

<28일 작전 수리논술> 논술/심층 모의고사 1회

<28일 작전 수리논술>은 <https://atom.ac/books/13567>에서 구매 가능합니다.

총 4문항

총 100점

제한 시간: 90분

[1] 함수 $f(x)$ 가 다음의 조건을 만족한다. [총 15점]

<조건 1> $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

<조건 2> 모든 x 에 대해 $F'(x) = f(x)$ 를 만족하는 연속함수 $F(x)$ 가 존재한다.

<조건 3> $f(x) = \frac{(1 - F(x)\sin x)F(x)}{x}$

<조건 4> $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2\pi}$

이때 $f(2026\pi)$ 를 구하시오.

[2] 연속확률변수 X, Y 가 다음의 조건을 만족한다. [총 32점]

<조건 1> X 의 확률밀도함수는 $f(x) = -k \ln x (0 < x \leq 1)$ 이다.

<조건 2> $Y = \langle nX \rangle$

(단, $\langle a \rangle$ 는 a 를 넘지 않는 최대 정수이다.)

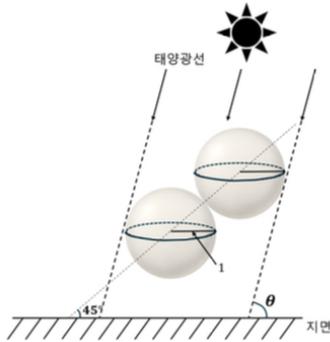
<조건 2> $a_n = E[Y]$

[2-1] 상수 k 의 값을 구하시오. [5점]

[2-2] a_2 의 값을 구하시오. [7점]

[2-3] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값을 구하시오. [20점]

[3] 아래의 그림은 투명하지 않은 구형의 풍선이 연결된 채 공중에 떠 있는 상황을 그린 것이다. 이때 두 풍선의 반지름의 길이는 1이고, 두 중심을 이은 선분은 지면과 45° 를 이룬다. 태양의 고도가 θ 일 때 생기는 그림자의 면적을 $S(\theta)$ 라고 한다. [총 28점]



[3-1] θ 의 범위가 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right], \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right], \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right]$ 일 때 $S(\theta)$ 를 θ 로 나타내시오. [18점]

[3-2] $S(\theta)$ 를 최소로 만드는 θ 를 구하시오. [10점]

[4] 타원 $x^2 + \frac{y^2}{k^2} = 1$ 밖의 한 점 P 에서 타원에 그은 두 접선이 이루는 각을 θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$)라고 정의한다. [총 25점]

[4-1] $\theta = \frac{\pi}{2}$ 일 때 P 의 자취를 k 를 이용해 나타내시오. [7점]

[4-2] $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ 일 때 P 의 자취가 원이 되도록 하는 k 값을 구하시오. [18점]