

2026학년도 연세대학교 수시모집 논술시험 문제 자연계열(수학)

|                  |  |                  |  |        |  |
|------------------|--|------------------|--|--------|--|
| 모<br>집<br>단<br>위 |  | 수<br>험<br>번<br>호 |  | 성<br>명 |  |
|------------------|--|------------------|--|--------|--|

[문제 1] 앞면에 1부터 10까지의 숫자가 하나씩 적힌 카드가 10장이 있다. 이 카드의 뒷면에는 모두 0이 적혀 있고, 모든 카드가 뒷면인 채로 시작한다. 서로 다른 카드 5장을 뒤집었을 때 보이는 카드의 숫자의 집합을  $A$ 라 하고, 집합  $A$ 의 모든 원소의 합을  $S$ 라 하자. 확률변수

$$X = \begin{cases} 3S & (3 \in A) \\ S & (3 \notin A) \end{cases}$$

일 때,  $E(X)$ 의 값을 구하시오. [16점]

[문제 2] 앞면에 1부터  $n$ 까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 카드  $n$ 장이 있고, 이 카드들의 뒷면에는 0이 적혀있다. 모든 카드가 뒷면인 상태로 시작하고, 다음의 시행 (※)을 한다.

(※)  $n$ 장의 카드 중 임의의 카드 한 장을 뒤집는다.

$n$ 번의 시행을 하였을 때, 보이는 숫자의 합의 기댓값을  $a_n$ 이라고 하자. 극한  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값을 구하시오. 단, 뒤집었던 카드를 다시 뒤집을 수 있고,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ 이다. [20점]

[문제 3] 실수  $a, b, c$ 에 대하여 정의된 함수  $f(x) = ax^2 + bx + c$ 와 6개의 함수

$$\begin{aligned} g_1(x) &= ax + b, & g_2(x) &= ax + c, & g_3(x) &= bx + a \\ g_4(x) &= bx + c, & g_5(x) &= cx + a, & g_6(x) &= cx + b \end{aligned}$$

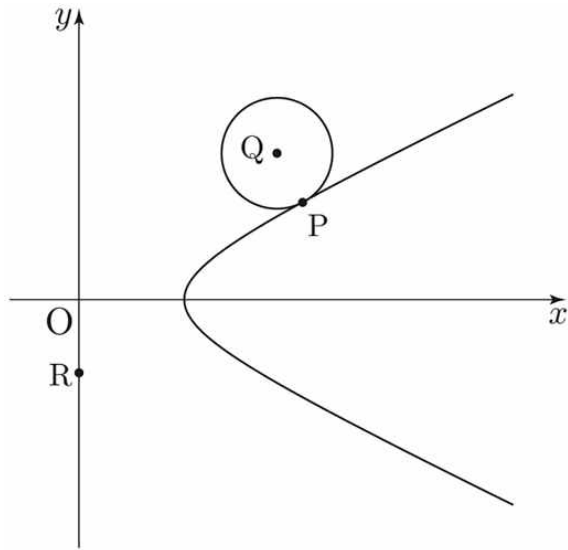
들이 아래의 조건을 만족한다.

(I)  $f(x) > 0$ 을 만족하는 실수  $x$ 가 존재한다.  
(II)  $1 \leq i \leq 6$ 인 자연수  $i$ 와  $s < t$ 를 만족하는 임의의 두 실수  $s, t$ 에 대해  $\int_s^t g_i(x) dx \leq \int_s^t f(x) dx$ 가 성립한다.

[문제 3-1]  $\frac{2f'(26)}{f''(26)}$ 의 값을 구하시오. [7점]

[문제 3-2]  $b = 26$ 일 때,  $f(-1)$ 의 값의 범위를  $\alpha \leq f(-1) \leq \beta$ 라고 하자.  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [7점]

**[문제 4]** 곡선  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  ( $x > 0$ )에 대하여 곡선 위의 점 P에 접하고 반지름이 1인 원의 중심을 Q라고 하자. 다음 물음에 답하시오.



**[문제 4-1]** 점 P의 좌표를  $(f(t), g(t))$ 라고 할 때,  $g(0) = 0$ ,  $g'(0) = 2026$ 을 만족한다. 점 Q의 좌표를  $(\alpha(t), \beta(t))$ 라고 할 때,  $\beta'(0)$ 의 값을 구하시오. **[10점]**

**[문제 4-2]** 점  $R\left(0, -\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$ 에 대하여 직선 QR의 기울기의 집합을 구하시오. **[20점]**

**[문제 5]** 다음 물음에 답하시오.

**[문제 5-1]** 모든 실수에서 정의된 함수  $f(x) = \frac{(e^x + x)(1 - xe^x)}{(e^{2x} + 1)(x^2 + 1)}$ 의 최솟값을 구하시오. 단,  $e > 2$ 이다. **[11점]**

**[문제 5-2]** 모든 실수에서 정의된 함수  $f(x) = \frac{(2e^x + \cos x)(2 - e^x \cos x)}{(e^{2x} + 1)(\cos^2 x + 4)}$ 의 최댓값을 구하시오. **[9점]**