해설

29.

[정답] 5

[출제 의도] 조건부확률의 정의를 이용해 문제를 해결한다.

문제의 시행을 4번 반복한 후 앞면이 보이는 카드의 개수는 2 또는 4 또는 6이다. 따라서 앞면이 보이는 카드가 존재할 때,
이 카드들에 적힌 자연수의 합은 3보다 크고 21보다 작다.

(ⅰ) 카드에 보이는 모든 수의 합이 10인 경우

카드에 보이는 모든 수의 합이 10이기 위해서는 모든 카드의 합인 21에서 11을 제외해야 한다. 이때 뒷면이 놓인 카드의 합이 11이 될 수 있는 경우는

$6+5$ 또는 $5+3+2+1$

이다.

(a) 뒷면이 놓인 카드가 2장인 경우

앞면이 보이는 4장의 카드 중 두 번 뒤집힐 1장의 카드를 고르는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1=4$

카드를 뒤집을 순서를 정하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!}=12$

따라서 시행을 4번 반복한 후 뒷면이 놓여 있는 카드가 2장인 경우의 수는 $4\times12=48$이다.

(b) 뒷면이 놓인 카드가 4장인 경우

4장의 카드를 뒤집을 순서를 정하는 경우의 수는 $4!$이므로 시행을 4번 반복한 후 뒷면이 놓여 있는 카드가 4장일 경우의 수는 24이다.

따라서 카드에 보이는 모든 수의 합이 10인 모든 경우의 수는 $48+24=72$이다.

(ⅱ) 카드에 보이는 모든 수의 합이 8인 경우

카드에 보이는 모든 수의 합이 8이기 위해서는 모든 카드의 합인 21에서 13을 제외해야 한다.

이때 뒷면이 놓인 카드의 합이 13이 될 수 있는 경우는

$6+4+2+1$ 또는 $5+4+3+1$

이다. 따라서 카드에 보이는 모든 수의 합이 8인 모든 경우의 수는 $24\times2=48$이다.

(ⅲ) 카드에 보이는 모든 수의 합이 6인 경우

카드에 보이는 모든 수의 합이 6이기 위해서는 모든 카드의 합인 21에서 15를 제외해야 한다.

이때 뒷면이 놓인 카드의 합이 15이 될 수 있는 경우는

$6+5+3+1$ 또는 $6+4+3+2$

이다. 따라서 카드에 보이는 모든 수의 합이 6인 모든 경우의 수는 $24\times2=48$이다.

(ⅳ) 카드에 보이는 모든 수의 합이 4인 경우

카드에 보이는 모든 수의 합이 4이기 위해서는 모든 카드의 합인 21에서 17를 제외해야 한다.

이때 뒷면이 놓인 카드의 합이 17이 될 수 있는 경우는

$6+5+4+2$

이다.

따라서 카드에 보이는 모든 수의 합이 4인 모든 경우의 수는 24이다.

(ⅰ)~(ⅳ)에 따라 앞면에 놓인 모든 수의 합이 10 이하의 짝수일 경우의 수는 $72+48+48+24=192$이다.

한편, (ⅰ)~(ⅳ)에서 뒷면이 놓여 있는 카드가 2장일 경우의 수는 (ⅰ)에서 뒷면이 놓인 카드가 6+5일 경우밖에 없으므로 해당 경우의 수는 48이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{48}{192}=\frac{1}{4}$이다.

$\therefore\ p=4,\ q=1,\ p+q=5$