<2026학년도 9월 평가원>

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$는 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=\ln\left(\frac{g(x)}{1+xf'(x)}\right)$$

를 만족시킨다. $f(1)=4\ln 2$이고

$$\int_1^2 g(x)\,dx=34,\quad \int_1^2 x\,g(x)\,dx=53$$

일 때, $\int_1^2 x\,e^{f(x)}\,dx$의 값을 구하시오. [4점]

<2014학년도 9월 평가원 B형>

역(B형)

30. 두 연속함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$g(e^x)=\begin{cases} f(x) & (0\le x<1) \\ g(e^{x-1})+5 & (1\le x\le 2)\end{cases}$$

를 만족시키고, $\int_1^{e^2} g(x)\,dx=6e^2+4$이다.

$\int_1^{e} f(\ln x)\,dx=ae+b$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.

(단, a, b는 정수이다.) [4점]

<2018년 7월 고3 교육청 (가)형>

20. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x에 대하여 $g(x)=\int_1^x \frac{f(t^2+1)}{t}dt$

(나) $\int_2^5 f(x)dx=16$

$g(2)=3$일 때, $\int_1^2 xg(x)dx$의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

<2020년 7월 고3 교육청 (가)형>

19. 실수 전체의 집합에서 $f(x)>0$이고 도함수가 연속인 함수 $f(x)$가 있다. 실수 전체의 집합에서 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\int_0^x \ln f(t)dt$$

일 때, 함수 $g(x)$와 $g(x)$의 도함수 $g'(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 극값 2를 갖는다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g'(-x)=g'(x)$이다.

$\int_{-1}^1 \frac{xf'(x)}{f(x)}dx$의 값은? [4점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

<2024년 10월 고3 교육청>

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\{f(x)\}^2=2\int_3^x (t^2+2t)f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $\int_{-3}^0 f(x)\,dx$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M-m$의 값을 구하시오. [4점]

20. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$2x^2 f(x) = 3\int_0^x (x-t)\{f(x)+f(t)\}\,dt$$

를 만족시킨다. $f'(2)=4$일 때, $f(6)$의 값을 구하시오. [4점]

21. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$

(나) $g(x) = \dfrac{4}{e^4}\displaystyle\int_1^x e^{t^2} f(t)\,dt$

$f(1)=\dfrac{1}{e}$일 때, $f(2)-g(2)$의 값은? [4점]

① $\dfrac{16}{3e^4}$ ② $\dfrac{6}{e^4}$ ③ $\dfrac{20}{3e^4}$ ④ $\dfrac{22}{3e^4}$ ⑤ $\dfrac{8}{e^4}$

28. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x) = -x + e^{1-x^2}$$

이다. 양수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$ 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$라 하자. $g(1)+g'(1)$의 값은? [4점]

① $\dfrac{1}{2}e+\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{1}{2}e+\dfrac{2}{3}$ ③ $\dfrac{1}{2}e+\dfrac{5}{6}$

④ $\dfrac{2}{3}e+\dfrac{1}{2}$ ⑤ $\dfrac{2}{3}e+\dfrac{2}{3}$

28. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 있다. 모든 실수 x에 대하여 $f(2x)=2f(x)f'(x)$이고,

$$f(a)=0,\ \int_{2a}^{4a}\frac{f(x)}{x}dx=k\ \ (a>0,\ 0<k<1)$$

일 때, $\int_{a}^{2a}\frac{\{f(x)\}^2}{x^2}dx$의 값을 k로 나타낸 것은? [3점]

① $\frac{k^2}{4}$ ② $\frac{k^2}{2}$ ③ k^2
④ k ⑤ $2k$

21. 닫힌 구간 $[0, 1]$에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가

$$\int_0^1 f(x)dx=2,\ \int_0^1 |f(x)|dx=2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 함수 $F(x)$가

$$F(x)=\int_0^x |f(t)|dt\ \ (0\le x\le 1)$$

일 때, $\int_0^1 f(x)F(x)dx$의 값은? [4점]

① $4-\sqrt{2}$ ② $2+\sqrt{2}$ ③ $5-\sqrt{2}$
④ $1+2\sqrt{2}$ ⑤ $2+2\sqrt{2}$

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은? [4점]

> (가) 모든 실수 x에 대하여
> $2\{f(x)\}^2 f'(x) = \{f(2x+1)\}^2 f'(2x+1)$이다.
>
> (나) $f\left(-\frac{1}{8}\right) = 1$, $f(6) = 2$

① $\frac{\sqrt[3]{3}}{6}$ ② $\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt[3]{3}}{6}$

단답형

29. 함수 $f(x) = e^x + x - 1$과 양수 t에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x \{t - f(s)\}\, ds$$

가 $x = \alpha$에서 최댓값을 가질 때, 실수 α의 값을 $g(t)$라 하자. 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $\int_{f(1)}^{f(5)} \frac{g(t)}{1 + e^{g(t)}}\, dt$의 값을 구하시오. [4점]

(미적분)

홀수형

30. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(1)=1$, $\int_{1}^{2} f(x)\,dx = \frac{5}{4}$
>
> (나) 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $x \geq 1$인 모든 실수 x에 대하여 $g(2x)=2f(x)$이다.

$\int_{1}^{8} x f'(x)\,dx = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

<2025학년도 9월 평가원>

28. 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수를 갖고, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$를

$$g(x) = f'(2x)\sin \pi x + x$$

라 하자. 함수 $g(x)$는 역함수 $g^{-1}(x)$를 갖고,

$$\int_{0}^{1} g^{-1}(x)\,dx = 2\int_{0}^{1} f'(2x)\sin \pi x\,dx + \frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $\int_{0}^{2} f(x)\cos\frac{\pi}{2}x\,dx$ 의 값은? [4점]

① $-\frac{1}{\pi}$ ② $-\frac{1}{2\pi}$ ③ $-\frac{1}{3\pi}$ ④ $-\frac{1}{4\pi}$ ⑤ $-\frac{1}{5\pi}$

29. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $-1 \le x \le 1$에서 $f(x) < 0$이다.
> (나) $\int_{-1}^{0} |f(x)\sin x|\,dx = 2$, $\int_{0}^{1} |f(x)\sin x|\,dx = 3$

함수 $g(x) = \int_{-1}^{x} |f(t)\sin t|\,dt$에 대하여

$\int_{-1}^{1} f(-x)g(-x)\sin x\,dx = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(-x) = f(x)$
> (나) $f(x+2) = f(x)$

$\int_{-1}^{5} f(x)(x+\cos 2\pi x)\,dx = \frac{47}{2}$, $\int_{0}^{1} f(x)\,dx = 2$일 때,

$\int_{0}^{1} f'(x)\sin 2\pi x\,dx$의 값은? [4점]

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{5}{12}\pi$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

<2021년 7월 고3 교육청>

(미적분)

고 3

30. 두 자연수 a, b에 대하여 이차함수 $f(x)=ax^2+b$가 있다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\ln f(x)-\frac{1}{10}\{f(x)-1\}$$

이라 하자. 실수 t에 대하여 직선 $y=|g(t)|$와 함수 $y=|g(x)|$의 그래프가 만나는 점의 개수를 $h(t)$라 하자. 두 함수 $g(x)$, $h(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극솟값을 갖는다.
> (나) 함수 $h(t)$가 $t=k$에서 불연속인 k의 값의 개수는 7이다.

$\int_0^a e^x f(x)\,dx = me^a - 19$일 때, 자연수 m의 값을 구하시오. [4점]

<2022년 10월 고3 교육청>

(미적분)

고 3

30. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\ln\{f(x)+f'(x)+1\}$$

이 있다. 상수 a와 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $g(x)>0$이고
> $$\int_{2a}^{3a+x} g(t)\,dt = \int_{3a-x}^{2a+2} g(t)\,dt$$
> 이다.
> (나) $g(4)=\ln 5$

$\int_3^5 \{f'(x)+2a\}g(x)\,dx = m+n\ln 2$일 때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, m, n은 정수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점]

29. 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x<1$일 때, $f'(x)=-2x+4$이다.
(나) $x \geq 0$인 모든 실수 x에 대하여
$f(x^2+1)=ae^{2x}+bx$이다. (단, a, b는 상수이다.)

$\int_0^5 f(x)dx = pe^4 - q$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 유리수이다.) [4점]

30. 함수 $f(x)=\int_0^x e^{\cos \pi t}dt$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $h(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$h(g(x)+2)=2x^3+6f(1)x^2+1$$

을 만족시킨다. $\int_3^7 \frac{h'(x)}{f(x)}dx = k \times \{f(1)\}^2$일 때, 실수 k의 값을 구하시오. [4점]

28. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)>0$이다. 상수 k에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_k^x f'(t)\ln f(t)\,dt$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 극대 또는 극소인 모든 a를 작은 수부터 크기순으로 나열하면 a_1, a_2, a_3이다. 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(a_2)$의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\ge 0$이다.

(나) $\displaystyle\int_{a_1}^{a_3}\left(g(x)+f(x)-f(x)\ln f(x)\right)dx=\frac{3}{2}$

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

30. 함수 $f(x)=ax^3-2ax^2+bx-b-2$가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 $a\,(a\neq 0)$, b에 대하여 $h'(-\sqrt{2})$의 최댓값이 $\frac{k}{\pi}$일 때, k^2의 값을 구하시오. [4점]

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x)+2 & (x<0 \text{ 또는 } x>2) \\ -2\cos\left(\frac{\pi}{4}f(x)\right) & (0\le x\le 2)\end{cases}$$

는 역함수 $h(x)$를 갖는다.

<2015학년도 9월 평가원 B형>

역(B 형)

30. 양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 양의 실수 x에 대하여 $f(x)>0$이다.
> (나) 임의의 양의 실수 t에 대하여 세 점
> $(0,0)$, $(t, f(t))$, $(t+1, f(t+1))$
> 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\dfrac{t+1}{t}$이다.
> (다) $\displaystyle\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=2$

$\displaystyle\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x}dx=\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

<2019학년도 6월 평가원 (가)형>

역(가 형)

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 하자. 모든 실수 t에 대하여

$$(1+t^2)\{g(t+1)-g(t)\}=2t$$

이고, $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx=-\frac{\ln 10}{4}$, $f(1)=4+\dfrac{\ln 17}{8}$일 때,
$\displaystyle 2\{f(4)+f(-4)\}-\int_{-4}^{4} f(x)\,dx$의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x+1)-g(x)=-\pi(e+1)e^x\sin(\pi x)$

(나) $g(x+1)=\int_0^x\{f(t+1)e^t-f(t)e^t+g(t)\}dt$

$\int_0^1 f(x)dx=\frac{10}{9}e+4$일 때, $\int_1^{10} f(x)dx$의 값을 구하시오. [4점]