

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

너는 내가 읽은 가장 아름다운 구절이다

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[4]{32} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^2 + 5x + 7$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ 의 값은? [2점]

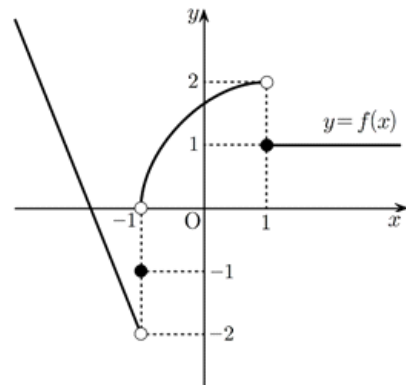
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^8 (3a_k - 1) = \sum_{k=1}^8 (a_k + 1)$ 일 때,

$\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 함수 $f(x) = (x^2 + 3)(x^3 - x + 2)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

6. $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) < 0$ 이고 $\sin\theta = 2\cos(\pi - \theta)$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

7. 곡선 $y = x^3 - 6x + 5$ 위의 점 A(1, 0)에서의 접선과

곡선 $y = -2x^3 + 3x + 7$ 이 점 B에서 접할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

- ① $2\sqrt{9}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{11}$ ④ $2\sqrt{12}$ ⑤ $2\sqrt{13}$

8. 두 실수 $a = \frac{1}{\log_{25} 9} - \frac{1}{\log 3}$, $b = \log_{\sqrt{2}} 3$ 에 대하여 $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -2 ④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ -3

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_{-1}^x xf(t)dt - \int_{-1}^x tf(t)dt = x^3 + (a+1)x^2 - a$$

를 만족시킬 때, $\int_{-a}^a \{f(x)\}^2 dx$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

10. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 모든 자연수 n 에 대하여

$$S_{n+2} - S_n = 61 - 6n$$

이다. 모든 자연수 n 에 대하여 $S_n \leq k$ 이 되도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 181 ② 183 ③ 185 ④ 187 ⑤ 189

11. 시각 $t=0$ 일 때 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = \begin{cases} t^2 - t & (0 \leq t \leq 2) \\ -2t + 6 & (t > 2) \end{cases}$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ. 시각 $t=2$ 일 때 점 P의 위치는 $\frac{2}{3}$ 이다.
 ㄴ. 출발한 후 점 P의 운동방향이 $t=a$, $t=b$ ($a < b$)에서 바뀔 때, 시각 $t=a$ 에서 $t=a+b$ 까지 점 P의 위치의 변화량은 $\frac{5}{6}$ 이다.
 ㄷ. 출발한 시각부터 점 P와 원점 사이의 거리가 처음으로 $\frac{5}{3}$ 가 될 때까지 점 P가 움직인 거리는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 점 A(0, 1)을 지나고 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 인 직선이 곡선

$y = \log_2(x+6)$ 와 만나는 점을 B라 하자. 점 B를 지나고 x 축에 평행한 직선이 $y = \log_2(x+4) - 1$ 와 만나는 점을 C라 하자.

곡선 $y = \log_2(x+6)$ 위의 점 D에 대하여 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, 삼각형 ABD의 넓이는? [4점]

- ① $\log_2 \frac{7\sqrt{2}}{2}$ ② $\log_2 4\sqrt{2}$ ③ $\log_2 \frac{9\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\log_2 5\sqrt{2}$ ⑤ $\log_2 \frac{11\sqrt{2}}{2}$

13. 함수 $f(x) = x^2 + 4x + k$ 와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 개수는?
[4점]

(가) 모든 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - f(x)}{|f(x)|^2 - kf(x)} \text{의 값이 존재한다.}$$

(나) $g(1) \leq 40$

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14. 함수 $f(x) = \sin \frac{\pi}{2n}x + 1$ 에 대하여 집합 A 는

$$A = \{(x, f(x)) \mid 4\{f(x)\}^2 - 8f(x) + 3 = 0, 0 \leq x \leq 8n\}$$

이다. A 의 서로 다른 4개의 원소를 꼭짓점으로 하는 모든 사각형의 넓이를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을

S_1, S_2, \dots, S_m (m 은 자연수)라 할 때, $70 \leq \sum_{k=1}^m S_k \leq 210$ 을

만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은? (단, $1 \leq p < q \leq m$ 인 두 자연수 p, q 에 대하여 $S_p < S_q$ 이다.) [4점]

- ① 30 ② 33 ③ 36 ④ 39 ⑤ 42

15. 정수 k 와 상수 a 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 12x + a & (x \geq 0) \\ \left| \frac{kx - 36}{x} \right| & (x < 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 0이다.
 (나) 방정식 $f(f(x))=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
 (다) 방정식 $f(-f(x))=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

모든 k 의 값의 합을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은? [4점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = n^2 a_n + n + 1$$

를 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=6x^2+4x+1$ 이고
 $f(-1)=0$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

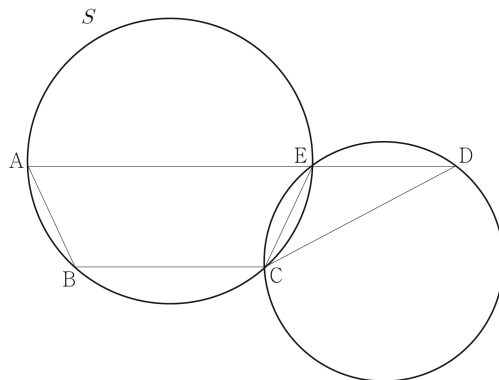
$$a_1 = 14, \quad |a_5| = |a_{11}|$$

일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

19. 방정식 $2x^3 - 12x + 5 = 3x^2 + k$ 가 한 개의 양의 실근과 서로 다른 두 개의 음의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 두 선분 AD, BC가 서로 평행인 사각형

ABCD가 있다. 세 점 A, B, C를 지나는 원을 S 라 할 때, 선분 AD와 원 S 가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 E라 하자.



다음은 $\overline{BC}=2$, $\overline{AE}=3$, $\overline{CD}=\sqrt{6}$, $\overline{AB}=\overline{DE}$ 일 때, 삼각형 CDE의 외접원의 반지름의 길이를 구하는 과정이다.

두 선분 AD, BC가 서로 평행이고 사각형 ABCE는 원에 내접하므로 $\overline{AB}=\overline{CE}$ 이다.

$\angle DEC = \theta$ 라 하면 $\angle AEC = \pi - \theta$ 이고 사각형 ABCE는 원에 내접하므로 $\angle ABC = \theta$ 이다.

$\overline{AB}=\overline{CE}=\overline{DE}=x$ 라 하자.

삼각형 ACE에서 코사인법칙, 삼각형 ABC에서

코사인법칙에 의하여 $\cos\theta = -\frac{1}{\boxed{(가)} \times x}$ 이다.

삼각형 CDE에서 코사인법칙에 의하여 $\cos\theta = \frac{x^2-3}{x^2}$ 이다.

$-\frac{1}{\boxed{(가)} \times x} = \frac{x^2-3}{x^2}$ 이므로 $\cos\theta = \boxed{(나)}$ 이다.

따라서 삼각형 CDE의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라

할 때, 삼각형 CDE에서 사인법칙에 의하여 $R = \boxed{(다)}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q , r 이라 할 때, $48 \times (p+q+r^2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. $x=0$ 에서 음수인 극솟값을 갖고 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \left| f(x) + \int_0^x \{f(t) - f(0)\} dt \right|$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 는 $x=\alpha$, $x=\beta$ ($\alpha < \beta$)에서만 극솟값을 갖고, $\beta - \alpha = 5$ 이다. $g(2\alpha + \beta) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, α , β 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 곡선 $y=3^x+3$ 위의 서로 다른 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 세 점 O, A, B는 한 직선 위에 있다.

(나) $\overline{OA} : \overline{OB} = 1 : 2$

점 A를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y=\log_3 x + 3$ 과 만나는 점을 C라 하고, 점 B를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y=\log_3 x + 3$ 과 만나는 점을 D라 하자.

사각형 ACDB의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다항식 $(x-1)(x+2)^4$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

24. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A^C) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cap B^C) = \frac{1}{12}$$

일 때, $P(A^C \cup B^C)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

25. 상자에 1부터 7까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 7개의 공이 들어 있다. 이 상자에서 임의로 공을 한 개씩 두 번 꺼내어 공에 적힌 수를 차례대로 a , b 라 할 때, $a+b$ 가 짝수일 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 상자에 넣지 않는다.) [3점]

- ① $\frac{17}{42}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{19}{42}$ ④ $\frac{10}{21}$ ⑤ $\frac{7}{14}$

26. 어느 공장에서 생산하는 노트북 한 개의 무게는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산하는 노트북 중에서 임의추출한 크기가 49인 표본을 조사하였더니 노트북 무게의 표본평균의 값이 \bar{x} 이었다. 이 결과를 이용하여, 이 공장에서 생산하는 노트북 한 개의 무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $2\bar{x} - 1.87 \leq m \leq 2\bar{x} - 1.73$ 이다. $\bar{x} + \sigma$ 의 값은? (단, 무게의 단위는 kg이고 Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① $\frac{33}{20}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{37}{20}$ ④ $\frac{39}{20}$ ⑤ $\frac{41}{20}$

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, $\sqrt{10 - f(1)f(2)f(3)}$ 이 자연수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{25}$ ② $\frac{3}{25}$ ③ $\frac{4}{25}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{6}{25}$

28. A 초콜릿 8개와 B 초콜릿 3개를 세 학생에게 남김없이 나누어 줄 때, 각 학생이 적어도 2개 이상의 초콜릿을 받도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 초콜릿은 구분하지 않는다.) [4점]

- ① 184 ② 186 ③ 188 ④ 190 ⑤ 192

단답형

29. 이산확률변수 X 가 갖는 값은 1, 2, 3, 4이고
이산확률변수 Y 가 갖는 값은 2, 5, 8, 11이다.
상수 a 에 대하여

$$P(Y=3k-1) = \frac{1}{2}P(X=k) + a \quad (k=1, 2, 3, 4)$$

이고 $E(X) = \frac{7}{6}$ 일 때, $E\left(\frac{1}{a}Y + 5\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 주머니에 1부터 6까지의 숫자가 하나씩 적힌 6장의 카드가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1장의 카드를 꺼내어 카드에 적힌 숫자를 확인하고 다시 넣는 시행을 반복한다. 카드에 적힌 숫자가 3의 배수이면 나온 숫자를 점수로 하고, 3의 배수가 아니면 나온 숫자를 3으로 나누었을 때의 나머지를 점수로 한다. 첫 번째 시행에서 카드에 적혀 있는 숫자가 2 또는 3이 나왔을 때, 총 4번의 시행에서 나온 모든 점수의 합이 8이 될 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{\sin 2x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 함수 $f(x) = 3x + e^{3x}$ 에 대하여 $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{1+e^{3x}}{f(x)} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\ln(1+e)}{3}$ ② $\frac{\ln(3+e)}{3}$ ③ $\frac{\ln(1+3e)}{3}$
 ④ $\frac{\ln(6+e)}{3}$ ⑤ $\frac{\ln(6+3e)}{3}$

25. 함수 $f(x) = e^{\sec x}$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$)의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,
곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(e^2, g(e^2))$ 에서의 접선의 기울기는?
[3점]

- ① $\frac{5\sqrt{3}}{12e^2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3e^2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{4e^2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{6e^2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{12e^2}$

26. 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 과 최고차항의 계수가 1인
삼차함수 $f(x)$ 가

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(a_n)}{a_n} = 2$$

를 만족시킨다. $f'(1) = 1$ 일 때, $f(a_2)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{59}{64}$ ② $-\frac{15}{16}$ ③ $-\frac{61}{64}$ ④ $-\frac{31}{32}$ ⑤ $-\frac{63}{64}$

27. 실수 t 에 대하여 $x \leq t$ 에서 함수 $f(x) = \frac{1}{8}e^{2x} + \frac{1}{2}e^{-2x}$ 의
최솟값을 $g(t)$ 라 할 때, 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각
 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = t \\ y = g(t) \end{cases}$$

이다. 시각 $t=0$ 에서 $t=\ln 4$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

- ① $\frac{12\ln 2 + 1}{8}$ ② $\frac{6\ln 2 + 1}{4}$ ③ $\frac{12\ln 2 + 3}{8}$
④ $\frac{3\ln 2 + 1}{2}$ ⑤ $\frac{12\ln 2 + 5}{8}$

28. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = e^{2x} - |e^x - k|$$

이다. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f(-\ln 2)$ 가
되도록 하는 실수 k 의 최댓값을 M 이라 하자.

$k=M$ 일 때, 방정식 $f(x)=a$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 $M+a$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{9}{64}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{7}{64}$ ④ $\frac{3}{32}$ ⑤ $\frac{5}{64}$

단답형

29. 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 는 모든 양의 실수 x 에 대하여

$$g(x) = x \int_1^x \frac{tf(t^2)}{e^{t^2}} dt$$

를 만족시킨다.

$$\int_1^2 g(x)e^{x^2} dx = 19, \quad \int_1^4 f(x)dx = 4$$

일 때, $e^4 \times g(2)$ 의 값을 구하십시오. [4점]

30. 구간 $[0, 2)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 모든 자연수 n 에 대하여

$$f(x) = \sin(2^{n-1}\pi x) \quad (2^{-n+2} \leq x < 2^{-n+1})$$

이다. 상수 $a(a \neq 0)$ 와 자연수 k 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = -\frac{(x-a)^2}{256e^x} + \frac{k}{64}$$

이다. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k 의 개수를 구하십시오.

[4점]

두 함수 $g(f(x))$, $f(g(x-2))$ 는 열린구간 $(0, 2)$ 에서 미분가능하다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하십시오.