4\times\frac{5}{2}=10$이다.

답 ③

Theme 27 이항분포의 활용

97. 48

028

주사위를 두 번 던져서 나온 눈의 합이 4의 배수인 확률을 구해보자.

변수가 2개이므로 표를 그려서 해결해 보자.

	1	2	3	4	5	6
1			4			
2		4				8
3	4				8	
4				8		
5			8			
6		8				12

4의 배수가 나올 확률 = 4점을 받을 확률 $=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

4점을 받는 횟수를 Y라 두면 Y는 이항분포 $\mathrm{B}\left(64,\ \frac{1}{4}\right)$를 따른다.

전체 시행 횟수가 64회이므로 2점을 받은 횟수는 $64-Y$이므로 $X=4Y+2(64-Y)=2Y+128$ 이다.

따라서 $\mathrm{V}(X)=4\mathrm{V}(Y)=4\times 64\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=48$이다.

답 48

98. ③

116

2 이하 (3, 0) $\Rightarrow \frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

3 이상 (0, 1) $\Rightarrow \frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

2 이하가 나오는 횟수를 확률변수 Y라 하자.

15번 독립시행이고, 2 이하가 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이므로

확률변수 Y는 이항분포 $\mathrm{B}\left(15,\ \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

$\mathrm{E}(Y)=15\times\frac{1}{3}=5$

15번 반복하였을 때, 3 이상이 나오는 횟수는 $15-Y$이므로 이동된 점 P의 좌표는 $(3Y,\ 15-Y)$이다.

점 $\mathrm{P}(3Y,\ 15-Y)$와 직선 $3x+4y=0$ 사이의 거리를 구하면

$$\frac{|9Y+60-4Y|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|5Y+60|}{5}=Y+12=X$$

따라서 $\mathrm{E}(X)=\mathrm{E}(Y+12)=\mathrm{E}(Y)+12=5+12=17$이다.

답 ③

Theme 28 확률밀도함수

99. ④

065

확률의 합은 1이므로

$\mathrm{P}(0\le X\le 2)=\frac{1}{2}\times\left(a-\frac{1}{3}+2\right)\times\frac{3}{4}=1$

$\Rightarrow a+\frac{5}{3}=\frac{8}{3}\ \Rightarrow a=1$

따라서 $\mathrm{P}\left(\frac{1}{3}\le X\le a\right)=\mathrm{P}\left(\frac{1}{3}\le X\le 1\right)=\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$ 이다.

답 ④

100. ④

085

$P(0 \le X \le a) = 1 \Rightarrow \frac{ac}{2} = 1 \Rightarrow ac = 2$

$P(X \le b) - P(X \ge b) = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \frac{bc}{2} - \frac{(a-b)c}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2bc - ac}{2} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 2bc - 2 = \frac{1}{2} \Rightarrow bc = \frac{5}{4}$

$P(X \le b) = \frac{bc}{2} = \frac{5}{8} > \frac{1}{2}$이므로 $\sqrt{5} < b$이다.

$P(X \le \sqrt{5}) = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \int_0^{\sqrt{5}} \frac{c}{b} x dx = \left[\frac{c}{2b}x^2\right]_0^{\sqrt{5}} = \frac{5c}{2b} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 5c = b$

$bc = \frac{5}{4} \Rightarrow 5c^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow c = \frac{1}{2}$ $(\because c > 0)$

$a = 4,\ b = \frac{5}{2}$

따라서 $a + b + c = 4 + \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 7$이다.

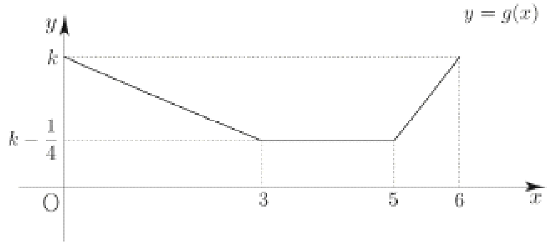
답 ④

101. 31

103

$f(x) + g(x) = k \Rightarrow g(x) = k - f(x)$이므로
$y = g(x)$의 그래프는 $y = f(x)$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 후 y축의 방향으로 k만큼 평행이동하여 구할 수 있다.

$y = g(x)$의 그래프를 그리면 다음과 같다.



확률의 합은 1이므로

$P(0 \le Y \le 6) = \frac{3}{2}\left(k - \frac{1}{4} + k\right) + 2\left(k - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}\left(k - \frac{1}{4} + k\right)$

$= 2\left(2k - \frac{1}{4}\right) + 2\left(k - \frac{1}{4}\right)$

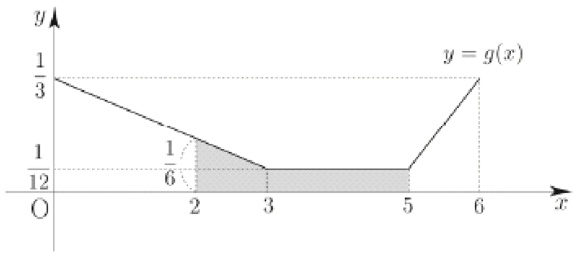
$= 4k - \frac{1}{2} + 2k - \frac{1}{2}$

$= 6k - 1 = 1$

$\Rightarrow 6k = 2 \Rightarrow k = \frac{1}{3}$

$P(6k \le Y \le 15k) = P(2 \le Y \le 5)$

$g(x) = -\frac{1}{12}x + \frac{1}{3}$ $(0 \le x \le 3)$이므로 $g(2) = \frac{1}{6}$



$P(2 \le Y \le 5) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right) + 2 \times \frac{1}{12}$

$= \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{7}{24}$

따라서 $p + q = 31$이다.

답 31

102. 10

117

$\mathrm{P}(x \le X \le 3) = a(3-x) \ \ (0 \le x \le 3)$

이 문제는 연속확률변수라는 것에 유의해야 한다.
연속확률변수에서는 넓이가 곧 확률이 되므로
확률밀도함수를 $f(x)$라 하면

$\mathrm{P}(x \le X \le 3) = \int_x^3 f(t)dt = a(3-x)$

이지 $f(x) = a(3-x)$라고 판단하면 안 된다.

확률의 합은 1이므로

$\mathrm{P}(0 \le X \le 3) = 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$

$\therefore \ \mathrm{P}(0 \le X < a) = \mathrm{P}\left(0 \le X < \frac{1}{3}\right) = 1 - \mathrm{P}\left(\frac{1}{3} \le X \le 3\right)$

$= 1 - \frac{1}{3}\left(3 - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$

따라서 $p+q=10$이다.

답 10

이번에는 $f(x)$를 직접 구해서 문제를 풀어보자.

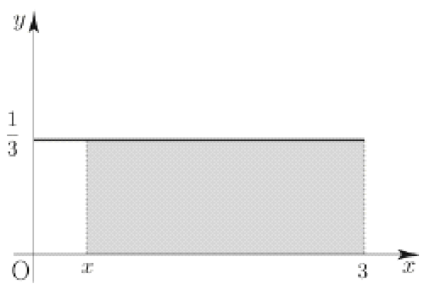
$\int_x^3 f(t)dt = \frac{1}{3}(3-x)$

$\Rightarrow F(3) - F(x) = \frac{1}{3}(3-x)$

양변을 x에 대하여 미분하면

$-f(x) = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}$

$\therefore \ \mathrm{P}\left(0 \le X < \frac{1}{3}\right) = \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} dx = \left[\frac{1}{3}x\right]_0^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{9}$



$\int_x^3 \frac{1}{3} dx$는 직사각형의 넓이 $\frac{1}{3}(3-x)$인 것이 자명하다.

Theme 29 정규분포와 표준정규분포

103. ⑤

077

어느 실험실의 연구원이 어떤 식물로부터 하루 동안
추출하는 호르몬의 양을 확률변수 X라 하자.
$X \sim \mathrm{N}(30.2, \ (0.6)^2)$

$\therefore \ \mathrm{P}(29.6 \le X \le 31.4) = \mathrm{P}\left(\frac{29.6-30.2}{0.6} \le Z \le \frac{31.4-30.2}{0.6}\right)$

$= \mathrm{P}(-1 \le Z \le 2)$

$= 0.3413 + 0.4772 = 0.8185$

답 ⑤

104. ③

079

$\mathrm{P}(m \le X \le m+12) = \mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{12}{\sigma}\right)$

$\mathrm{P}(X \le m-12) = \mathrm{P}\left(Z \le -\frac{12}{\sigma}\right)$

$\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{12}{\sigma}\right) - \mathrm{P}\left(Z \le -\frac{12}{\sigma}\right) = 0.3664$

$\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{12}{\sigma}\right) = a$라 하면

$\mathrm{P}\left(Z \le -\frac{12}{\sigma}\right) = 0.5 - a$이므로

$a - (0.5 - a) = 0.3664 \Rightarrow a = 0.4332$

$\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5) = 0.4332$이므로

$\frac{12}{\sigma} = 1.5 \Rightarrow 120 = 15\sigma \Rightarrow \sigma = 8$

따라서 $\sigma = 8$이다.

답 ③

105. 95

039

(가) 조건에 의해서 $m=\dfrac{60+100}{2}=80$

(나) $\mathrm{P}(m\le X\le m+10)+\mathrm{P}(Z\le -1)=\dfrac{1}{2}$

$\mathrm{P}(m\le X\le m+10)=\mathrm{P}\left(0\le Z\le \dfrac{10}{\sigma}\right)$이고

$\mathrm{P}(Z\le -1)=\mathrm{P}(Z\ge 1)$이므로

$\mathrm{P}\left(0\le Z\le \dfrac{10}{\sigma}\right)+\mathrm{P}(Z\ge 1)=\dfrac{1}{2}$이려면

$\dfrac{10}{\sigma}=1 \Rightarrow \sigma=10$

$\mathrm{N}(80,\ 10^2)$

$\mathrm{P}(X\ge k)=\mathrm{P}\left(Z\ge \dfrac{k-80}{10}\right)=0.0668$

$0.0668=0.5-0.4332=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)$이므로

$\dfrac{k-80}{10}=\dfrac{3}{2} \Rightarrow k=95$

따라서 $k=95$이다.

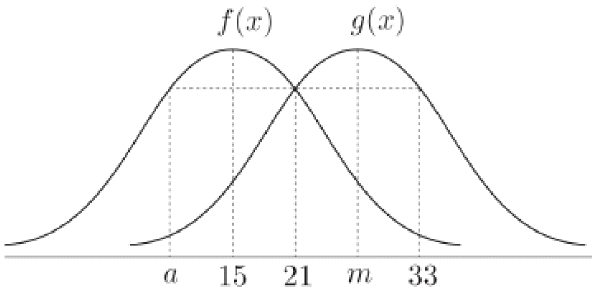
답 95

106. 69

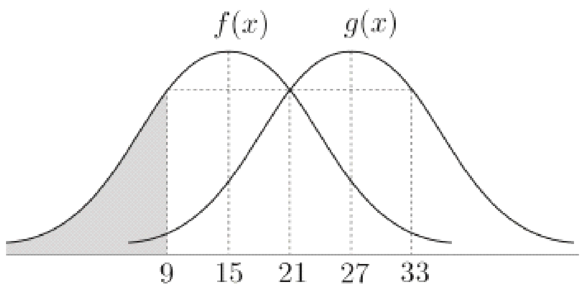
041

표준편차가 같으므로 $f(x)$와 $g(x)$의 곡선의 모양은 같다.

$f(a)=f(21)=g(21)$, $X\sim \mathrm{N}(15,\ \sigma^2)$, $Y\sim \mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$
를 바탕으로 그림을 그리면 다음과 같다.



$\dfrac{a+21}{2}=15 \Rightarrow a=9$, $m=\dfrac{21+33}{2}=27$



$\mathrm{P}(X\le a)=\mathrm{P}(X\le 9)=0.18$이므로
$\mathrm{P}(9\le X\le 15)=0.32$이다.

대칭성에 의하여 $\mathrm{P}(21\le Y\le 33)=2\times 0.32=0.64$이므로
$b=33$이다.

따라서 $a+b+m=9+33+27=69$이다.

답 69

107. 673

121

$X \sim \mathrm{N}(1,\ t^2)$

$\mathrm{P}(X \le 5t) = \mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{5t-1}{t}\right) \ge \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{5t-1}{t} \ge 0 \Rightarrow 5t-1 \ge 0 \ (\because\ t>0)$

$\Rightarrow t \ge \dfrac{1}{5}$

$\mathrm{P}(t^2-t+1 \le X \le t^2+t+1)$

$=\mathrm{P}(t-1 \le Z \le t+1)$

구간의 길이가 t에 상관없이 $t+1-(t-1)=2$로 일정하므로 t의 값이 확률변수 Z의 평균인 0에 가까울수록 $\mathrm{P}(t-1 \le Z \le t+1)$의 값은 증가한다.

$t \ge \dfrac{1}{5}$이므로 $t=\dfrac{1}{5}$일 때, $\mathrm{P}(t-1 \le Z \le t+1)$는 최댓값을 가진다.

$k=\mathrm{P}\left(\dfrac{1}{5}-1 \le Z \le \dfrac{1}{5}+1\right)$

$=\mathrm{P}(-0.8 \le Z \le 1.2)$

$=0.288+0.385=0.673$

따라서 $1000 \times k = 673$이다.

답 673

Theme 30 이항분포와 정규분포

108. 23

29. 출제의도 : 주어진 조건을 만족시키는 이항분포를 구한 후 이항분포와 정규분포와의 관계를 이용하여 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

집합 A의 모든 부분집합 8개 중에서 임의로 한 개를 선택하는 사건을 C, 집합 B의 모든 부분집합 4개 중에서 임의로 한 개를 선택하는 사건을 D라 하면 선택한 두 집합의 교집합의 원소의 개수가 1인 경우는 그 교집합이 $\{2\}$ 또는 $\{3\}$일 때이다.

(ⅰ) 교집합이 $\{2\}$일 때

① 사건 C에서 $\{2\}$를 선택하면 사건 D에서 $\{2\}$ 또는 $\{2,3\}$을 선택하면 된다.

② 사건 C에서 $\{2,3\}$을 선택하면 사건 D에서 $\{2\}$를 선택하면 된다.

③ 사건 C에서 $\{2,4\}$를 선택하면 사건 D에서 $\{2\}$ 또는 $\{2,3\}$을 선택하면 된다.

④ 사건 C에서 $\{2,3,4\}$를 선택하면 사건 D에서 $\{2\}$를 선택하면 된다.

따라서 이 경우의 확률은

$\dfrac{2+1+2+1}{8\times 4}=\dfrac{3}{16}$

(ⅱ) 교집합이 $\{3\}$일 때

① 사건 C에서 $\{3\}$을 선택하면 사건 D에서 $\{3\}$ 또는 $\{2,3\}$을 선택하면 된다.
② 사건 C에서 $\{2,3\}$을 선택하면 사건 D에서 $\{3\}$을 선택하면 된다.
③ 사건 C에서 $\{3,4\}$를 선택하면 사건 D에서 $\{3\}$ 또는 $\{2,3\}$을 선택하면 된다.
④ 사건 C에서 $\{2,3,4\}$를 선택하면 사건 D에서 $\{3\}$을 선택하면 된다.
따라서 이 경우의 확률은

$$\frac{2+1+2+1}{8\times4}=\frac{3}{16}$$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 선택한 두 집합의 교집합의 원소의 개수가 1일 확률은

$$\frac{3}{16}+\frac{3}{16}=\frac{3}{8}$$

이때 기록한 수가 1인 횟수를 확률변수 X라 하면 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(15360,\ \frac{3}{8}\right)$을 따른다.
또한

$$\mathrm{E}(X)=15360\times\frac{3}{8}=5760$$

$$\sigma(X)=\sqrt{15360\times\frac{3}{8}\times\frac{5}{8}}=60$$

이고 15360은 충분히 큰 수이므로 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(5760,\ 60^2)$을 따른다.
따라서

$$k=\mathrm{P}(X\ge5880)$$
$$=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{5880-5760}{60}\right)$$
$$=\mathrm{P}(Z\ge2)\ =0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le2)$$
$$=0.5-0.477\ =0.023$$

따라서

$$1000\times k=1000\times0.023=23$$

정답 23

109. ③

051

소수의 눈 2, 3, 5이 나올 확률 $\frac{1}{2}\Rightarrow 1$점

그 외의 눈 1, 4, 6이 나올 확률 $\frac{1}{2}\Rightarrow 3$점

소수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하자.

64회 독립시행이고, 소수의 눈이 나오는 확률은 $\frac{1}{2}$이므로

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(64,\ \frac{1}{2}\right)$를 따른다.

그 외의 눈이 나오는 횟수는 $64-X$이므로
점수를 Y라 하면 $Y=X+3(64-X)=192-2X$이다.
$\mathrm{P}(Y\ge136)=\mathrm{P}(192-2X\ge136)=\mathrm{P}(X\le28)$이므로
$\mathrm{P}(X\le28)$를 구하면 된다.

이때, 이항분포를 이용하여 확률계산을 한다면
$\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)+\ \cdots\ +\mathrm{P}(X=28)$이다.
이는 독립시행확률로 구해야 하는 만큼 매우 복잡해진다.

어떻게 문제를 해결할 수 있을까?

$np\ge5$이므로 정규분포화가 가능하니 이항분포를
정규분포로 변환하여 문제를 해결해보자.
$\mathrm{B}(n,\ p)\ \Rightarrow\ \mathrm{N}(np,\ npq)$
$X\sim\mathrm{N}(32,\ 4^2)$

$\therefore\ \mathrm{P}(X\le28)=\mathrm{P}(Z\le\ -1)=0.5-0.3413=0.1587$

답 ③

110. 994

29. 출제의도 : 이항분포와 정규분포의 관계를 이해하고 구하는 확률을 정규분포로 근사하여 구할 수 있는가?

풀이 :
주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 4 이하일 확률은 $\frac{2}{3}$, 5 이상일 확률은 $\frac{1}{3}$ 이므로 주사위를 16200번 던졌을 때 5 이상의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하면 확률변수 X는 이항분포

$\mathrm{B}\left(16200,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르고,

$\mathrm{E}(X)=16200\times\frac{1}{3}=5400$

$\mathrm{V}(X)=16200\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=3600=60^2$

이다. 이때 16200은 충분히 큰 수이므로 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(5400,\ 60^2)$을 따른다.

점 A의 위치가 5700 이하이려면 주사위를 던져 나온 눈의 수가 4 이하인 횟수에서 5 이상인 횟수를 뺀 값이 5700 이하이어야 하므로

$(16200-X)-X\le 5700$

$X\ge 5250$

따라서 구하는 확률을 표준정규분포표를 이용해 구한 값 k는

$k=\mathrm{P}(X\ge 5250)$

$=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{5250-5400}{60}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\ge -2.5)$

$=\mathrm{P}(-2.5\le Z\le 0)+\mathrm{P}(Z\ge 0)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le 2.5)+\mathrm{P}(Z\ge 0)$

$=0.494+0.5$

$=0.994$

따라서

$1000\times k=1000\times 0.994=994$

정답 994

Theme 31 표본평균의 뜻과 평균, 분산, 표준편차

111. ①

005

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 복원추출하여
추출한 표본을 각각 X_1, X_2라고 하자.
$\overline{X}=\frac{X_1+X_2}{2}$의 값을 구하기 위해서
변수가 2개이니 표를 그려서 해결해 보자.

$X_1 \backslash X_2$	1	2	3
1	1	1.5	2
2	1.5	2	2.5
3	2	2.5	3

따라서 $\mathrm{P}(\overline{X}=2)=2\mathrm{P}(X=1)\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=2)\mathrm{P}(X=2)$

$$=2\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$$

이다.

답 ①

112. ②

007

X	0	1	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{5}$	a	b	1

이 모집단에서 크기가 3인 표본을 복원추출하여
추출한 표본을 각각 X_1, X_2, X_3라고 하자.
$\overline{X}=\frac{X_1+X_2+X_3}{3}=3$이 되려면
$(X_1,\ X_2,\ X_3)=(3,\ 3,\ 3)$일 때이므로
$\mathrm{P}(\overline{X}=3)=\frac{27}{125} \Rightarrow b^3=\left(\frac{3}{5}\right)^3 \Rightarrow b=\frac{3}{5}$

확률의 합은 1이므로
$\frac{1}{5}+a+\frac{3}{5} \Rightarrow a=\frac{1}{5}$

$\overline{X}=\frac{X_1+X_2+X_3}{3}=1$이 되려면
$(X_1,\ X_2,\ X_3)=(0,\ 0,\ 3),\ (1,\ 1,\ 1)$

따라서
$\mathrm{P}(\overline{X}=1)={}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{5}\right)^2\left(\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}\right)^3$

$$=\frac{9}{125}+\frac{1}{125}=\frac{10}{125}=\frac{2}{25}$$

이다.

답 ②

113. ④

049

확률의 합은 1이므로
$\frac{1}{6}+a+b=1 \Rightarrow a+b=\frac{5}{6}$
$\mathrm{E}(X^2)=4a+16b=\frac{16}{3} \Rightarrow a+4b=\frac{4}{3}$

$a+b=\frac{5}{6}$, $a+4b=\frac{4}{3}$를 연립하면 $a=\frac{4}{6}$, $b=\frac{1}{6}$이다.

X	0	2	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

$\mathrm{E}(X)=\frac{8+4}{6}=2$
$\mathrm{E}(X^2)=\frac{16}{3}$

모분산 $\sigma^2=\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{16}{3}-4=\frac{4}{3}$
$n=20$

따라서 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{\frac{4}{3}}{20}=\frac{4}{60}=\frac{1}{15}$이다.

답 ④

114. ④

074

X	10	20	30	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{2}$	a	$\frac{1}{2}-a$	1

$\mathrm{E}(\overline{X})=\mathrm{E}(X)=5+20a+15-30a=20-10a=18$

$\Rightarrow 2=10a \Rightarrow a=\frac{1}{5}$

X	10	20	30	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 복원추출하여
추출한 표본을 각각 X_1, X_2라고 하자.

$\overline{X}=\frac{X_1+X_2}{2}$의 값을 구하기 위해서

변수가 2개이니 표를 그려서 해결해 보자.

X_1 \ X_2	10	20	30
10	10	15	20
20	15	20	25
30	20	25	30

따라서

$\mathrm{P}(\overline{X}=20)=2\mathrm{P}(X=10)\mathrm{P}(X=30)+\mathrm{P}(X=20)\mathrm{P}(X=20)$

$$=2\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{3}{10}+\frac{1}{25}=\frac{17}{50}$$

이다.

답 ④

115. ⑤

075

① 주사위에서 나온 눈의 수가 3의 배수인 경우

주사위에서 3의 배수가 나올 확률은 $\frac{1}{3}$

주머니 A에서 꺼낸 2개의 공을 순서쌍으로 표현하면
(1, 2), (1, 3), (2, 3)이므로

주머니 A에서 꺼낸 2개의 공에 적혀 있는 수의

차가 1일 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

차가 2일 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

② 주사위에서 나온 눈의 수가 3의 배수가 아닌 경우

주사위에서 3의 배수가 나오지 않을 확률은 $\frac{2}{3}$

주머니 B에서 꺼낸 2개의 공을 순서쌍으로 표현하면
(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)이므로

주머니 B에서 꺼낸 2개의 공에 적혀 있는 수의

차가 1일 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{3}{6}=\frac{3}{9}$

차가 2일 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{2}{6}=\frac{2}{9}$

차가 3일 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{9}$

이 시행에서 기록한 두 개의 수의 차를 확률변수 X라 하자.
확률변수 X의 분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{5}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 복원추출하여
추출한 표본을 각각 X_1, X_2라고 하자.

$\overline{X}=\dfrac{X_1+X_2}{2}$ 의 값을 구하기 위해서

변수가 2개이니 표를 그려서 해결해 보자.

X_1 \ X_2	1	2	3
1	1	1.5	2
2	1.5	2	2.5
3	2	2.5	3

따라서

$P(\overline{X}=2)=2P(X=1)P(X=3)+P(X=2)P(X=2)$

$$=2\times\frac{5}{9}\times\frac{1}{9}+\frac{3}{9}\times\frac{3}{9}=\frac{10}{81}+\frac{9}{81}=\frac{19}{81}$$

이다.

답 ⑤

Theme 32 표본평균의 분포

116. ⑤

036

이 공장에서 생산하는 화장품 1개의 내용량을 확률변수 X라 하자.

$X\sim N(201.5,\ (1.8)^2)$

$n=9$이므로

$\overline{X}\sim N(201.5,\ (0.6)^2)$

따라서 $P(\overline{X}\geq 200)=P\left(Z\geq\dfrac{200-201.5}{0.6}\right)$

$=P(Z\geq -2.5)$

$=0.4938+0.5=0.9938$

이다.

답 ⑤

117. ③

059

$X\sim N(m,\ \sigma^2)$

$P(X\geq 3.4)=\dfrac{1}{2}\ \Rightarrow\ m=3.4$

$P(X\leq 3.9)+P(Z\leq -1)$

$=P\left(Z\leq\dfrac{3.9-3.4}{\sigma}\right)+P(Z\leq -1)$

$=P\left(Z\leq\dfrac{0.5}{\sigma}\right)+P(Z\leq -1)=1$

$P(Z\leq 1)+P(Z\leq -1)=1$이므로

$\dfrac{0.5}{\sigma}=1\ \Rightarrow\ \sigma=0.5$

$X\sim N(3.4,\ (0.5)^2)$

$n=25$이므로

$\overline{X}\sim N(3.4,\ (0.1)^2)$

따라서 $P(\overline{X}\geq 3.55)=P\left(Z\geq\dfrac{3.55-3.4}{0.1}\right)$

$=P(Z\geq 1.5)=0.5-0.4332=0.0668$

이다.

답 ③

118. ⑤

061

$X \sim \mathrm{N}(220,\ \sigma^2)$

$\overline{X} \sim \mathrm{N}\left(220,\ \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$

$Y \sim \mathrm{N}\left(240,\ \left(\frac{3}{2}\sigma\right)^2\right)$

$\sigma(\overline{Y}) = \dfrac{\frac{3}{2}\sigma}{\sqrt{9n}} = \dfrac{\sigma}{2\sqrt{n}}$

$\overline{Y} \sim \mathrm{N}\left(240,\ \left(\frac{\sigma}{2\sqrt{n}}\right)^2\right)$

$\mathrm{P}(\overline{X} \le 215) = \mathrm{P}(Z \le -1) = 0.1587$

$\Rightarrow \mathrm{P}(\overline{X} \le 215) = \mathrm{P}\left(\overline{X} \le \dfrac{215-220}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right)$

$= \mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{-5}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right)$

$\Rightarrow \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5$

따라서 $\mathrm{P}(\overline{Y} \ge 235) = \mathrm{P}\left(Z \ge \dfrac{235-240}{\frac{\sigma}{2\sqrt{n}}}\right)$

$= \mathrm{P}(Z \ge -2)$

$= 0.4772 + 0.5 = 0.9772$

이다.

답 ⑤

119. ⑤

015

정육점에서 판매하는 삼겹살 1인분의 무게를 확률변수 X라 하자.

$X \sim \mathrm{N}(200,\ 12^2)$

$n = 9$이므로

$\overline{X} \sim \mathrm{N}(200,\ 4^2)$

9명이 구매한 삼겹살 무게의 총합이 1872 이하일 확률은 $\mathrm{P}(X_1 + X_2 + \cdots + X_9 \le 1872)$이다.

여기서 어떻게 해결해야 할까?

우리는 표본의 합에 대한 분포를 배운 적이 없다.
따라서 우리가 분포를 알고 있는 표본평균으로 변환하기 위해 부등호 양변을 9로 나누어 해결해 보자.

$\therefore\ \mathrm{P}\left(\dfrac{X_1 + X_2 + \cdots + X_9}{9} \le \dfrac{1872}{9}\right)$

$= \mathrm{P}(\overline{X} \le 208)$

$= \mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{208-200}{4}\right)$

$= \mathrm{P}(Z \le 2) = 0.5 + 0.4772$

$= 0.9772$

따라서 구하고자 하는 확률은 0.9772이다.

답 ⑤

120. ①

013

$X \sim \mathrm{N}(45,\ 4^2)$

$n=64$이므로

$\overline{X} \sim \mathrm{N}\left(45,\ \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$

$\mathrm{P}(X \geq 49)=\mathrm{P}\left(Z \geq \frac{49-45}{4}\right)=\mathrm{P}(Z \geq 1)$

$\mathrm{P}(\overline{X} \geq k)=\mathrm{P}\left(Z \geq \frac{k-45}{\frac{1}{2}}\right)=\mathrm{P}(Z \geq 2k-90)$

$\mathrm{P}(X \geq 49)+\mathrm{P}(\overline{X} \geq k)=1$

$\Rightarrow \mathrm{P}(Z \geq 1)+\mathrm{P}(Z \geq 2k-90)=1$

$\Rightarrow 1=-(2k-90) \Rightarrow k=44.5$

따라서

$$\begin{aligned}\mathrm{P}\left(|\overline{X}-k| \geq \frac{1}{2}\right)&=\mathrm{P}\left(\overline{X}-k \geq \frac{1}{2}\right)+\mathrm{P}\left(\overline{X}-k \leq -\frac{1}{2}\right)\\&=\mathrm{P}\left(\overline{X} \geq k+\frac{1}{2}\right)+\mathrm{P}\left(\overline{X} \leq k-\frac{1}{2}\right)\\&=\mathrm{P}(\overline{X} \geq 45)+\mathrm{P}(\overline{X} \leq 44)\\&=1-\mathrm{P}(44 \leq \overline{X} \leq 45)\\&=1-\mathrm{P}(-2 \leq Z \leq 0)\\&=1-0.4772=0.5228\end{aligned}$$

이다.

답 ①

Theme 33 모평균의 추정

121. ②

052

$X \sim \mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$, $n=16$, 신뢰도 95% $(k=1.96)$

신뢰구간의 일반형은 $\overline{x}-k\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{x}+k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

신뢰구간이 $a \leq m \leq b$일 때,

$b-a=2 \times k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (=신뢰구간의 길이)

이 성립하므로 이를 이용하여 구해보자.

$746.1 \leq m \leq 755.9$이므로

$9.8=2 \times 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{16}} \Rightarrow \sigma=10$

n개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구하는 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$이므로

$b-a \leq 6 \Rightarrow 2 \times 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{n}} \leq 6$

$\Rightarrow 8.6 \leq \sqrt{n} \Rightarrow 73.96 \leq n$

따라서 조건을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은 74이다.

답 ②

122. ②

062

어느 자동차 회사에서 생산하는 전기 자동차의 1회 충전 주행거리를 확률변수 X라 하자.

$X \sim \mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$, $n=100$, 신뢰도 : 95% $(k=1.96)$

$n=400$, 신뢰도 : 99% $(k=2.58)$

신뢰구간의 일반형은 $\overline{x}-k\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+k\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$a=\overline{x_1}-1.96\times\frac{\sigma}{10}$

$b=\overline{x_1}+1.96\times\frac{\sigma}{10}$

$c=\overline{x_2}-2.58\times\frac{\sigma}{20}=\overline{x_2}-1.29\times\frac{\sigma}{10}$

$d=\overline{x_2}+2.58\times\frac{\sigma}{20}=\overline{x_2}+1.29\times\frac{\sigma}{10}$

$a=c \Rightarrow \overline{x_1}\ -1.96\times\frac{\sigma}{10}=\overline{x_2}\ -1.29\times\frac{\sigma}{10}$

$\Rightarrow \overline{x_1}-\overline{x_2}=0.67\times\frac{\sigma}{10}$

$\overline{x_1}-\overline{x_2}=1.34 \Rightarrow 0.67\times\frac{\sigma}{10}=1.34$

$\Rightarrow \sigma=20$

따라서 $b-a=2\times1.96\times\frac{20}{10}=7.84$이다.

답 ②

123. ②

065

$X \sim \mathrm{N}(m,\ 5^2)$

신뢰구간의 일반형은 $\overline{x}-k\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

① 표본평균 $\overline{x_1}$, 표본의 크기 25, 신뢰도 95% $(k=1.96)$

$\overline{x_1}-1.96\frac{5}{\sqrt{25}} \le m \le \overline{x_1}+1.96\frac{5}{\sqrt{25}}$

$\Rightarrow \overline{x_1}-1.96 \le m \le \overline{x_1}+1.96$

$80-a \le m \le 80+a$이므로 $\overline{x_1}=80,\ a=1.96$

② 표본평균 $\overline{x_2}$, 표본의 크기 n 신뢰도 95% $(k=1.96)$

$\overline{x_2}-1.96\frac{5}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x_2}+1.96\frac{5}{\sqrt{n}}$

$\frac{15}{16}\overline{x_1}-\frac{5}{7}a \le m \le \frac{15}{16}\overline{x_1}+\frac{5}{7}a$이므로

$\frac{15}{16}\overline{x_1}=\overline{x_2} \Rightarrow \overline{x_2}=\frac{15}{16}\times80=75$

$\frac{5}{7}a=1.96\frac{5}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{1.96}{7}=\frac{1.96}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=49$

따라서 $n+\overline{x_2}=49+75=124$이다.

답 ②

124. 45

028

$X \sim \mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$, $n=49$

신뢰구간의 일반형은 $\overline{x}-k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

신뢰구간이 $a \le m \le b$일 때,

ⅰ) $b-a=2\times k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

ⅱ) $a+b=2\overline{x}$

이 성립하므로 이를 이용하여 구해보자.

$2\overline{x}-1.87 \le m \le 2\overline{x}-1.73$

ⅰ) $b-a=2\times k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$(2\overline{x}-1.73)-(2\overline{x}-1.87)=2\times 1.96\times\dfrac{\sigma}{7}$

$\Rightarrow 0.14=2\times 0.28\times\sigma$

$\Rightarrow \sigma=\dfrac{1}{4}$

ⅱ) $a+b=2\overline{x}$

$2\overline{x}-1.87+2\overline{x}-1.73=2\overline{x} \Rightarrow 2\overline{x}=3.6 \Rightarrow \overline{x}=1.8$

따라서 $100\times\overline{x}\times\sigma=100\times 1.8\times\dfrac{1}{4}=180\times\dfrac{1}{4}=45$이다.

답 45

125. 12

057

$X \sim \mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$

① $\overline{x}=75$, $n=16$, 신뢰도 95% $(k=1.96)$

신뢰구간의 일반형은 $\overline{x}-k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$이므로

$75-1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{16}} \le m \le 75+1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{16}}$

$\Rightarrow 75-0.49\sigma \le m \le 75+0.49\sigma$

신뢰구간이 $a \le m \le b$ 이므로 $b=75+0.49\sigma$이다.

② $\overline{x}=77$, $n=16$, 신뢰도 99% $(k=2.58)$

신뢰구간의 일반형은 $\overline{x}-k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$이므로

$77-2.58\dfrac{\sigma}{\sqrt{16}} \le m \le 77+2.58\dfrac{\sigma}{\sqrt{16}}$

$\Rightarrow 77-0.645\sigma \le m \le 77+0.645\sigma$

신뢰구간이 $c \le m \le d$ 이므로 $d=77+0.645\sigma$이다.

$d-b=3.86$

$\Rightarrow 77+0.645\sigma-(75+0.49\sigma)=3.86$

$\Rightarrow 2+0.155\sigma=3.86$

$\Rightarrow 0.155\sigma=1.86$

$\Rightarrow \sigma=12$

따라서 $\sigma=12$이다.

답 12

126. 25

060

$X \sim \mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$, $n=49$, 신뢰도 95% $(k=1.96)$

신뢰구간의 일반형은 $\overline{x}-k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

신뢰구간이 $a \le m \le b$일 때,

ⅰ) $b-a=2\times k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

ⅱ) $a+b=2\overline{x}$

이 성립하므로 이를 이용하여 구해보자.

$1.73 \le m \le 1.87$

ⅰ) $b-a=2\times k\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$1.87-1.73=2\times 1.96\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{49}} \Rightarrow 0.14=0.56\sigma \Rightarrow \sigma=\dfrac{1}{4}$

ⅱ) $a+b=2\overline{x}$

$1.73+1.87=2\overline{x} \Rightarrow \overline{x}=1.8$

$$\frac{\sigma}{\overline{x}}=\frac{\frac{1}{4}}{1.8}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{18}{10}}=\frac{10}{72}=\frac{5}{36}=k$$

따라서 $180k=180\times\dfrac{5}{36}=25$이다.

답 25