

- ▷ 시험 시간 : 60분
- ▷ 문항 수 : 선택형 25문항 (64.3점), 단답형A 10문항 (35.7점)
계 35문항 (총 100점)
- ▷ 페이지 수 : 총 5쪽
- ▷ 배 점 : 각 문항 당 [] 안에 배점이 표시되어 있음

1. $b\sin B + c\sin C = \frac{a^2}{2R}$ 을 만족시키는 $\triangle ABC$ 에 대한 설명으로 항상 옳은 것은? (단, R 은 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이이다.) [2.1점]

- ① $A = 90^\circ$ 이다. ② $B = 90^\circ$ 이다.
 ③ $C = 90^\circ$ 이다. ④ $a = b$ 이다.
 ⑤ $b = c$ 이다.

2. 다음 수열이 등차수열을 이룰 때, □ 안에 알맞은 수는? [2.1점]

-2, 2, □, 10, 14, ...

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

3. 수열 $\left\{ \frac{3n+5}{n-1} \right\}$ 의 제 3항은? [2.1점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

4. $a = 4$, $b = 5$, $C = 30^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 의 넓이는? [2.1점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. $\sum_{k=2}^{15} 2$ 의 값은? [2.2점]

- ① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

6. $\triangle ABC$ 에서 $a = 6\sin A$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는? [2.2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 다음 등식을 만족시키는 정수 p 의 값은? [2.2점]

$$\sum_{k=1}^{10} (2k-3) = \sum_{k=3}^{12} (2k+p)$$

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

8. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 3$, $\sum_{k=1}^{10} b_k = 2$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (4a_k - 3b_k)$ 의 값은? [2.2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + n + 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)로 정의될 때, a_5 는? [2.3점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

10. $\sum_{k=1}^{40} \frac{1}{\sqrt{2k-1} + \sqrt{2k+1}}$ 의 값은? [2.3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

11. $\triangle ABC$ 에서 $a = 2$, $b = 5$ 이고 삼각형의 넓이가 3일 때, c 의 값은? (단, $90^\circ < C < 180^\circ$) [2.4점]

- ① 3 ② $3\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ 6 ⑤ $3\sqrt{5}$

12. 2와 110 사이에 n 개의 수를 넣었더니

$$2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 110$$

이 이 순서대로 공차가 3인 등차수열을 이룬다고 한다. 이때, n 의 값은? [2.5점]

- ① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37

13. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1) = n^2$$

이 성립함을 증명하는 과정이다.

(1) $n = 1$ 일 때

$$(좌변) = 1, (우변) = 1$$

따라서 $n = 1$ 일 때 위 등식이 성립한다.

(2) $n = k$ 일 때

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2k-1) = k^2$$

$n = k+1$ 일 때

$$\begin{aligned} & 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2k-1) + (2k+1) \\ &= \{1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2k-1)\} + (2k+1) \\ &= \boxed{\text{(가)}} + (2k+1) \\ &= \boxed{\text{(나)}} \end{aligned}$$

따라서 $n = k+1$ 일 때도 위 등식이 성립한다.

(1), (2)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 위 등식이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 할 때,

$f(2) + g(3)$ 의 값은? [2.6점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

14. n 명의 학생을 두 개의 조로 나누는 방법의 수를 a_n 이라 할 때, $a_{n+1} = pa_n + q$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)가 성립한다. 이때 두 상수 p, q 에 대하여 $p + q$ 의 값은? [2.6점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 월 이율이 0.4%이고, 1개월마다 복리로 매월 초에 10만 원씩 24개월 동안 적립할 때, 24개월째 말까지 적립금의 원리합계는?

(단, $1.004^{24} = 1.10$ 으로 계산한다.) [2.7점]

- ① 250만 원 ② 251만 원
③ 252만 원 ④ 253만 원
⑤ 254만 원

16. 이차방정식 $x^2 + 4x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

$$\sum_{k=1}^{10} (k+\alpha)(k+\beta) \text{의 값은? } [2.7점]$$

- ① 155 ② 165 ③ 175 ④ 185 ⑤ 195

17. $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 8$, $\angle A = 60^\circ$ 인 삼각형 $\triangle ABC$ 에서 두 점 P, Q 가 각각 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 위를 움직인다. \overline{PQ} 가 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분할 때, \overline{PQ} 의 최솟값은? [2.7점]

- ① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 6

18. 함수 $f(x) = \sum_{k=1}^7 (x-k)^2$ 의 $x = a$ 일 때 최솟값 b 를 갖는다. 이때 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은? [2.7점]

- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

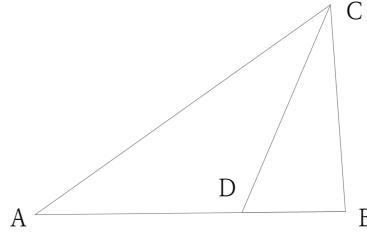
19. $\triangle ABC$ 에서 $a : b : c = 2 : \sqrt{5} : 3$ 이고, 외접원의 넓이가 45π 일 때, b 의 값은? [2.8점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

20. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여 $\log_2(S_n - 1) = n - 1$ 일 때, $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ 의 값은? [2.9점]

① $\frac{341}{2}$ ② 171 ③ $\frac{343}{2}$ ④ 172 ⑤ $\frac{345}{2}$

21. 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 변 AB 를 2:1로 내분하는 점 D 에 대하여 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 7$, $\overline{BC} = 4$ 일 때, \overline{CD} 의 길이는? [2.9점]



① $\sqrt{15}$ ② 4 ③ $\sqrt{17}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{19}$

22. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{4a_{n+1} - 2a_n\}$ 은 첫째항이 30, 공비가 2인 등비수열일 때, a_6 의 값은? [3점]

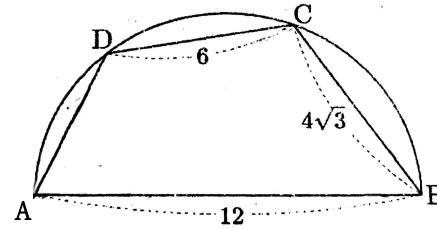
① 140 ② 150 ③ 160 ④ 170 ⑤ 180

23. 함수 $y = \sin 2\pi x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{2}{3}$ 의 교점의 x 좌표 중 양

- 수를 작은 것부터 차례대로 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{40} a_k$ 의 값은?
[3.1점]

① 400 ② 405 ③ 410 ④ 415 ⑤ 420

24. 그림과 같이 길이가 12인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 $\overline{BC} = 4\sqrt{3}$ 이 되도록 점 C 를 잡고, 호 AC 위에 $\overline{CD} = 6$ 이 되도록 점 D 를 잡을 때, $\overline{AD} = p\sqrt{2} + q\sqrt{3}$ 이라 하자. 이 때 두 유리수 p, q 에 대해서 $p+q$ 의 값은? [3.4점]



① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

25. 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 각각 A_n, B_n 이라 하면, $A_n : B_n = 3n + p : (p+2)n + 1$ 이다.

$a_5 : b_5 = 1 : 2$ 일 때, $\frac{B_{13}}{a_4}$ 의 값은? (단, p 는 상수이다.) [3.5점]

① 45 ② 46 ③ 47 ④ 48 ⑤ 49

단답형 1. $\triangle ABC$ 에서 $a = 8$, $b = 3$, $\cos C = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오. [3점]

단답형 2. 수열 $\frac{1}{4}, x, y, z, 196, \dots$ 이 등비수열을 이룰 때, xyz 의 값을 구하시오. [3.1점]

단답형 3. 두 집합 $A = \{x \mid x = 3n - 2, n \text{은 자연수}\}$, $B = \{y \mid y = 5n - 1, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 원소를 작은 것부터 차례대로 나열한 수열을 $\{a_n\}$ 이라 하자. 이때 a_{15} 의 값을 구하시오. [3.2점]

단답형 4. $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 2n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{q}{p}$ 라 하자. 이때 $10p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3.3점]

단답형 5. 첫째 항이 1, 공차가 1인 등차수열이 있다. 첫 번째 시행에서 이 수열의 짝수 번째 항을 지우고, 두 번째 시행에서 첫 번째 시행 후 남은 수열의 짝수 번째 항을 지운다. 이와 같은 시행을 반복할 때, 일곱 번째 시행 후 남은 수열의 제 7항을 구하시오. [3.4점]

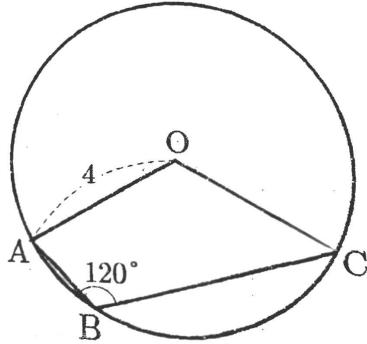
단답형 6. 반지름의 길이가 13인 원에 내접하는 예각삼각형 ABC가 있다. $\overline{AB} = 24$, $\overline{AC} = 22$ 일 때, $\overline{BC} = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때 두 유리수 a, b 에 대하여 $26(a + b)$ 의 값을 구하시오. [3.6점]

단답형 7. $a_1 = 1$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n < 31) \\ a_n - 30 & (a_n \geq 31) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{50} a_k$ 의 값을 구하시오. [3.8점]

단답형 8. 그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심이 O인 원 위의 세 점 A, B, C에 대하여 $\angle ABC = 120^\circ$ 이고, 사각형 OABC의 넓이가 $7\sqrt{3}$ 일 때, $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = a + b\sqrt{5}$ 라 하자. 이때 두 유리수 a, b에 대하여 a + b의 값을 구하시오. (단, $\overline{AB} < \overline{BC}$) [4점]



단답형 10. 다음 조건을 만족시키는 이등변삼각형 ABC가 결정되도록 하는 실수 k의 개수가 3일 때, 상수 p의 값을 구하시오. (단, $\overline{AB} \geq \overline{BC}$ 이고, R은 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름 길이이다.) [4.2점]

- (가) $f(x) = 2x^2 + 10x + p$
 (나) $(a-2R)(b-2R)(c-2R) \geq 0$
 (다) $2f(k)\cos A \sin B = \sin C$

단답형 9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_{2n} = a_n - 2$
 (나) $a_{2n+1} = -3a_n + 2$

$a_{20} = -5$ 일 때, $\sum_{n=1}^{128} a_n$ 의 값은? [4.1점]

〈끝〉

채점은 여기로

<https://forms.gle/buKt9p1zvn14MKSeA>