

제 2 교시

수학 영역

함수의 극한

1. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=0$

(나) $\lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-1)(n-2)$ ($n=1, 2, 3, 4$)

$g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

2. 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(5)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x)-1|}{x}$ 의 값이 존재한다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $xf(x) \geq -4x^2 + x$ 이다.

3. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} 2x^3 - 6x + 1 & (x \leq 2) \\ a(x-2)(x-b) + 9 & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$$g(k) + \lim_{t \rightarrow k^-} g(t) + \lim_{t \rightarrow k^+} g(t) = 9$$

를 만족시키는 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

4. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 a, b 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

모든 실수 α 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(2x+1)}{f(x)}$ 의 값이 존재한다.

5. 함수 $f(x)=(x-1)(x-2)$ 와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. [4점]

모든 실수 a 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 의 값과 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$ 의 값이
 모두 존재한다.

6. 함수 $f(x)=x^2+6x+12$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 개수는? [4점]

모든 실수 a 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2}{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)}$ 의 값이 존재한다.

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

함수의 연속

7. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x)=x(x+3)$ 이다.
 (나) $g(0)=1$

$f(1)$ 이 자연수일 때, $g(2)$ 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

8. 두 양수 a, b ($b > 3$)과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)f(x) & (x < 0) \\ (x+a)f(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2}$ 의 값이 존재하지 않는 실수 t 의 값은 -3 과 6 뿐이다.

9. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} x & (x < -1 \text{ 또는 } x > 1) \\ f(x) & (-1 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

함수 $h(x) = \lim_{t \rightarrow 0^+} g(x+t) \times \lim_{t \rightarrow 2^+} g(x+t)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $h(1)=3$
- ㄴ. 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
- ㄷ. 함수 $g(x)$ 가 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 감소하고 $g(-1)=-2$ 이면 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

10. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ 3 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이라 하자. $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = g(3) - 1$ 일 때, $g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 14
- ② 16
- ③ 18
- ④ 20
- ⑤ 22

[정답]

1	㉔	2	226	3	㉑	4	16	5	42
6	㉕	7	㉒	8	19	9	㉓	10	㉖

수학 영역

미분계수와 도함수

1. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-4} & (x \neq 4) \\ 2 & (x = 4) \end{cases}$$

에 대하여 $h(x) = f(x)g(x)$ 라 할 때, 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $h'(4) = 6$ 이다. $f(0)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

2. 함수 $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$ 는 일차함수이다. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} |f(x) - g(x)| & (x < 1) \\ f(x) + g(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0) = 0$, $h(2) = 5$ 일 때, $h(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

3. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x)+x & (f(x) \geq 0) \\ 2f(x) & (f(x) < 0) \end{cases}$$

이라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 가 $x=t$ 에서 불연속인 실수 t 의 개수는 1이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 가 $x=t$ 에서 미분가능하지 않은 실수 t 의 개수는 2이다.

$f(-2) = -2$ 일 때, $f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

4. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} -f(x) & (x < 0) \\ |f(x)| - |2x^2 - 8| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(-5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

도함수의 활용 (1)

5. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 4)$ 에서의 접선이 점 $(-1, 1)$ 에서 이 곡선과 만날 때, $f'(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

6. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 할 때, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = |f(x)| + g(x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선 $y=h(x)$ 위의 점 $(k, 0)$ ($k \neq 0$)에서의 접선의 방정식은 $y=0$ 이다.
 (나) 방정식 $h(x)=0$ 의 실근 중에서 가장 큰 값은 12이다.

$h(3) = -\frac{9}{2}$ 일 때, $k \times \{h(6) - h(11)\}$ 의 값을 구하시오.

(단, k 는 상수이다.) [4점]

7. 정수 a ($a \neq 0$)에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 곱이 -12 가 되도록 하는 a 에 대하여 $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3 이 열린구간 $\left(k, k + \frac{3}{2}\right)$ 에 존재한다.

8. 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x^3 - ax^2 - bx & (x < 0) \\ \frac{1}{3}x^3 + ax^2 - bx & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 구간 $(-\infty, -1]$ 에서 감소하고 구간 $[-1, \infty)$ 에서 증가할 때, $a+b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M-m$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2} + 3\sqrt{2}$ ② $3 + 3\sqrt{2}$ ③ $\frac{9}{2} + 3\sqrt{2}$
 ④ $6 + 3\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{15}{2} + 3\sqrt{2}$

9. $a > \sqrt{2}$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$$

라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $O(0, 0)$ 에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 O 가 아닌 점을 A 라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 B 라 하자. 점 A 가 선분 OB 를 지름으로 하는 원 위의 점일 때, $\overline{OA} \times \overline{AB}$ 의 값을 구하시오. [4점]

10. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 두 함수 $f(x), g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$|f(k)| + |g(k)| = 0$$

을 만족시키는 실수 k 의 개수는 2이다.

$4f(1) + 2g(1) = -1$ 일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 46 ② 49 ③ 52 ④ 55 ⑤ 58

11. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-1}{x-a} = 3$$

을 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 y 절편이 4일 때, $f(1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

12. 상수 k 와 $f'(0)=6$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x)+k & (|x| > 1) \\ -f(x) & (|x| \leq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k+f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x)-g(a)}{x-a}$ 의 값이

존재하고 그 값은 0 이하이다.

(나) x 에 대한 방정식 $g(x)=t$ 의 서로 다른 실근의

개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 최댓값은 13이다.

- ① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

도함수의 활용 (2)

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(\alpha)=g(\alpha)$ 이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$ 인 실수 α 가 존재한다.
 (나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$ 인 실수 β 가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 가 다음 조건을 만족시킨다.

등식 $f(a)+1=f'(a)(a-t)$ 를 만족시키는 실수 a 의 값이 6 하나뿐이기 위한 필요충분조건은 $-2 < t < k$ 이다.

$f(8)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 -2 보다 큰 상수이다.) [4점]

15. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x)-x=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 (나) 방정식 $f(x)+x=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=1$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

16. 이차함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$ 는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \leq 0) \\ g(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3)+h'(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 방정식 $h(x)=h(0)$ 의 모든 실근의 합은 1이다.
 (나) 닫힌구간 $[-2, 3]$ 에서 함수 $h(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 $3+4\sqrt{3}$ 이다.

17. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 (나) 방정식 $f(x-f(x))=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1)=4, f'(1)=1, f'(0)>1$ 일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x)=f(x-3)\times \lim_{h\rightarrow 0^+} \frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 (나) 방정식 $g(x)=0$ 은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 를 갖고 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=7$ 이다.

19. 양수 a 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여
 $|x(x-2)|g(x) = x(x-2)(|f(x)-a|)$ 이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 과 $x=2$ 에서 미분가능하다.

$g(3a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

20. 최고차항의 계수가 1이고 $x=3$ 에서 극댓값 8을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq t) \\ -f(x) + 2f(t) & (x < t) \end{cases}$$

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $h(t)$ 가 $t=a$ 에서 불연속인 a 의 값이 두 개일 때, $f(8)$ 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 구간 $(-\infty, t]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 m_1 이라 하고, 구간 $[t, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 m_2 라 할 때,

$$g(t) = m_1 - m_2$$

라 하자. $k > 0$ 인 상수 k 와 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$g(t) = k$ 를 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 집합은 $\{t \mid 0 \leq t \leq 2\}$ 이다.

$g(4) = 0$ 일 때, $k + g(-1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(1) + (x-1)f'(g(x))$ 이다.
- (나) 함수 $g(x)$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$ 이다.
- (다) $f(0) = -3, f(g(1)) = 6$

23. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$ 에 대하여
 $f(k-1)f(k+1) < 0$
 을 만족시키는 정수 k 는 존재하지 않는다.

$f'(-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4}$, $f'(\frac{1}{4}) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

24. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 정수 k 에 대하여

$$2k-8 \leq \frac{f(k+2)-f(k)}{2} \leq 4k^2+14k$$

를 만족시킬 때, $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 상수 a ($a \neq 3\sqrt{5}$)와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + 15x + 7 & (x \leq 0) \\ f(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 (나) x 에 대한 방정식 $g'(x) \times g'(x-4) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(-2) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

26. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

0이 아닌 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{f'(x)}{2} + x^2 - 2 \leq \frac{f(2x) - f(0)}{2x} \leq x^4$$

이다.

[정답]

1	32	2	39	3	486	4	154	5	①
6	121	7	380	8	③	9	25	10	②
11	⑤	12	①	13	243	14	39	15	51
16	38	17	61	18	108	19	108	20	58
21	82	22	13	23	483	24	31	25	②
26	296								

제 2 교시

수학 영역

부정적분과 정적분

1. $x = -3$ 과 $x = a$ ($a > -3$) 에서 극값을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -3) \\ \int_0^x |f'(t)| dt & (x \geq -3) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(-3) = -16, g(a) = -8$
- (나) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
- (다) 함수 $g(x)$ 는 극솟값을 갖는다.

$\left| \int_a^4 \{f(x) + g(x)\} dx \right|$ 의 값을 구하시오. [4점]

2. 실수 a ($a > 1$) 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

3. 실수 a 와 함수 $f(x)=x^3-12x^2+45x+3$ 에 대하여 함수

$$g(x)=\int_a^x \{f(x)-f(t)\} \times \{f(t)\}^4 dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

4. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 $f(x)=x$ 이다.
 (나) 어떤 상수 a, b 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 $f(x+1)-xf(x)=ax+b$ 이다.

$60 \times \int_1^2 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

5. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여
 방정식 $f'(x)=0$ 이 닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를
 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow a^+} g(t) + \lim_{t \rightarrow a^-} g(t) \leq 2$ 이다.
 (나) $g(f(1))=g(f(4))=2, g(f(0))=1$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

6. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의
 계수가 1이고 상수항이 0인 삼차함수 $g(x)$ 가 있다. 양의 상수
 a 에 대하여 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여
 $x|g(x)| = \int_{2a}^x (a-t)f(t)dt$ 이다.
 (나) 방정식 $g(f(x))=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는
 4이다.

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

7. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_1^x (x-t)f(t) dt = 3$$

을 만족시킬 때, $\int_1^2 (4x+1)f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

8. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_x^{x+1} |f(t)| dt$$

는 $x=1$ 과 $x=4$ 에서 극소이다. $f(0)$ 의

값을 구하시오. [4점]

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(1+x)+f(1-x)=0$ 이다.

(나) $\int_{-1}^3 f'(x)dx = 12$

$f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

10. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여
 $g(x) \geq g(4)$ 이고 $|g(x)| \geq |g(3)|$ 이다.

11. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하고 $g(x)$ 의 한 부정적분을 $G(x)$ 라 할 때, 이 함수들은 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_1^x f(t)dt = xf(x) - 2x^2 - 1$$

$$(나) f(x)G(x) + F(x)g(x) = 8x^3 + 3x^2 + 1$$

$\int_1^3 g(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

12. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(a) \leq 0$ 인 실수 a 의 최댓값은 2이다.

(나) 집합 $\{x \mid f(x) = k\}$ 의 원소의 개수가 3 이상이

되도록 하는 실수 k 의 최솟값은 $\frac{8}{3}$ 이다.

$f(0) = 0$, $f'(1) = 0$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

13. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_1^x tf(t)dt + \int_{-1}^x tg(t)dt = 3x^4 + 8x^3 - 3x^2$$

$$(나) f(x) = xg'(x)$$

$\int_0^3 g(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

14. 최고차항의 계수가 양수이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x (|f(t)| - |t|)dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $g'(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$, $x=6$ 에서 극값을 갖는다.

$f(6) \times g(2) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값? [4점]

- ① 16 ② 22 ③ 28 ④ 34 ⑤ 40

정적분의 활용

15. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

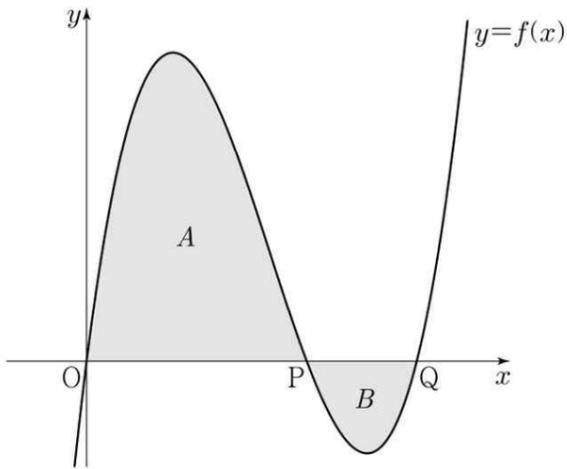
$$f(x) = kx(x-2)(x-3)$$

이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축이 원점 O 와 두 점 P, Q ($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 OP 로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) - (B \text{의 넓이}) = 3$$

일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



16. 함수 $f(x) = \frac{1}{9}x(x-6)(x-9)$ 와 실수 t ($0 < t < 6$)에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < t) \\ -(x-t) + f(t) & (x \geq t) \end{cases}$$

이다. 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이의 최댓값은? [4점]

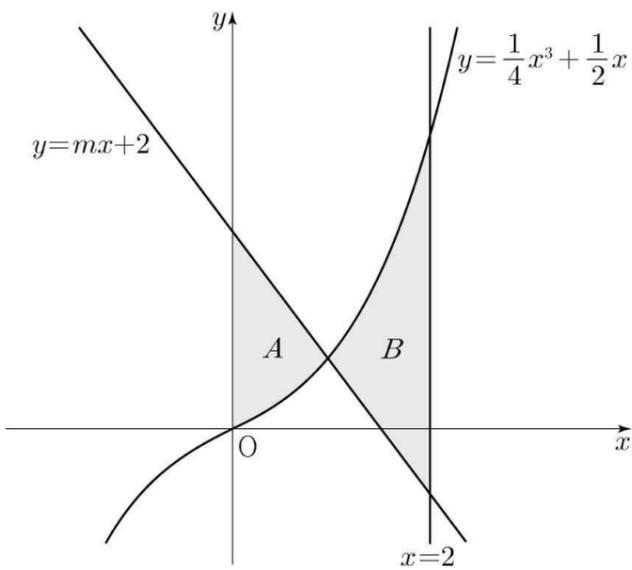
- ① $\frac{125}{4}$ ② $\frac{127}{4}$ ③ $\frac{129}{4}$ ④ $\frac{131}{4}$ ⑤ $\frac{133}{4}$

17. 곡선 $y = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x$ 와 직선 $y = mx + 2$ 및 y 축으로

둘러싸인 부분의 넓이를 A , 곡선 $y = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x$ 와 두 직선 $y = mx + 2$, $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자.

$B - A = \frac{2}{3}$ 일 때, 상수 m 의 값은? (단, $m < -1$) [4점]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{17}{12}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{5}{4}$ ⑤ $-\frac{7}{6}$



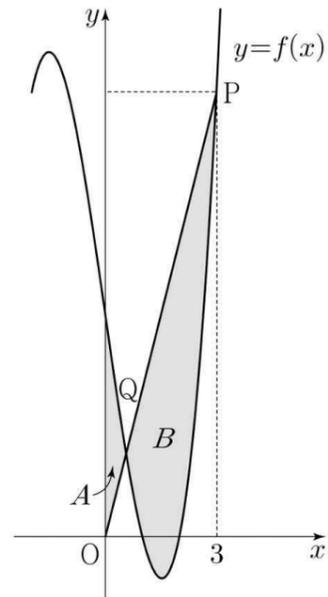
18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(1) = f(2) = 0, \quad f'(0) = -7$$

을 만족시킨다. 원점 O 와 점 $P(3, f(3))$ 에 대하여 선분 OP 가 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자.

곡선 $y = f(x)$ 와 y 축 및 선분 OQ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 곡선 $y = f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 할 때, $B - A$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{37}{4}$ ② $\frac{39}{4}$ ③ $\frac{41}{4}$ ④ $\frac{43}{4}$ ⑤ $\frac{45}{4}$



[정답]

1	80	2	④	3	8	4	110	5	9
6	4	7	⑤	8	13	9	①	10	39
11	10	12	15	13	①	14	⑤	15	②
16	③	17	③	18	⑤				