

시험지

이름 _____ 날짜 _____ 시간 _____ 단원 _____

1. 두 양수 p, q 와 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 12$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $p + q$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $xg(x) = |xf(x - p) + qx|$ 이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하지 않은 실수 a 의 개수는 1 이다.

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

2. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_9 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은? [4점]

(가) $a_7 = 40$
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} \text{ 이 } 3 \text{ 의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1} \text{ 이 } 3 \text{ 의 배수인 경우}) \end{cases}$$
 이다.

- ① 216
- ② 218
- ③ 220
- ④ 222
- ⑤ 224

3. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(1) + (x - 1)f'(g(x))$ 이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$ 이다.
 (다) $f(0) = -3, f(g(1)) = 6$

4. 두 상수 $a(a > 0), b$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은?

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $\{f(x)\}^2 + 2f(x) = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x} + b$ 이다.
 (나) $f(0) = f(2) + 1$

- ① $-\frac{1}{16}$
- ② $-\frac{7}{64}$
- ③ $-\frac{5}{32}$
- ④ $-\frac{13}{64}$
- ⑤ $-\frac{1}{4}$

5. 29. 두 정수 $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.
모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \alpha \times \sin \frac{n}{2}\pi + \beta \times \cos \frac{n}{2}\pi$$

이고, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 4$ 이다.

수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1 > 0$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-2}b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-3}b_{2n}) = 6$$

일 때, $b_1 \times b_3 = \frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

6. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \left| f\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right) \right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극소이고, $g(0) > 0$ 이다.
(나) $g'(\ln 3) < 0, |g'(-\ln 3)| = \frac{3}{8}g(-\ln 3)$

$g(0)$ 의 최솟값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]