

Calculus. Ch③ 적분

2025. 9월 평가원

1. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)=\ln\left(\frac{g(x)}{1+xf'(x)}\right)$$

를 만족시킨다. $f(1)=4\ln 2$ 이고

$$\int_1^2 g(x)dx=34, \int_1^2 xg(x)dx=53$$

일 때, $\int_1^2 xe^{f(x)}dx$ 의 값을 구하시오.

2025. 7월 교육청

2. 함수 $f(x)=\int_0^xe^{\cos \pi t}dt$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

실수 전체 집합에서 도함수가 연속인 함수 $h(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $h(g(x)+2)=2x^3+6f(1)x^2+1$ 을 만족시킨다.

$\int_3^7 \frac{h'(x)}{f(x)}dx=k\{f(1)\}^2$ 일 때, 실수 k 의 값을 구하여라.

3. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & f(-x) = f(x) \\ \text{(나)} & f(x+2) = f(x) \end{aligned}$$

$$\int_{-1}^5 f(x)(x + \cos 2\pi x) dx = \frac{47}{2}, \quad \int_0^1 f(x) dx = 2 \text{ 일 때,}$$

$$\int_0^1 f'(x) \sin 2\pi x dx \text{의 값은?}$$

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$
 ④ $\frac{5}{12}\pi$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

4. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 구간 $(0, \infty)$ 에서 $g(x) \geq 0$ 인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & x \leq -3 \text{인 모든 실수 } x \text{에 대하여 } f(x) \geq f(-3) \text{이다.} \\ \text{(나)} & x > -3 \text{인 모든 실수 } x \text{에 대하여} \\ & g(x+3)\{f(x) - f(0)\}^2 = f'(x) \text{이다.} \end{aligned}$$

$$\int_4^5 g(x) dx = \frac{q}{p} \text{일 때, } p+q \text{의 값을 구하시오. (단, } p \text{와 } q \text{는 서로소인 자연수이다.) [4점]}$$

5. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)=\ln\{f(x)+f'(x)+1\}$ 이 있다. 상수 a 와 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x)>0$ 이고

$$\int_{2a}^{3a+x} g(t)dt = \int_{3a-x}^{2a+2} g(t)dt$$

이다.

(나) $g(4)=\ln 5$

$\int_3^5 \{f'(x)+2a\}g(x)dx = m+n\ln 2$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 정수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.)[4점]

6. 상수 a ($0 < a < 1$)에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$f(x)=\int_0^x \ln(e^{|t|}-a)dt$ 라 하자. 함수 $f(x)$ 와 상수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x=\ln \frac{3}{2}$ 에서 극값을 갖는다.

(나) $f\left(-\ln \frac{3}{2}\right)=\frac{f(k)}{6}$

$\int_0^k \frac{|f'(x)|}{f(x)-f(-k)}dx=p$ 일 때, $100 \times a \times e^p$ 의 값을 구하시오.

[4점]

7. 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수를 갖고, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를 $g(x)=f'(2x)\sin\pi x+x$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 는 역함수 $g^{-1}(x)$ 를 갖고, $\int_0^1 g^{-1}(x)dx=2\int_0^1 f'(2x)\sin\pi x dx+\frac{1}{4}$ 을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)\cos\frac{\pi}{2}x dx$ 의 값은? [4점][2024년 9월 미적분28]
- ① $-\frac{1}{\pi}$ ② $-\frac{1}{2\pi}$ ③ $-\frac{1}{3\pi}$
 ④ $-\frac{1}{4\pi}$ ⑤ $-\frac{1}{5\pi}$

8. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=1, \int_1^2 f(x)dx=\frac{5}{4}$

(나) 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(2x)=2f(x)$ 이다.

$\int_1^8 xf'(x)dx=\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2023학년도 수능

9. 세 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $f(x)=ae^{2x}+be^x+c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)+6}{e^x} = 1$$

$$(나) f(\ln 2) = 0$$

함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\int_0^{14} g(x) dx = p + q \ln 2$ 이다.

다. $p+q$ 의 값을 구하시오.(단, p, q 는 유리수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.)[4점]

2024학년도 수능

10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x

에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이고, $x < 0$ 일 때 $f(x) = -4xe^{4x^2}$ 이다. 모든 양수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이고, 이 방정식의 두 실근 중 작은 값을 $g(t)$, 큰 값을 $h(t)$ 라 하자. 두 함수 $g(t), h(t)$ 는 모든 양수 t 에 대하여

$$2g(t) + h(t) = k \quad (k \text{는 상수}) \text{를 만족시킨다. } \int_0^7 f(x) dx = e^4 - 1$$

일 때, $\frac{f(9)}{f(8)}$ 의 값은? [4점]

$$\textcircled{1} \frac{3}{2}e^5 \quad \textcircled{2} \frac{4}{3}e^7 \quad \textcircled{3} \frac{5}{4}e^9$$

$$\textcircled{4} \frac{6}{5}e^{11} \quad \textcircled{5} \frac{7}{6}e^{13}$$

11. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = -x + e^{1-x^2}$ 이다. 양수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선과 곡선 $y = f(x)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$ 라 하자. $g(1) + g'(1)$ 의 값은?
[4점]

- ① $\frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}e + \frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}e + \frac{5}{6}$
④ $\frac{2}{3}e + \frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}e + \frac{2}{3}$

Calculus.

Ch③ 적분

- 1. 31
- 2. 72
- 3. ①
- 4. 283
- 5. 12
- 6. 144
- 7. ③
- 8. 143
- 9. 26
- 10. ②
- 11. ②