

27. 두 함수

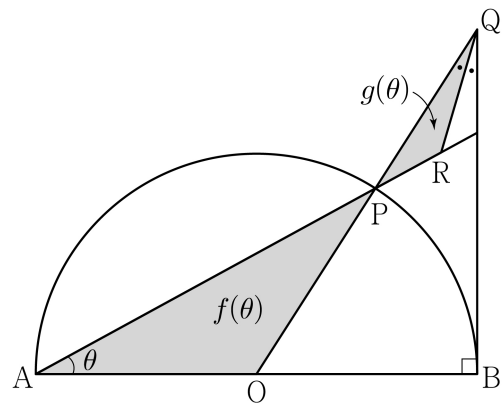
$$f(x) = e^x, \quad g(x) = k \sin x$$

에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수가 3일 때, 양수 k 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{2}}$ ② $\sqrt{2}e^{\frac{7\pi}{4}}$ ③ $\sqrt{2}e^{2\pi}$
 ④ $\sqrt{2}e^{\frac{9\pi}{4}}$ ⑤ $\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{2}}$

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 OP와 만나는 점을 Q라 하고, $\angle OQB$ 의 이등분선이 직선 AP와 만나는 점을 R라 하자. $\angle OAP = \theta$ 일 때, 삼각형 OAP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PQR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

단답형

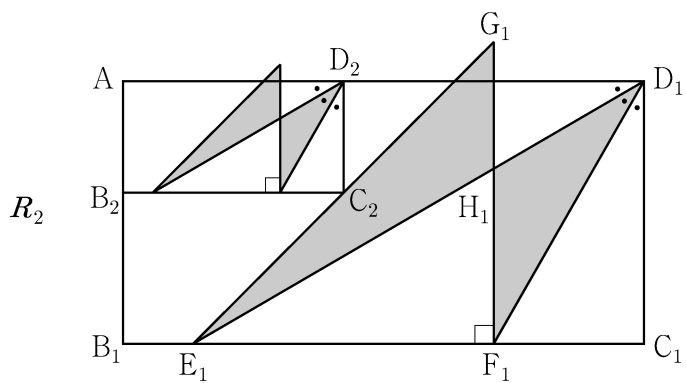
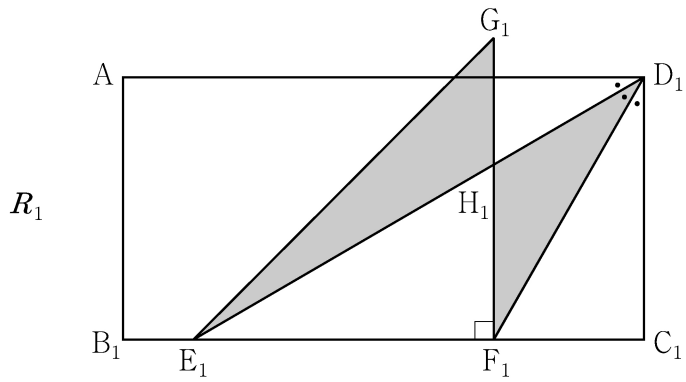
29. $t > 2e$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = t(\ln x)^2 - x^2$ 이 $x = k$ 에서 극대일 때, 실수 k 의 값을 $g(t)$ 라 하면 $g(t)$ 는 미분가능한 함수이다. $g(\alpha) = e^2$ 인 실수 α 에 대하여 $\alpha \times \{g'(\alpha)\}^2 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. $t > \frac{1}{2} \ln 2$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \ln(1 + e^{2x} - e^{-2t})$ 과 직선 $y = x + t$ 가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때, $f'(\ln 2) = \frac{q}{p} \sqrt{2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

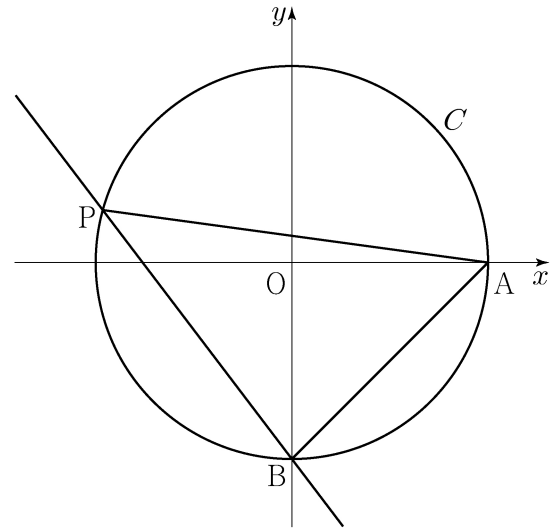
27. 그림과 같이 $\overline{AB_1} = 1, \overline{B_1C_1} = 2$ 인 직사각형 $AB_1C_1D_1$ 이 있다.
 $\angle AD_1C_1$ 을 삼등분하는 두 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점 중 점 B_1 에 가까운 점을 E_1 , 점 C_1 에 가까운 점을 F_1 이라 하자.
 $\overline{E_1F_1} = \overline{F_1G_1}$, $\angle E_1F_1G_1 = \frac{\pi}{2}$ 이고 선분 AD_1 과 선분 F_1G_1 이 만나도록 점 G_1 을 잡아 삼각형 $E_1F_1G_1$ 을 그린다.
 선분 E_1D_1 과 선분 F_1G_1 이 만나는 점을 H_1 이라 할 때, 두 삼각형 $G_1E_1H_1, H_1F_1D_1$ 로 만들어진 \sphericalangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
 그림 R_1 에 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 선분 E_1G_1 위의 점 C_2 , 선분 AD_1 위의 점 D_2 와 점 A 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2} : \overline{B_2C_2} = 1 : 2$ 인 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 \sphericalangle 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{18}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{18}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

28. 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 C 와 두 점 $A(2, 0), B(0, -2)$ 가 있다. 원 C 위에 있고 x 좌표가 음수인 점 P 에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자.
 점 $Q(0, 2\cos\theta)$ 에서 직선 BP 에 내린 수선의 발을 R 라 하고, 두 점 P 와 R 사이의 거리를 $f(\theta)$ 라 할 때, $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\theta) d\theta$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$
 ④ $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}-3}{2}$



단답형

29. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = \{f(x)+2\}e^{f(x)}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(a)=6$ 인 a 에 대하여 $g(x)$ 는 $x=a$ 에서 최댓값을 갖는다.

(나) $g(x)$ 는 $x=b, x=b+6$ 에서 최솟값을 갖는다.

방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 할 때, $(\alpha-\beta)^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 실수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 9인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \times f(x))}{x} = 0$$

(나) $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 곱은 5이다.

함수 $g(x)$ 는 $0 \leq x < 1$ 일 때 $g(x) = f(x)$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+1) = g(x)$ 이다.

$g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\int_0^5 xg(x)dx = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

27. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치가 곡선 $y = x^2$ 과 직선 $y = t^2x - \frac{\ln t}{8}$ 가 만나는 서로 다른 두 점의 중점일 때, 시각 $t=1$ 에서 $t=e$ 까지 점 P가 움직인 거리는?
[3점]

- ① $\frac{e^4}{2} - \frac{3}{8}$ ② $\frac{e^4}{2} - \frac{5}{16}$ ③ $\frac{e^4}{2} - \frac{1}{4}$
 ④ $\frac{e^4}{2} - \frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{e^4}{2} - \frac{1}{8}$

28. 함수 $f(x) = 6\pi(x-1)^2$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = 3f(x) + 4\cos f(x)$$

라 하자. $0 < x < 2$ 에서 함수 $g(x)$ 가 극소가 되는 x 의 개수는?
[4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

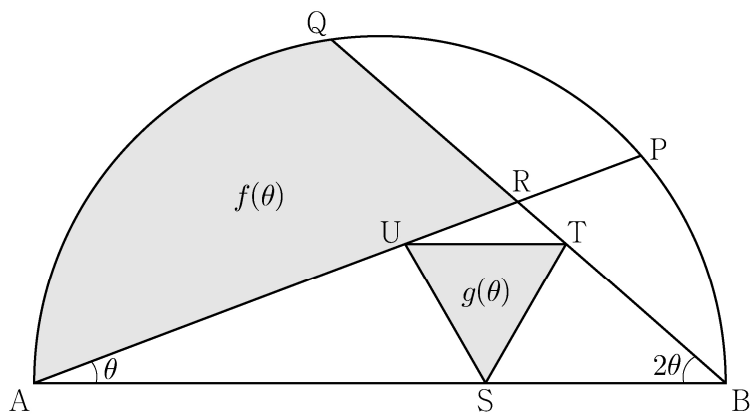
단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QBA = 2\theta$ 가 되도록 잡고, 두 선분 AP, BQ의 교점을 R라 하자.

선분 AB 위의 점 S, 선분 BR 위의 점 T, 선분 AR 위의 점 U를 선분 UT가 선분 AB에 평행하고 삼각형 STU가 정삼각형이 되도록 잡는다. 두 선분 AR, QR와 호 AQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 STU의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta \times f(\theta)} = \frac{q}{p} \sqrt{3} \text{ 이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(1) = 1, \int_1^2 f(x) dx = \frac{5}{4}$$

(나) 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,
 $x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(2x) = 2f(x)$ 이다.

$$\int_1^8 xf'(x) dx = \frac{q}{p} \text{ 일 때, } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

27. 첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - \frac{3n+7}{n+2} \right)$$

이 실수 S 에 수렴할 때, S 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

28. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \ln|f(x)| & (f(x) \neq 0) \\ 1 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

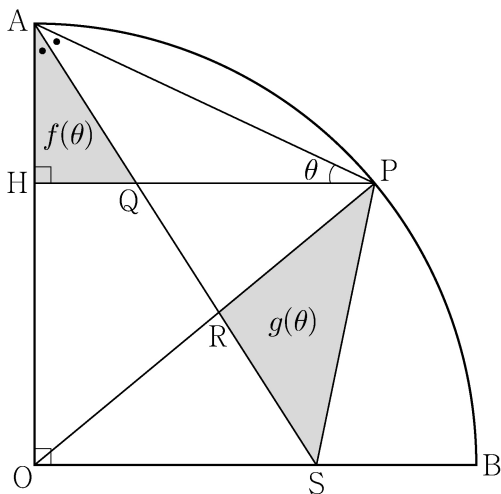
이고 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$ 의 극솟값은? [4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에서 연속이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$ 에서 극대이고,
 함수 $|g(x)|$ 는 $x=2$ 에서 극소이다.
 (다) 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① $\ln \frac{13}{27}$ ② $\ln \frac{16}{27}$ ③ $\ln \frac{19}{27}$ ④ $\ln \frac{22}{27}$ ⑤ $\ln \frac{25}{27}$

단답형

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle OAP$ 를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. $\angle APH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.
 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^3 \times g(\theta)}{f(\theta)} = k$ 일 때, $100k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)
 [4점]



30. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \frac{x^2 - ax}{e^x}$$

이다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x) = f'(t)(x-t) + f(t)$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

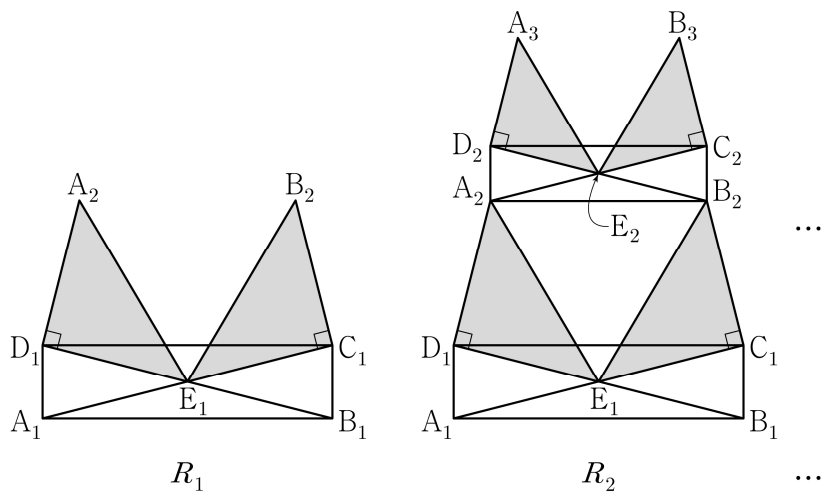
$g(5) + \lim_{t \rightarrow 5} g(t) = 5$ 일 때, $\lim_{t \rightarrow k^-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow k^+} g(t)$ 를 만족시키는

모든 실수 k 의 값의 합은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

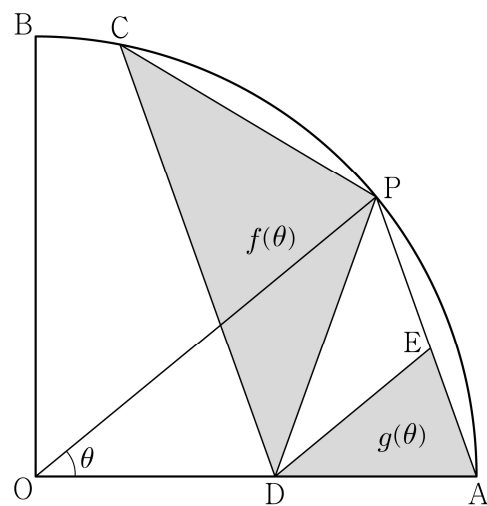
- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 - 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=4$, $\overline{A_1D_1}=1$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 두 대각선의 교점을 E_1 이라 하자.
 $\overline{A_2D_1}=\overline{D_1E_1}$, $\angle A_2D_1E_1=\frac{\pi}{2}$ 이고 선분 D_1C_1 과 선분 A_2E_1 이 만나도록 점 A_2 를 잡고, $\overline{B_2C_1}=\overline{C_1E_1}$, $\angle B_2C_1E_1=\frac{\pi}{2}$ 이고 선분 D_1C_1 과 선분 B_2E_1 이 만나도록 점 B_2 를 잡는다.
 두 삼각형 $A_2D_1E_1$, $B_2C_1E_1$ 을 그린 후 Δ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
 그림 R_1 에서 $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=4:1$ 이고 선분 D_2C_2 가 두 선분 A_2E_1 , B_2E_1 과 만나지 않도록 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다.
 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 세 점 E_2 , A_3 , B_3 을 잡고 두 삼각형 $A_3D_2E_2$, $B_3C_2E_2$ 를 그린 후 Δ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{68}{5}$ ② $\frac{34}{3}$ ③ $\frac{68}{7}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{68}{9}$

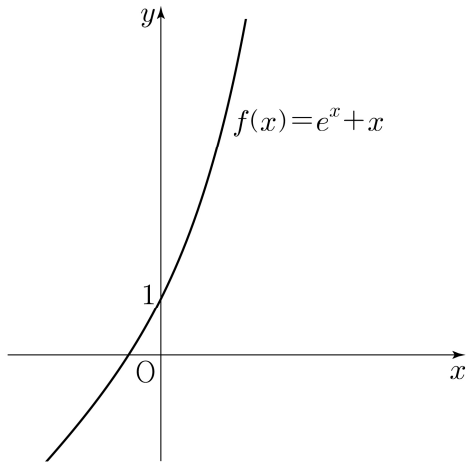
28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 위의 점 P 에 대하여 $\overline{PA}=\overline{PC}=\overline{PD}$ 가 되도록 호 PB 위에 점 C 와 선분 OA 위에 점 D 를 잡는다. 점 D 를 지나고 선분 OP 와 평행한 직선이 선분 PA 와 만나는 점을 E 라 하자. $\angle POA=\theta$ 일 때, 삼각형 CDP 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 EDA 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.
 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

단답형

29. 함수 $f(x) = e^x + x$ 가 있다. 양수 t 에 대하여 점 $(t, 0)$ 과 점 $(x, f(x))$ 사이의 거리가 $x = s$ 에서 최소일 때, 실수 $f(s)$ 의 값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 의 역함수를 $h(t)$ 라 할 때, $h'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 구간 $(0, \infty)$ 에서 $g(x) \geq 0$ 인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x \leq -3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f(-3)$ 이다.
 (나) $x > -3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+3)\{f(x) - f(0)\}^2 = f'(x)$ 이다.

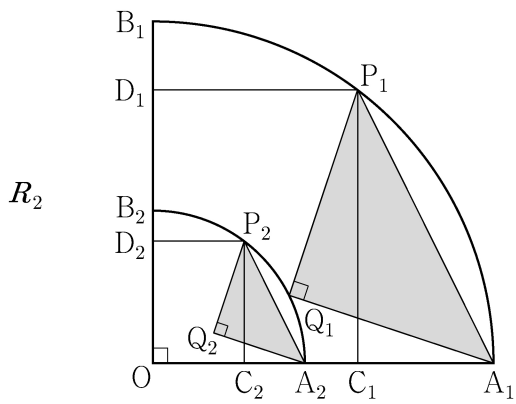
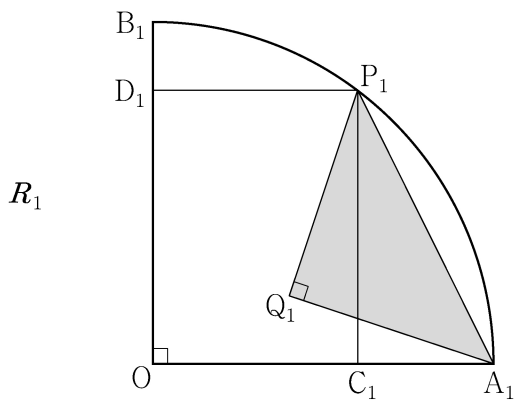
$$\int_4^5 g(x) dx = \frac{q}{p} \text{ 일 때, } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

27. 그림과 같이 중심이 O , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OA_1B_1 이 있다. 호 A_1B_1 위에 점 P_1 , 선분 OA_1 위에 점 C_1 , 선분 OB_1 위에 점 D_1 을 사각형 $OC_1P_1D_1$ 이 $\overline{OC_1} : \overline{OD_1} = 3:4$ 인 직사각형이 되도록 잡는다. 부채꼴 OA_1B_1 의 내부에 점 Q_1 을 $\overline{P_1Q_1} = \overline{A_1Q_1}$, $\angle P_1Q_1A_1 = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고, 이등변삼각형 $P_1Q_1A_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 OA_1 위의 점 A_2 와 선분 OB_1 위의 점 B_2 를 $\overline{OQ_1} = \overline{OA_2} = \overline{OB_2}$ 가 되도록 잡고, 중심이 O , 반지름의 길이가 $\overline{OQ_1}$, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OA_2B_2 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 네 점 P_2, C_2, D_2, Q_2 를 잡고, 이등변삼각형 $P_2Q_2A_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]

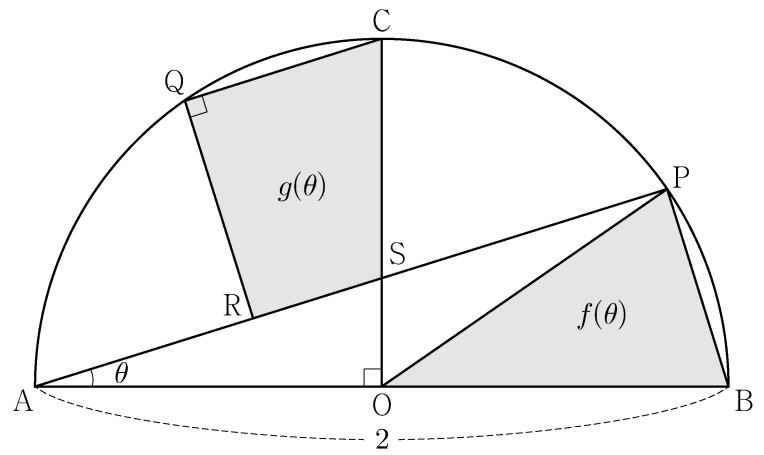


⋮

⋮

- ① $\frac{9}{40}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{11}{40}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{13}{40}$

28. 그림과 같이 중심이 O 이고 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위에 $\angle AOC = \frac{\pi}{2}$ 인 점 C 가 있다. 호 BC 위에 점 P 와 호 CA 위에 점 Q 를 $\overline{PB} = \overline{QC}$ 가 되도록 잡고, 선분 AP 위에 점 R 를 $\angle CQR = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡는다. 선분 AP 와 선분 CO 의 교점을 S 라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 POB 의 넓이를 $f(\theta)$, 사각형 $CQRS$ 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{3f(\theta) - 2g(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

29. 세 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $f(x) = ae^{2x} + be^x + c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)+6}{e^x} = 1$$

$$(나) f(\ln 2) = 0$$

함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$$\int_0^{14} g(x) dx = p + q \ln 2 \text{이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p, q 는 유리수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와

함수 $g(x) = e^{\sin \pi x} - 1$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 합성함수 $h(x) = g(f(x))$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값 0을 갖는다.

(나) 열린구간 $(0, 3)$ 에서 방정식 $h(x)=1$ 의 서로 다른 실근의 개수는 7이다.

$f(3) = \frac{1}{2}$, $f'(3) = 0$ 일 때, $f(2) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

27. 실수 $t(0 < t < \pi)$ 에 대하여 곡선 $y = \sin x$ 위의 점 $P(t, \sin t)$ 에서의 접선과 점 P 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \pi^-} \frac{\tan \theta}{(\pi - t)^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

28. 두 상수 $a(a > 0)$, b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^2 + 2f(x) = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x} + b$$

이다.

(나) $f(0) = f(2) + 1$

- ① $-\frac{1}{16}$ ② $-\frac{7}{64}$ ③ $-\frac{5}{32}$ ④ $-\frac{13}{64}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

27. 실수 t 에 대하여 원점을 지나고 곡선 $y = \frac{1}{e^x} + e^t$ 에 접하는

직선의 기울기를 $f(t)$ 라 하자. $f(a) = -e\sqrt{e}$ 를 만족시키는 상수 a 에 대하여 $f'(a)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{3}e\sqrt{e}$ ② $-\frac{1}{2}e\sqrt{e}$ ③ $-\frac{2}{3}e\sqrt{e}$
 ④ $-\frac{5}{6}e\sqrt{e}$ ⑤ $-e\sqrt{e}$

28. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이고, $x < 0$ 일 때 $f(x) = -4xe^{4x^2}$ 이다.

모든 양수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이고, 이 방정식의 두 실근 중 작은 값을 $g(t)$, 큰 값을 $h(t)$ 라 하자.

두 함수 $g(t), h(t)$ 는 모든 양수 t 에 대하여

$$2g(t) + h(t) = k \quad (k \text{는 상수})$$

를 만족시킨다. $\int_0^7 f(x) dx = e^4 - 1$ 일 때, $\frac{f(9)}{f(8)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}e^5$ ② $\frac{4}{3}e^7$ ③ $\frac{5}{4}e^9$ ④ $\frac{6}{5}e^{11}$ ⑤ $\frac{7}{6}e^{13}$

단답형

29. 세 실수 a, b, k 에 대하여 두 점 $A(a, a+k), B(b, b+k)$ 가 곡선 $C: x^2 - 2xy + 2y^2 = 15$ 위에 있다. 곡선 C 위의 점 A 에서의 접선과 곡선 C 위의 점 B 에서의 접선이 서로 수직일 때, k^2 의 값을 구하시오. (단, $a+2k \neq 0, b+2k \neq 0$) [4점]

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -1 & (a_n \leq -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$ 은 수렴하고 그 합은 -3 이다.

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$ 은 수렴하고 그 합은 8 이다.

$b_3 = -1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

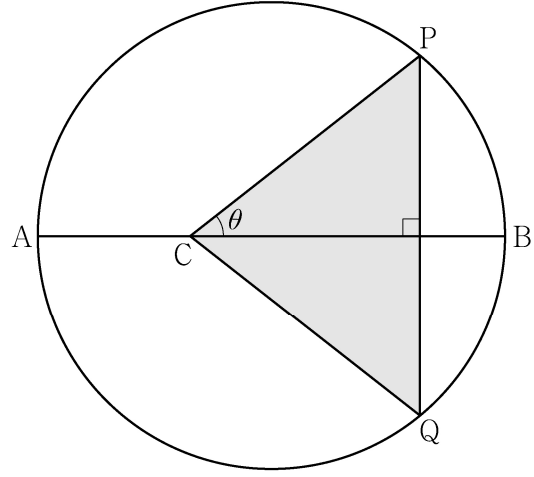
단답형

29. 두 실수 $a, b (a > 1, b > 1)$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + a^{n+1}}{3^{n+1} + a^n} = a, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + b^{n+1}}{a^{n+1} + b^n} = \frac{9}{a}$$

를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 길이가 10인 선분 AB를 지름으로 하는 원과 선분 AB 위에 $\overline{AC} = 4$ 인 점 C가 있다. 이 원 위의 점 P를 $\angle PCB = \theta$ 가 되도록 잡고, 점 P를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 이 원과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 삼각형 PCQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $-7 \times S'(\frac{\pi}{4})$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

27. $x = -\ln 4$ 에서 $x = 1$ 까지의 곡선 $y = \frac{1}{2}(|e^x - 1| - e^{|x|} + 1)$ 의 길이는? [3점]

- ① $\frac{23}{8}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{29}{8}$ ④ 4 ⑤ $\frac{35}{8}$

28. 실수 $a (0 < a < 2)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2|\sin 4x| & (x < 0) \\ -\sin ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수

$$g(x) = \left| \int_{-a\pi}^x f(t) dt \right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, a 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

단답형

29. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열

$\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \right) \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n \right),$$

$$3 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{2n}| = 7 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{3n}|$$

이 성립한다. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n-1} + b_{3n+1}}{b_n} = S$ 일 때, $120S$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = |\sin x| \cos x$$

이다. 양수 a 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. 함수

$$h(x) = \int_0^x \{f(t) - g(t)\} dt$$

가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 양수 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$\frac{100}{\pi} \times (a_6 - a_2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

27. 상수 $a(a > 1)$ 과 실수 $t(t > 0)$ 에 대하여 곡선 $y = a^x$ 위의 점 $A(t, a^t)$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 점 A 를 지나고 직선 l 에 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 B , y 축과 만나는 점을 C 라 하자. $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ 의 값이 $t=1$ 에서 최대일 때, a 의 값은?

[3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② \sqrt{e} ③ 2 ④ $\sqrt{2e}$ ⑤ e

28. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} (x-a-2)^2 e^x & (x \geq a) \\ e^{2a}(x-a) + 4e^a & (x < a) \end{cases}$$

일 때, 실수 t 에 대하여 $f(x) = t$ 를 만족시키는 x 의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자.

함수 $g(t)$ 가 $t=12$ 에서만 불연속일 때, $\frac{g'(f(a+2))}{g'(f(a+6))}$ 의 값은?

(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① $6e^4$ ② $9e^4$ ③ $12e^4$ ④ $8e^6$ ⑤ $10e^6$

단답형

29. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + \ln(1+x^2) + a$ (a 는 상수)와
두 양수 b, c 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq b) \\ -f(x-c) & (x < b) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$a+b+c=p+q\ln 2$ 일 때, $30(p+q)$ 의 값을 구하시오.
(단, p, q 는 유리수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

30. 함수 $y = \frac{\sqrt{x}}{10}$ 의 그래프와 함수 $y = \tan x$ 의 그래프가
만나는 모든 점의 x 좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때,
 n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$$\frac{1}{\pi^2} \times \lim_{n \rightarrow \infty} a_n^3 \tan^2(a_{n+1} - a_n)$$

의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) + f\left(\frac{1}{2}\sin x\right) = \sin x$$

를 만족시킬 때, $f'(\pi)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

28. 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수를 갖고, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f'(2x)\sin \pi x + x$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 는 역함수 $g^{-1}(x)$ 를 갖고,

$$\int_0^1 g^{-1}(x) dx = 2 \int_0^1 f'(2x)\sin \pi x dx + \frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)\cos \frac{\pi}{2}x dx$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{1}{\pi}$ ② $-\frac{1}{2\pi}$ ③ $-\frac{1}{3\pi}$ ④ $-\frac{1}{4\pi}$ ⑤ $-\frac{1}{5\pi}$

단답형

29. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 m 항까지의 합을 S_m 이라 하자.

모든 자연수 m 에 대하여

$$S_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m+1}{n(n+m+1)}$$

일 때, $a_1 + a_{10} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (k - |x|)e^{-x}$$

이라 하자. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $F(x)$ 에 대하여 $F(0)$ 의 최솟값을 $g(k)$ 라 하자.

모든 실수 x 에 대하여 $F'(x) = f(x)$ 이고 $F(x) \geq f(x)$ 이다.

$g\left(\frac{1}{4}\right) + g\left(\frac{3}{2}\right) = pe + q$ 일 때, $100(p+q)$ 의 값을 구하시오.

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$ 이고, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

27. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(e^x) + e^x$$

이라 하자. 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(0, g(0))$ 에서의 접선이 x 축이고 함수 $g(x)$ 가 역함수 $h(x)$ 를 가질 때, $h'(8)$ 의 값은?
[3점]

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{5}{36}$

28. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = -x + e^{1-x^2}$$

이다. 양수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선과 곡선 $y = f(x)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$ 라 하자. $g(1) + g'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}e + \frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}e + \frac{5}{6}$
④ $\frac{2}{3}e + \frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}e + \frac{2}{3}$

단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| + a_n) = \frac{40}{3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| - a_n) = \frac{20}{3}$$

을 만족시킨다. 부등식

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} \left((-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} \times a_{m+k} \right) > \frac{1}{700}$$

을 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 두 상수 $a(1 \leq a \leq 2)$, b 에 대하여 함수

$f(x) = \sin(ax + b + \sin x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad f(0) = 0, \quad f(2\pi) = 2\pi a + b$$

$$(나) \quad f'(0) = f'(t) \text{인 양수 } t \text{의 최솟값은 } 4\pi \text{이다.}$$

함수 $f(x)$ 가 $x = \alpha$ 에서 극대인 α 의 값 중 열린구간 $(0, 4\pi)$ 에 속하는 모든 값의 집합을 A 라 하자. 집합 A 의 원소의 개수를 n , 집합 A 의 원소 중 가장 작은 값을 α_1 이라 하면,

$$n\alpha_1 - ab = \frac{q}{p}\pi \text{이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.