

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{4} \times 2^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(1)=12$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x^2+x-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2=4$, $a_3+a_4=24$ 를 만족시킬 때, a_3 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \{3f(x)+4\}=f(0)$$

를 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2^n - 1$$

를 만족시킬 때, a_5 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

6. 상수 a 에 대하여 닫힌 구간 $[-1, 5]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x+4) + a$$

의 최댓값이 3일 때, 함수 $f(x)$ 의

최솟값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 넓이가 S 이고 호의 길이가 l 인 부채꼴이 $\frac{S}{l} = 2$ 를

만족시키고, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 일 때, S 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

8. 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x - 2 & (x < 1) \\ ax + b & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

9. 함수 $f(x) = 2^x$ 와 상수 a 에 대하여

$$5f(x) = f(x-a)$$

일 때, $f(a)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ 1 ④ 5 ⑤ 25

10. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - f(x)}{x - 2} = 3, \quad \frac{f(1)}{f'(2)} = 2$$

를 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

11. $\cos(\pi-\theta)=\frac{1}{3}$ 이고 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)<0$ 일 때,
 $\tan(\pi+\theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ 0 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

12. 닫힌 구간 $[0, 6\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x)=5\sin x$ 에 대하여
 방정식

$$\log_2 f(x)=\log_4 \{3f(x)+4\}$$

의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① 15π ② 18π ③ 21π ④ 24π ⑤ 27π

13. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)=x^3-x^2+ax$ 가 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+bh)-f(1)}{h}=20$ 을 만족시키도록 하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

14. 세 자연수 a, b, c 가

$$\log_{ab}c=\frac{6}{5}, \quad \log_a\frac{c}{b}=\frac{3}{2}$$

를 만족시킬 때, $\log_a bc$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 3 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{9}{2}$

15. 양수 t 에 대하여 곡선 $y=(x-1)^2$ 이 직선 $y=t$ 과 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 A, 원점과 점 A를 지나는 직선을 l 이라 하자. 직선 $x=1$ 이 x 축, l , $y=t$ 와 만나는 세 점을 각각 B, C, D라 하자. 삼각형 OBC의 넓이를 $f(t)$, 삼각형 ACD의 넓이를 $g(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0+} \frac{g(t)}{t \times f(t)}$ 의 값은? (단, 점 O는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

16. 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^m a_k = \sum_{k=1}^m |a_k|$$

를 만족시키는 자연수 m 의 최댓값이 5이고,

$$\sum_{k=1}^n$$

의 최댓값이 25일 때, $|a_{20}|$ 의 값은? [4점]

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

17. 첫째항이 정수이고 공비가 음수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^5 (|a_k| - a_k) = 10, \quad \frac{\sum_{k=1}^6 \left(\sin \frac{k}{2} \pi \times a_k \right)}{\sum_{k=1}^6 \left(\cos \frac{k}{2} \pi \times a_k \right)} = 2$$

를 만족시킬 때, $a_1 + a_4$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

18. 닫힌 구간 $[\frac{\pi}{4}, \frac{17}{4}\pi]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \cos^2\left(\frac{3}{4}\pi - x\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

에 대하여 방정식 $f(x) = \frac{19}{16}$ 의 서로 다른 실근의 합을 S 라

하자. 방정식 $\sin \frac{\pi}{5}x = \cos \frac{\pi}{8}$ 의 양의 실근 중 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{25}{4}\pi$ ② $\frac{27}{4}\pi$ ③ $\frac{29}{4}\pi$ ④ $\frac{31}{4}\pi$ ⑤ $\frac{33}{4}\pi$

19. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = |f(x-3)| \times \lim_{t \rightarrow \infty} t \left(f\left(x + \frac{1}{t}\right) - f\left(x - \frac{2}{t}\right) \right)$$

가 오직 $x=6$ 에서만 미분가능하지 않고, $g(1)=120$ 일 때, $f(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 32 ② 36 ③ 40 ④ 44 ⑤ 48

20. 세 자연수 $a, b, c(a > 1, c > 2)$ 에 대하여 구간 $[0, c\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} a \sin bx + a & (0 \leq x < 2\pi) \\ -\frac{b}{2} \cos(ax-x) + a + b + 1 & (2\pi \leq x < c\pi) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 가

$$\{t \mid g(t)=4\} = \{t \mid 0 < t < 6\}, \quad \{t \mid g(t) > 4\} = \emptyset$$

를 만족시킨다. $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

21. 두 실수 a , $b(b \neq 0)$ 와 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (|x| \leq 3) \\ f(x-a)+b & (|x| > 3) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(15)$ 의 값은? [4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 가 $x = \alpha$ 에서 불연속이 되도록 하는 실수 α 값의 개수는 1이다.
- (나) 함수 $h(t) = \left| \lim_{x \rightarrow t-} \frac{g(x) - g(t)}{x - t} \right|$ 가 $t = \beta$ 에서 불연속이 되도록 하는 실수 β 값의 개수는 1이다.

- ① 47 ② 50 ③ 53 ④ 56 ⑤ 59

단답형

22. 실수 a 에 대하여 함수 $y = \cos \frac{\pi}{a}x$ 의 주기가 10일 때, a 값을 구하시오. [3점]

23. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{k=1}^5 ka_k = 30$, $\sum_{k=1}^5 (k-1)a_k = 19$ 를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x-2)f(x) = x^2 + ax - 2$$

를 만족시킬 때, $f(2)-a$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)
[3점]

25. 함수 $f(x) = (x^{n+2} - n^2 + 8n - 12)(x^{n+2} - n^2 + 13n - 30)$ 가 x 축과 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 자연수 n 값의 합을 구하시오. [3점]

26. 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(11)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 -2 이다,

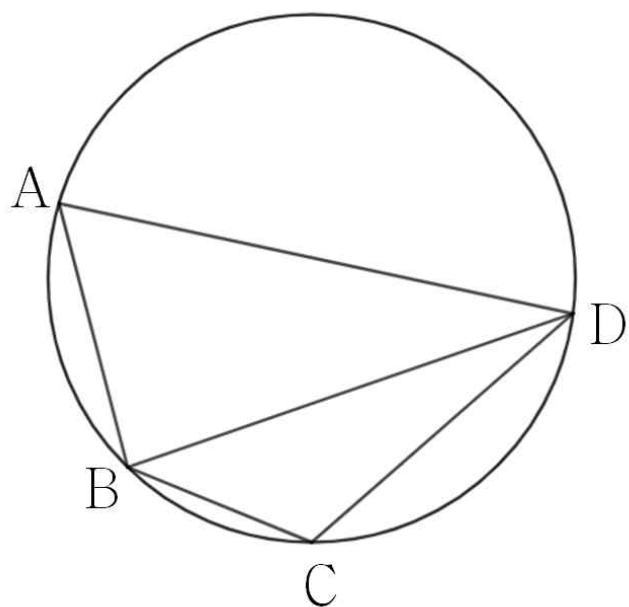
(나) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x+3)+2}{(x-2)f(x)}$ 의 값이 존재하고, 그 값은 0 이 아니다.

27. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고

$$\overline{AB}=3, \quad \overline{CD}=4, \quad \cos(\angle BCD)=-\frac{1}{4}, \quad \frac{\sin(\angle ABD)}{\sin(\angle BDC)}=2$$

일 때, 선분 AD의 길이는 $\frac{p+\sqrt{q}}{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 자연수이다.) [4점]



28. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 가능한 a_1 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -a_n & (a_n < 0) \\ a_n - \frac{12}{n} & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_4 + a_5 = 1$

29. 상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선 $y = \log_2(x-a)$ 위의 점 A를 지나고 기울기가 -1 인 직선을 l 이라 하자. 직선 l 이 두 곡선 $y = 2^{x-a}$, $y = 2^x + a$ 과 만나는 두 점을 각각 B, C라 하자. 점 A를 지나고 기울기가 $\frac{6}{7}$ 인 직선이 곡선 $y = \log_2(x-a)$ 과 만나는 두 점 중 A가 아닌 점을 D라 할 때, $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{3}{2}$, $\overline{AD} = \frac{\sqrt{85}}{2}$ 이다. 점 B의 좌표를 (p, q) 라 할 때, $a + 10p + 20q$ 의 값을 구하시오. (단, 점 D의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]

30. 두 상수 $a, b(a > 0)$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+7 & (x < -2) \\ ax+5 & (-2 \leq x < 2) \\ x+b & (x \geq 2) \end{cases}$$

와 함수 $g(x) = \lim_{t \rightarrow 0+} f(x+t) - \lim_{t \rightarrow 0-} f(x+t) + 4$ 가 다음 조건을

만족시킬 때, $f(-4) + f(1) + f(9)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 t 값의 범위는

$$f(-6) < t < \lim_{t \rightarrow 2-} f(x) \text{ 이다.}$$

(나) 방정식 $g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.