

미적분 급수 문제 모음

제 2 교시

수학 영역

1. 첫째항이 양수이고 공비가 유리수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하고, 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 + a_2 < 10$

(나) 수열 $\{a_n\}$ 의 정수인 항의 개수는 3이고,
이 세 항의 곱은 216이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

[2026학년도 9월 29번]

2. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에
대하여

$$b_n = \begin{cases} -1 & (a_n \leq -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$ 은 수렴하고 그 합은 -3 이다.

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$ 은 수렴하고 그 합은 8 이다.

$b_3 = -1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ 의 값을 구하시오. [4점]

[2024학년도 6월 30번]

3. 첫째항이 자연수이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n + 1| - a_n - 1) = 26$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

[2025년 7월 29번]

4. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 m 항까지의 합을 S_m 이라 하자.
모든 자연수 m 에 대하여

$$S_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m+1}{n(n+m+1)}$$

일 때, $a_1 + a_{10} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] [2025학년도 9월 29]

5. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty}(|a_n|+a_n)=\frac{40}{3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty}(|a_n|-a_n)=\frac{20}{3}$$

을 만족시킨다. 부등식

$$\lim_{n\rightarrow\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left((-1)^{\frac{k(k+1)}{2}}\times a_{m+k}\right)>\frac{1}{700}$$

을 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하십시오. [4점]
[2025학년도 수능 29]

6. 첫째항이 1이고 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 이 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty}(20a_{2n}+21|a_{3n-1}|)=0$$

이다. 첫째항이 0이 아닌 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3|a_n|+b_n}{a_n}$ 이 수렴할 때, $b_1\times\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 의 값을 구하십시오.
[4점] [2024년 7월 29]

7. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열

$\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \right) \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n \right),$$

$$3 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{2n}| = 7 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{3n}|$$

이 성립한다. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n-1} + b_{3n+1}}{b_n} = S$ 일 때, $120S$ 의 값을
구하시오. [4점] [2024학년도 수능 29]

8. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열

$\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n}}{a_{2n}} = \frac{5}{3}, \quad \left| \sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) \right| = \left| \sum_{n=1}^{\infty} a_n \right|$$

이 성립한다. $b_1 = \frac{5}{2}a_1$ 일 때, $25 \times \frac{a_2}{b_3}$ 의 값을 구하시오. [4점]
[2026학년도 사관 29]

9. 두 정수 α, β ($\alpha > \beta$)에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \alpha \times \sin \frac{n}{2} \pi + \beta \times \cos \frac{n}{2} \pi$$

이고, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 4$ 이다.

수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1 > 0$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-2} b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-3} b_{2n}) = 6$$

일 때, $b_1 \times b_3 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] [2026학년도 6월 29]

10. 함수 $f(x)$ 는 $0 \leq x < 2$ 일 때 $f(x) = x(2-x)$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다. 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) r 은 유리수이다.

(나) 함수 $f(x)$ 가 $x = a_k$ 에서 극값을 갖고 $0 < a_k < 10$ 인 자연수 k 의 개수는 3이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 a_{n+1} + a_{2n}}{a_{n+1} + a_n} = \frac{81}{10}$ 일 때, $a_7 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을

구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

[2025년 3월 30]

11. 수열 $\{a_n\}$ 은 공비가 0이 아닌 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} a_n & (|a_n| < \alpha) \\ -\frac{5}{a_n} & (|a_n| \geq \alpha) \end{cases}$$

라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 과 자연수 p 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$$

(나) $\sum_{n=1}^m \frac{a_n}{b_n}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 자연수 m 은

$$p \text{ 이고, } \sum_{n=1}^p b_n = 51, \sum_{n=p+1}^{\infty} b_n = \frac{1}{64} \text{ 이다.}$$

$32 \times (a_3 + p)$ 의 값을 구하시오. (단, α 는 양의 상수이다.) [4점]

[2024년 5월 30]

12. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 항이 양수인 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} (-1)^n & (a_n < 1) \\ a_n & (a_n \geq 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (3b_{3n-2} - 7b_{3n-1} + 2b_{3n})$ 은 수렴한다.

$$(나) b_5^2 = b_4 b_6 - \frac{9}{4}$$

$90a_3$ 의 값을 구하시오. [4점] [2025년 5월 30]

1번	91
2번	24
3번	16
4번	57
5번	25
6번	12
7번	162
8번	120
9번	109
10번	25
11번	138
12번	15