

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

신데렐라가 못 자고 있다면 모짜렐라

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Mozzarella cheese

이 페이지는 공란입니다.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $(2^{\sqrt[3]{2}+1})^{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

2. $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 3$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 6 ② $\frac{11}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 4

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 + a_3 = 12, \quad \frac{a_1}{a_3} = 9$$

일 때, $a_1 - a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax & (x < a) \\ (7a+5)x+1 & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{5}{6}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

5. $\sin\theta \cos\theta < 0$ 이고 $\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\frac{\sqrt{7}}{5}$ 일 때, $\frac{\sqrt{1-\sin^2\theta}}{\sin\theta}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{14}}{6}$ ② $-\frac{3\sqrt{14}}{14}$ ③ $\frac{\sqrt{14}}{7}$ ④ $\frac{3\sqrt{14}}{14}$ ⑤ $\frac{\sqrt{14}}{6}$

6. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \int_1^x (3t^2 - 6t) dt$$

를 만족시킬 때, $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 곱은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

7. $a+b=0$ 인 두 실수 a, b 와 실수 c 에 대하여

$$a^2 + 2bc = \log_{12} 18, \quad b^2 + 2ca = \log_{12} 2, \quad c^2 + 2ab = \log_{12} 48$$

일 때, c^2 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

8. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 다항함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = x^2 f(x) + 2x + 1$$

라 하자. $f(1) = 2$, $g'(1) = \frac{15}{2}$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

9. 두 점 P와 Q는 각각 점 A(1), B(-15)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = 6t^2 - 4t + 3, \quad v_2(t) = 16t - 1$$

이다. 두 점이 출발한 후 $t = a$ 에서 만나도록 하는 실수 a 의 개수를 m , 두 점이 처음 만날 때의 P의 가속도를 n 이라 할 때,

$\frac{n}{m}$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{16}{3}$ ④ 5 ⑤ $-\frac{16}{3}$

10. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|a_{k+5} - a_{k+6}| = k, \quad a_k = k + 4$

(나) $k, |a_{k+3} + a_{k+5}|, a_{k+1}$ 가 차례대로 등비수열을 이룬다.

$k + \sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 10 ③ 8 ④ 6 ⑤ 4

11. 최고차항의 계수가 -4 인 삼차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt \text{가 다음 조건을 만족시킨다.}$$

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $-f(a) = f(-a)$ 이다.

(나) x 에 대한 방정식 $|g(x)| = g(2)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$$\int_{-2}^2 (x-2)f'(x)dx \text{의 값은? [4점]}$$

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

12. 두 함수 $f(x) = \log_3 x$ 와 $g(x) = x - \frac{1}{2}$ 의 그래프는 두 점에서 만나며, 두 교점의 x 좌표를 각각 α, β 라 하자. 이 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\alpha < \beta$ 이다.) [4점]

<보 기>

$$\neg. \beta \times \left(\frac{3}{2}\right)^\alpha = \alpha \times \left(\frac{3}{2}\right)^\beta$$

ㄴ. $y = |f(x)|$ 와 $y = |g(x)|$ 의 그래프는 네 점에서 만난다.

ㄷ. $0 < m < 1$ 을 만족하는 임의의 상수 m 에 대하여

$$\log_3 \left(\frac{\beta-m}{\alpha-m}\right) \leq \beta - \alpha \text{이다.}$$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

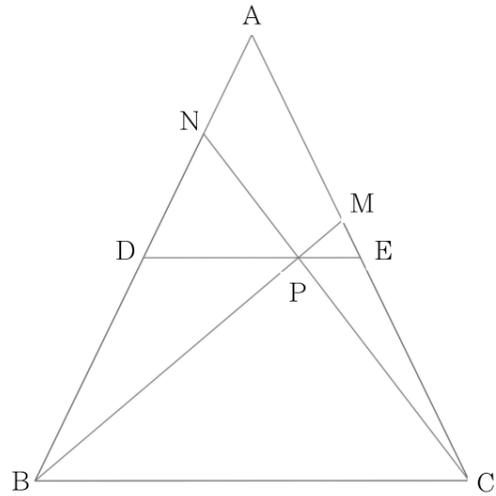
13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 $x = \alpha$ 에서 극값을 가지는 이차함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x) = f(x) - g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $|h(x)|$ 가 집합 $\{x | x \neq \alpha\}$ 에서 미분가능하다.
- (나) $h(0) = h(3)$

$g'(0) = 6$, $f(3) = g(3)$ 일 때, $f(\alpha) - g(0)$ 의 값은? (단, α 는 상수이다.) [4점]

- ① 10
- ② 9
- ③ 8
- ④ 7
- ⑤ 6

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 \overline{AB} 와 \overline{AC} 의 중점을 각각 D와 E라 하자. 또한 \overline{DE} 위의 임의의 점 P를 잡고, \overline{BP} 의 연장선과 \overline{AC} 의 교점을 M, \overline{CP} 의 연장선과 \overline{AB} 의 교점을 N이라 하자. $\overline{BN} = 8$, $\overline{CM} = 6$ 이고 $\triangle AMB$ 와 $\triangle BMC$ 의 외접원의 반지름 비가 8:7일 때, \overline{CN} 의 길이는? [4점]



- ① 9
- ② $\sqrt{\frac{163}{2}}$
- ③ $\sqrt{82}$
- ④ $\sqrt{\frac{165}{2}}$
- ⑤ $\sqrt{83}$

15. 세 상수 $a, b, c(a > 0, b < 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -ax^2 + bx + c & (x \leq 0) \\ ax^3 + bx^2 & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 양의 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = tx - 1$ 이 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{t \rightarrow \alpha^+} g(t) - g(\alpha) = 2$ 를 만족시키는 양의 상수 α 가 존재한다.

(나) $g(1) = 2$

$f'(1) = 1$ 일 때, $\alpha - b - f(-2)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

단답형

16. 부등식 $\log_3(x-1) < 5$ 를 만족시키는 모든 자연수 x 의 개수를 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = x^2 - 6x$ 이고 $f(9) = 0$ 일 때, $|f(3)|$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 모든 자연수 k 에 대하여 $a_k = a_{k+6}$ 을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=2}^7 (2a_k - 3) = 18 \text{이고 } a_1 = 2 \text{일 때, } \sum_{k=1}^{13} a_k \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^3 - 12}{x^2 f'(x) - 3x f(x)} = -2, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)^2} = a$$

일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

20. $2 \leq n \leq 30$ 인 자연수 n 에 대하여 $f(n), g(n)$ 을 다음과 같이 정의하자.

(가) $f(n)$ 은 $\sin \frac{2n}{3} \pi$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수이다.

(나) $g(n)$ 은 $\cos \frac{7n}{4} \pi$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수이다.

$$\sum_{k=2}^n f(k) = \sum_{k=2}^n g(k) = n - 2 \text{를 만족시키는 } n \text{의 최댓값을 } M,$$

최솟값을 m 이라 할 때 Mm 의 값을 구하시오. [4점]

21. 모든 항이 정수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2} + 3 & (a_n \text{이 짝수인 자연수인 경우}) \\ -a_n - 1 & (a_n \text{이 홀수인 자연수인 경우}) \\ -a_n & (a_n < 0 \text{인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_7 = 8$ 을 만족시키는 모든 a_1 의 합을 구하시오.
[4점]

22. 사차함수 $f(x)$ 와 상수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{f(x)}}{x-a} & (x \neq a) \\ 2a-6 & (x = a) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x = a$ 에서 연속이다.

$$(나) \lim_{x \rightarrow \infty} \{g(x) - 2x\} = -\frac{17}{4}$$

$f(4) = 11$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되지 아니하니, 자신이 풀이한 문제가 정답인지 검토하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.