

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{2}} \times 2^{-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^2 + 3x + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 + a_2 = 12$$

을 만족시킬 때, k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 7x - a & (x < 1) \\ x^2 + a & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. $\int_{-3}^3 (x^3 + 3x^2 + 5x - 3) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

6. $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{7}{4}$ ② $-\frac{7}{12}$ ③ $-\frac{1}{12}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

7. 점 $(-1, -2)$ 에서 곡선 $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 2$ 에 그은 접선을 $y = g(x)$ 라 할 때, $g(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

8. 0이 아닌 두 실수 a, b 가 $\frac{2^a - \log_2 b}{a-b} = -1$ 을 만족할 때,

$\frac{\log_2 b}{a}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 다항함수 $f(x)+2x$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하고,

함수 $2xf'(x)+3x^2$ 의 한 부정적분을 $G(x)$ 라 하자.

$F(x) = G(x)+4$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

10. 등차수열 $\{a_n\}$ 과 등비수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_k - 4k)b_k = \sum_{k=1}^n (b_k - 3^k)a_k$$

을 만족시킨다. $a_1 = 8$ 일 때, b_3 의 값은? [4점]

- ① 48 ② 54 ③ 60 ④ 66 ⑤ 72

11. 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P, 점 Q의 위치를 각각 $f(t)$, $g(t)$ 라 하자.
시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 $f(t)$, $g(t)$ 가

$$f(t) = t^3 - 4t^2 - 2t + 4, \quad g(t) = 2t^2 - 14t + 12$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보기> —

- ㄱ. 점 P가 출발 이후 속도가 0이 될 때는 한 번뿐이다.
ㄴ. 점 P와 점 Q가 만나는 시각에서, 점 P의 속도가 점 Q의 속도보다 크다.
ㄷ. 점 P의 속도는 점 Q의 속도보다 항상 크거나 같다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 좌표평면 상에 두 곡선 $y=2^x+3$, $y=2^{x-3}-1$ 이 존재한다.

곡선 $y=2^x+3$ 과 y 축이 만나는 점을 점 A,

곡선 $y=2^{x-3}-1$ 과 x 축이 만나는 점을 점 B라 하고,

직선 AB와 평행한 직선 l 에 대해 두 곡선과 직선 AB, 직선 l 로 둘러싸인 영역의 넓이가 $3\sqrt{5}$ 일 때, 가능한 직선 l 의 y 절편을 모두 곱한 값은? [4점]

- ① -9 ② -4 ③ 1 ④ 6 ⑤ 11

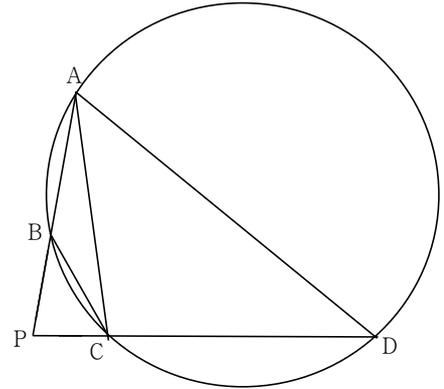
13. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x)+1} = \infty$
 (나) $f(x)+x=0$ 의 실근이 2개이다.

$f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

14. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고 직선 AB와 직선 CD가 만나는 점을 P라 하자. 삼각형 BCP와 삼각형 ADP의 넓이의 비가 1 : 9이고, $\sin(\angle BCP) : \sin(\angle ADC) = 3 : 2$ 이다. $\overline{BC} = \sqrt{21}$, $\overline{CD} = 7\sqrt{3}$ 일 때, 삼각형 APC의 넓이는? [4점]



- ① $8\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $10\sqrt{3}$
 ④ $11\sqrt{3}$ ⑤ $12\sqrt{3}$

15. 상수 a 와 최고차항의 계수의 절댓값이 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + ax - f(x) & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+2h) - g(x+h)}{h} = 1 \text{을 만족시키는 실수 } x \text{는}$$

-2와 1뿐이다.

$$(나) \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{g'(1+h) + g'(1-h) - 2}{h} < 0$$

$g(1) = 1$ 일 때, $g(-4)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{47}{6}$ ② $\frac{95}{12}$ ③ 8 ④ $\frac{97}{12}$ ⑤ $\frac{49}{6}$

단답형

16. 방정식

$$\log_3(x^2 - 4x + 5) = \log_6(-x^2 + 4x - 3)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 2x$ 이고 $f(0) = 6$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$ 에서

$$\sin^3\theta = \frac{1}{2}\sin^2\theta + \frac{1}{2}\sin\theta$$

를 만족시키는 θ 의 개수를 구하십시오. [3점]

19. 상수 a 에 대해 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + a$ 라 하자.
 $y = f(x)$ 와 $y = n$ 의 교점의 개수를 $g(n)$ 이라 할 때,
 상수 b 에 대해 $g(n) + n = b$ 를 만족하는 n 의 값은 2, 3,
 4이다. 이때, $f(b)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

실수 k 에 대해 $f(k+2) - f(k) > 2f'(k)$ 를 성립시키는 k 의 범위는 $k > 1$ 이다.

$f'(3) = 15$ 일 때, $f'(5)$ 의 값을 구하십시오. [4점]

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 가능한 a_1 값의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3a_n + 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 홀수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값은 40이하의 자연수이다.

22. 양의 상수 k 에 대해 함수 $f(x) = 2^{x-k} + 2^k$, 함수

$$g(x) = \log_4(x - 2^k) + k, \text{ 함수 } h(x) = 4^{k+2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + 16 \text{라 하자.}$$

$y=f(x)$ 와 $y=h(x)$ 의 교점을 점 A라 하고, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 중 x 좌표가 점 A의 y 좌표와 같은 점을 점 B, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 중 y 좌표가 점 A의 x 좌표와 같은 점을 점 C라 하자. 선분 AB와 선분 AC가 이루는 예각의 크기가 45° 일 때, $(h(k+4) - g(f(k+8)))^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

24. $\int_0^6 \frac{2x+3}{x+1} dx$ 의 값은? [3점]

- ①
- $12 + \ln 5$
- ②
- $12 + \ln 6$
- ③
- $12 + \ln 7$
-
- ④
- $12 + 3\ln 2$
- ⑤
- $12 + 2\ln 3$

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n}{n^2+5} = \frac{1}{2}$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n^2+n} - \sqrt{a_n^2-n})$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

26. 좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ 가 시각 t ($t > 0$)에서

$x = 2t^2 + 3$, $y = t^4 - \ln t$ 를 만족할 때, 점 $P(x, y)$ 가 $x = 5$ 에서 $x = 11$ 까지 이동한 거리는? [3점]

- ① $15 + \ln 2$ ② $15 + 2\ln 2$ ③ $16 + \ln 2$
 ④ $16 + 2\ln 2$ ⑤ $16 + 3\ln 2$

27. 실수 전체 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 에 대해

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{에서}$$

$$f(e^{\sin x} + \sin x) = x$$

가 성립할 때, $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} f'(e^{\sin x} + \sin x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln(\sqrt{3}-1)$ ② $\ln(2\sqrt{3}-1)$ ③ 1
 ④ $\ln(1+\sqrt{3})$ ⑤ $\ln(2+\sqrt{3})$

28. 1이 아닌 자연수 n 에 대해

$$S(n) = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{n-1}{2n} \\ + \frac{1}{2n+1} + \dots + \frac{1}{3n-1} - \frac{n-1}{3n} + \frac{1}{3n+1} \dots$$

라고 할 때, $\frac{S_2 + S_8}{S_4}$ 의 값은? [4점]

- ① $\ln 2$ ② $2\ln 2$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ e

단답형

29. 수열 $\{a_n\}$, 수열 $\{b_n\}$ 에 대해 수열 $\{a_n b_n\}$ 이 등비수열을 이루고 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \frac{1}{4} a_1 b_1 - \frac{3}{2} a_2 b_2 = 54$$

(나) 모든 자연수 n 에 대해 a_n, b_n 중 적어도 하나는 정수이다.

모든 자연수 n 에 대해 $b_n < a_n \leq a_1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 최댓값이

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 실수 전체 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 와 사차함수 $g(x)$ 가 모든 실수 t 에 대해

$$g(t) = \int_0^t t f(x^2 + 2) dx$$

를 만족시킨다.

$f(2) = 6$, $\int_2^6 f(x) dx = 36$ 일 때, $g(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.