<2026학년도 6월 평가원>

29. 두 정수 α, $\beta\,(\alpha > \beta)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_n = \alpha \times \sin\frac{n}{2}\pi + \beta \times \cos\frac{n}{2}\pi$$
>
> 이고, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 4$이다.

수열 $\{a_n\}$과 $b_1 > 0$인 등비수열 $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_{4n-2}\,b_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_{4n-3}\,b_{2n}\right) = 6$$

일 때, $b_1 \times b_3 = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

<2026학년도 9월 평가원>

29. 첫째항이 양수이고 공비가 유리수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하고, 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_1 + a_2 < 10$
>
> (나) 수열 $\{a_n\}$의 정수인 항의 개수는 3이고,
> 이 세 항의 곱은 216이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+a_{n+1})=5,\quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(|a_{n+1}+a_{n+2}|\times\sin\frac{n\pi}{2}\right)=2$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(100a_n-ma_{3n})$의 값이 자연수가 되도록 하는 자연수 m의 최댓값을 구하시오. [4점]

<2025년 3월 고3 교육청>

30. 함수 $f(x)$는 $0\le x<2$일 때 $f(x)=x(2-x)$이고 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$이다. 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$이 수렴하고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) r은 유리수이다.
(나) 함수 $f(x)$가 $x=a_k$에서 극값을 갖고 $0<a_k<10$인 자연수 k의 개수는 3이다.

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_1a_{n+1}+a_{2n}}{a_{n+1}+a_n}=\frac{81}{10}$ 일 때, $a_7=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

<2024학년도 6월 평가원>

30. 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -1 & (a_n \le -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$은 수렴하고 그 합은 -3이다.
(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$은 수렴하고 그 합은 8이다.

$b_3 = -1$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$의 값을 구하시오. [4점]

<2024년 5월 고3 교육청>

30. 수열 $\{a_n\}$은 공비가 0이 아닌 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} a_n & (|a_n| < \alpha) \\ -\dfrac{5}{a_n} & (|a_n| \ge \alpha) \end{cases} \quad (\alpha\text{는 양의 상수})$$

라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$과 자연수 p가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$
(나) $\sum_{n=1}^{m} \dfrac{a_n}{b_n}$의 값이 최소가 되도록 하는 자연수 m은 p이고, $\sum_{n=1}^{p} b_n = 51$, $\sum_{n=p+1}^{\infty} b_n = \dfrac{1}{64}$이다.

$32 \times (a_3 + p)$의 값을 구하시오. [4점]

<2025년 5월 고3 교육청>

30. 수열 $\{a_n\}$은 모든 항이 양수인 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} (-1)^n & (a_n < 1) \\ a_n & (a_n \geq 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}(3b_{3n-2} - 7b_{3n-1} + 2b_{3n})$은 수렴한다.

(나) ${b_5}^2 = b_4 b_6 - \frac{9}{4}$

$90a_3$의 값을 구하시오. [4점]

<2025년 7월 고3 교육청>

29. 첫째항이 자연수이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty}(|a_n + 1| - a_n - 1) = 26$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

<2024학년도 수능>

29. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right) \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n\right),$$

$$3 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{2n}| = 7 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{3n}|$$

이 성립한다. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n-1} + b_{3n+1}}{b_n} = S$일 때, $120S$의 값을 구하시오. [4점]

<2024년 7월 고3 교육청>

29. 첫째항이 1이고 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(20a_{2n} + 21|a_{3n-1}|\right) = 0$$

이다. 첫째항이 0이 아닌 등비수열 $\{b_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3|a_n| + b_n}{a_n}$이 수렴할 때, $b_1 \times \sum_{n=1}^{\infty} b_n$의 값을 구하시오. [4점]

<2026학년도 사관학교 1차>

29. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n}}{a_{2n}} = \frac{5}{3}, \quad \left|\sum_{n=1}^{\infty}(a_n - b_n)\right| = \left|\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right|$$

이 성립한다. $b_1 = \frac{5}{2}a_1$일 때, $25 \times \frac{a_2}{b_3}$의 값을 구하시오. [4점]

<2025학년도 수능>

29. 등비수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{n=1}^{\infty}(|a_n| + a_n) = \frac{40}{3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty}(|a_n| - a_n) = \frac{20}{3}$$

을 만족시킨다. 부등식

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{2n}\left((-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} \times a_{m+k}\right) > \frac{1}{700}$$

을 만족시키는 모든 자연수 m의 값의 합을 구하시오. [4점]

<2025학년도 9월 평가원>

29. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제m항까지의 합을 S_m이라 하자. 모든 자연수 m에 대하여

$$S_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m+1}{n(n+m+1)}$$

일 때, $a_1 + a_{10} = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]