<2026학년도 6월 평가원>

15. 상수 k와 $f'(0)=6$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x)+k & (|x|>1) \\ -f(x) & (|x|\le 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k+f\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은? [4점]

> (가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x\to a+}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}$의 값이 존재하고 그 값은 0 이하이다.
>
> (나) x에 대한 방정식 $g(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t의 최댓값은 13이다.

① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

<2026학년도 9월 평가원>

15. 최고차항의 계수가 양수이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x (|f(t)|-|t|)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 방정식 $g'(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
>
> (나) 함수 $g(x)$는 $x=2$, $x=6$에서 극값을 갖는다.

$f(6)\times g(2)<0$일 때, $f(8)$의 값은? [4점]

① 16 ② 22 ③ 28 ④ 34 ⑤ 40

22. 최고차항의 계수가 4이고 서로 다른 세 극값을 갖는 사차함수 $f(x)$와 두 함수 $g(x)$,

$$h(x)=\begin{cases} 4x+2 & (x<a) \\ -2x-3 & (x\ge a) \end{cases}$$

가 있다. 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여

$$|g(x)|=f(x),\ \lim_{t\to 0+}\frac{g(x+t)-g(x)}{t}=|f'(x)|$$

이다.
(나) 함수 $g(x)h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$g(0)=\frac{40}{3}$일 때, $g(1)\times h(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

[4점]

14. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} -x+4 & (x\le 0 \text{ 또는 } x\ge 6) \\ f(x) & (0<x<6) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $g(f(2))$의 값은? [4점]

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(나) x에 대한 방정식 $|g(x)|=k$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 3이 되도록 하는 양수 k의 개수는 1이다.

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

<2020학년도 수능 (나)형>

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다. (나) 방정식 $f(x)+x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=1$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

<2025학년도 사관학교 1차>

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=|f(x)|$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(8)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $f'(x)$의 그래프는 직선 $x=2$에 대하여 대칭이다. (나) 함수 $g(x)$는 $x=5$에서 미분가능하고, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(5, g(5))$에서의 접선은 곡선 $y=g(x)$와 점 $(0, g(0))$에서 접한다.

<2022년 7월 고3 교육청>

22. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 할 때, 함수 $h(x)$를

$$h(x)=|f(x)|+g(x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=h(x)$ 위의 점 $(k,\ 0)\ (k\neq 0)$에서의 접선의 방정식은 $y=0$이다. (나) 방정식 $h(x)=0$의 실근 중에서 가장 큰 값은 12이다.

$h(3)=-\dfrac{9}{2}$일 때, $k\times\{h(6)-h(11)\}$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [4점]

<2021년 7월 고3 교육청>

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$에 대하여 방정식 $f'(x)=0$의 서로 다른 세 실근 α, 0, $\beta\,(\alpha<0<\beta)$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=9$는 서로 다른 세 실근을 가진다. (나) $f(\alpha)=-16$

함수 $g(x)=|f'(x)|-f'(x)$에 대하여 $\int_0^{10} g(x)\,dx$의 값은? [4점]

① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

<2024학년도 9월 평가원>

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} & (f(x)\neq 0)\\ 3 & (f(x)=0)\end{cases}$$

이라 하자. $\lim_{x\to 3} g(x)=g(3)-1$일 때, $g(5)$의 값은? [4점]

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

<2024학년도 9월 평가원>

22. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하고 $g(x)$의 한 부정적분을 $G(x)$라 할 때, 이 함수들은 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_1^x f(t)\,dt = xf(x)-2x^2-1$ (나) $f(x)G(x)+F(x)g(x)=8x^3+3x^2+1$

$\int_1^3 g(x)\,dx$의 값을 구하시오. [4점]

<2025학년도 9월 평가원>

15. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$는 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_1^x tf(t)\,dt+\int_{-1}^x t\,g(t)\,dt=3x^4+8x^3-3x^2$ (나) $f(x)=xg'(x)$

$\int_0^3 g(x)\,dx$의 값은? [4점]

① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 상수 $k\,(k \geq 0)$에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} 2x - k & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능하다.

(나) 모든 실수 x에 대하여

$\displaystyle\int_0^x g(t)\left\{|t(t-1)| + t(t-1)\right\} dt \geq 0$이고

$\displaystyle\int_3^x g(t)\left\{|(t-1)(t+2)| - (t-1)(t+2)\right\} dt \geq 0$이다.

$g(k+1)$의 최솟값은? [4점]

① $4-\sqrt{6}$ ② $5-\sqrt{6}$ ③ $6-\sqrt{6}$ ④ $7-\sqrt{6}$ ⑤ $8-\sqrt{6}$

15. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0) = f'(2) = 0$인 삼차함수 $f(x)$가 있다. 양수 p와 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq x) \\ f(x-p) + 3p & (f(x) < x) \end{cases}$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(0)$의 값은? [4점]

① $4-3\sqrt{6}$ ② $2-2\sqrt{6}$ ③ $3-2\sqrt{6}$ ④ $3-\sqrt{6}$ ⑤ $4-\sqrt{6}$

15. 상수 $a\,(a \neq 3\sqrt{5}\,)$와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} x^3+ax^2+15x+7 & (x \le 0) \\ f(x) & (x>0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) x에 대한 방정식 $g'(x)\times g'(x-4)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(-2)+g(2)$의 값은? [4점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

22. 양수 a와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x \{f'(t+a)\times f'(t-a)\}dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(x)$는 $x=\frac{1}{2}$과 $x=\frac{13}{2}$에서만 극값을 갖는다.

$f(0)=-\frac{1}{2}$일 때, $a\times f(1)$의 값을 구하시오. [4점]

15. 최고차항의 계수가 4이고 $f(0)=f'(0)=0$을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} \int_0^x f(t)dt+5 & (x<c) \\ \left| \int_0^x f(t)dt-\frac{13}{3} \right| & (x \geq c) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 c의 개수가 1일 때, $g(1)$의 최댓값은? [4점]

① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x+2) & (x<0) \\ \int_0^x tf(t)dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 실수 a에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x)=|g(x)-g(a)|$$

라 할 때, 함수 $h(x)$가 $x=k$에서 미분가능하지 않은 실수 k의 개수가 1이 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은? [4점]

① $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{7\sqrt{3}}{6}$ ③ $-\sqrt{3}$
④ $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

15. 최고차항의 계수가 1이고 $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=1$인 사차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\{g(x)-x\}\{g(x)-f(x)\}=0$$

을 만족시킨다. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 $\frac{g(-2)}{g(3)}$의 값의 합은? [4점]

> (가) $\lim_{x\to2}\frac{g(x)-g(2)}{x-2}$의 값은 존재하지 않는다.
> (나) $x\ge a$인 모든 실수 x에 대하여 $g(-x)=-g(x)$를 만족시키는 실수 a의 최솟값은 4이다.

① $-\frac{41}{3}$ ② -13 ③ $-\frac{37}{3}$ ④ $-\frac{35}{3}$ ⑤ -11

15. 함수 $f(x)=x^2+ax+b$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases}|f(x)|-x^2 & (x\le0)\\ \{f(x)\}^2+x^3 & (x>0)\end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 $x=b$에서만 미분가능하지 않다.
> (나) 방정식 $g(x)=0$은 음의 실근을 갖는다.

$g\left(-\frac{1}{2}\right)+g(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① $\frac{183}{2}$ ② $\frac{187}{2}$ ③ $\frac{191}{2}$ ④ $\frac{195}{2}$ ⑤ $\frac{199}{2}$

15. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x |f(t)|dt+\left|\int_0^x f(t)dt\right|$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g(x)=0$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 범위는 $-7\le x\le 0$이다.
> (나) 양수 p에 대하여 $g(x)=81$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 범위는 $4p\le x\le 7p$이다.

$f(-10)$의 값은? [4점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15