

- ▷ 시험 시간 : 60분  
▷ 문항 수 : 선택형 25문항 (64.3점), 단답형A 10문항 (35.7점)  
          계 35문항 (총 100점)  
▷ 페이지 수 : 총 5쪽  
▷ 배 점 : 각 문항 당 [ ] 안에 배점이 표시되어 있음

1.  $b\sin B + c\sin C = \frac{a^2}{2R}$ 을 만족시키는  $\triangle ABC$ 에 대한 설명으로 항상 옳은 것은? (단,  $R$ 은  $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이이다.) [2.1점]

- ①  $A = 90^\circ$  이다.                      ②  $B = 90^\circ$  이다.  
③  $C = 90^\circ$  이다.                      ④  $a = b$ 이다.  
⑤  $b = c$ 이다.

2. 다음 수열이 등차수열을 이룰 때, □ 안에 알맞은 수는? [2.1점]  
-2, 2, □, 10, 14, ...

- ① 3            ② 4            ③ 5            ④ 6            ⑤ 7

3. 수열  $\left\{ \frac{3n+5}{n-1} \right\}$ 의 제 3항은? [2.1점]

- ① 1            ② 3            ③ 5            ④ 7            ⑤ 9

4.  $a = 4, b = 5, C = 30^\circ$ 인  $\triangle ABC$ 의 넓이는? [2.1점]

- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

5.  $\sum_{k=2}^{15} 2^k$ 의 값은? [2.2점]

- ① 26            ② 27            ③ 28            ④ 29            ⑤ 30

6.  $\triangle ABC$ 에서  $a = 6\sin A$ 일 때,  $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는?  
[2.2점]

- ① 15            ② 30            ③ 45            ④ 60            ⑤ 90

7. 다음 등식을 만족시키는 정수  $p$ 의 값은? [2.2점]

$$\sum_{k=1}^{10} (2k-3) = \sum_{k=3}^{12} (2k+p)$$

- ① -9            ② -7            ③ -5            ④ -3            ⑤ -1

8.  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 3, \sum_{k=1}^{10} b_k = 2$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (4a_k - 3b_k)$ 의 값은? [2.2점]

- ① 6            ② 7            ③ 8            ④ 9            ⑤ 10

9. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + n + 2$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )로 정의될 때,  $a_5$ 는? [2.3점]

- ① 15            ② 16            ③ 17            ④ 18            ⑤ 19

10.  $\sum_{k=1}^{40} \frac{1}{\sqrt{2k-1} + \sqrt{2k+1}}$ 의 값은? [2.3점]

- ① 2            ② 4            ③ 6            ④ 8            ⑤ 10

11.  $\triangle ABC$ 에서  $a = 2, b = 5$ 이고 삼각형의 넓이가 3일 때,  $c$ 의 값은?  
(단,  $90^\circ < C < 180^\circ$ ) [2.4점]

- ① 15            ② 30            ③ 45            ④ 60            ⑤ 90

12. 2와 110 사이에  $n$ 개의 수를 넣었더니

$$2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 110$$

이 이 순서대로 공차가 3인 등차수열을 이룬다고 한다. 이때,  $n$ 의 값은?  
[2.5점]

- ① 33            ② 34            ③ 35            ④ 36            ⑤ 37

13. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 등식

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1) = n^2$$

이 성립함을 증명하는 과정이다.

(1)  $n = 1$ 일 때

$$(좌변) = 1, (우변) = 1$$

따라서  $n = 1$ 일 때 위 등식이 성립한다.

(2)  $n = k$ 일 때

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2k-1) = k^2$$

$n = k+1$ 일 때

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2k-1) + (2k+1)$$

$$= \{1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2k-1)\} + (2k+1)$$

$$= \boxed{(가)} + (2k+1)$$

$$= \boxed{(나)}$$

따라서  $n = k+1$ 일 때도 위 등식이 성립한다.

(1), (2)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여 위 등식이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 라 할 때,

$f(2) + g(3)$ 의 값은? [2.6점]

- ① 5      ② 10      ③ 15      ④ 20      ⑤ 25

14.  $n$ 명의 학생을 두 개의 조로 나누는 방법의 수를  $a_n$ 이라 할 때,

$a_{n+1} = pa_n + q$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )가 성립한다. 이때 두 상수  $p, q$ 에 대하여

$p + q$ 의 값은? [2.6점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

15. 월 이율이 0.4%이고, 1개월마다 복리로 매월 초에 10만 원씩 24개월 동안 적립할 때, 24개월째 말까지 적립금의 원리합계는?

(단,  $1.004^{24} = 1.10$ 으로 계산한다.) [2.7점]

- ① 250만 원      ② 251만 원  
③ 252만 원      ④ 253만 원  
⑤ 254만 원

16. 이차방정식  $x^2 + 4x + 2 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,

$\sum_{k=1}^{10} (k+\alpha)(k+\beta)$ 의 값은? [2.7점]

- ① 155      ② 165      ③ 175      ④ 185      ⑤ 195

17.  $\overline{AB} = 6$ ,  $\overline{AC} = 8$ ,  $\angle A = 60^\circ$ 인 삼각형  $\triangle ABC$ 에서 두 점 P, Q가 각각  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  위를 움직인다.  $\overline{PQ}$ 가  $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분할 때,  $\overline{PQ}$ 의 최솟값은? [2.7점]

- ①  $2\sqrt{5}$       ②  $2\sqrt{6}$       ③  $2\sqrt{7}$       ④  $4\sqrt{2}$       ⑤ 6

18. 함수  $f(x) = \sum_{k=1}^7 (x-k)^2$ 이  $x = a$ 일 때 최솟값  $b$ 를 갖는다. 이때 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은? [2.7점]

- ① 31      ② 32      ③ 33      ④ 34      ⑤ 35

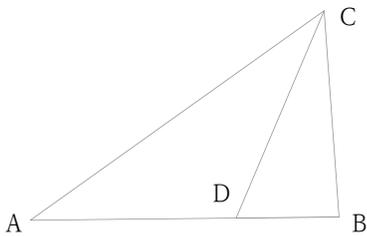
19.  $\triangle ABC$ 에서  $a : b : c = 2 : \sqrt{5} : 3$ 이고, 외접원의 넓이가  $45\pi$ 일 때,  $b$ 의 값은? [2.8점]

- ① 10      ② 11      ③ 12      ④ 13      ⑤ 14

20. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 에 대하여  $\log_2(S_n - 1) = n - 1$ 일 때,  $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ 의 값은? [2.9점]

- ①  $\frac{341}{2}$     ② 171    ③  $\frac{343}{2}$     ④ 172    ⑤  $\frac{345}{2}$

21. 그림과 같이  $\triangle ABC$ 의 변  $AB$ 를 2:1로 내분하는 점  $D$ 에 대하여  $\overline{AB} = 6$ ,  $\overline{AC} = 7$ ,  $\overline{BC} = 4$ 일 때,  $\overline{CD}$ 의 길이는? [2.9점]



- ①  $\sqrt{15}$     ② 4    ③  $\sqrt{17}$     ④  $3\sqrt{2}$     ⑤  $\sqrt{19}$

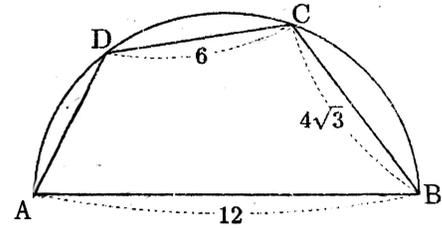
22. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{4a_{n+1} - 2a_n\}$ 은 첫째항이 30, 공비가 2인 등비수열일 때,  $a_6$ 의 값은? [3점]

- ① 140    ② 150    ③ 160    ④ 170    ⑤ 180

23. 함수  $y = \sin 2\pi x + 1$ 의 그래프와 직선  $y = \frac{2}{3}$ 의 교점의  $x$ 좌표 중 양수를 작은 것부터 차례대로  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ 이라 할 때,  $\sum_{k=1}^{40} a_k$ 의 값은? [3.1점]

- ① 26    ② 27    ③ 28    ④ 29    ⑤ 30

24. 그림과 같이 길이가 12인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 반원이 있다. 호  $AB$  위에  $\overline{BC} = 4\sqrt{3}$ 이 되도록 점  $C$ 를 잡고, 호  $AC$  위에  $\overline{CD} = 6$ 이 되도록 점  $D$ 를 잡을 때,  $\overline{AD} = p\sqrt{2} + q\sqrt{3}$ 이라 하자. 이 때 두 유리수  $p, q$ 에 대해서  $p+q$ 의 값은? [3.4점]



- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8

25. 두 등차수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을 각각  $A_n, B_n$ 이라 하면,  $A_n : B_n = 3n + p : (p + 2)n + 1$ 이다.

$a_5 : b_5 = 1 : 2$ 일 때,  $\frac{B_{13}}{a_4}$ 의 값은? (단,  $p$ 는 상수이다.) [3.5점]

- ① 45    ② 46    ③ 47    ④ 48    ⑤ 49

단답형 1.  $\triangle ABC$ 에서  $a=8, b=3, \cos C=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 일 때,  $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오. [3점]

단답형 2. 수열  $\frac{1}{4}, x, y, z, 196, \dots$ 이 등비수열을 이룰 때,  $xyz$ 의 값을 구하시오. [3.1점]

단답형 3. 두 집합  $A = \{x \mid x = 3n - 2, n \text{은 자연수}\}$ ,  
 $B = \{y \mid y = 5n - 1, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 집합  $A \cap B$ 의 원소를 작은 것부터 차례대로 나열한 수열을  $\{a_n\}$ 이라 하자. 이때  $a_{15}$ 의 값을 구하시오. [3.2점]

단답형 4.  $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 2n$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{q}{p}$ 라 하자. 이때  $10p + q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3.3점]

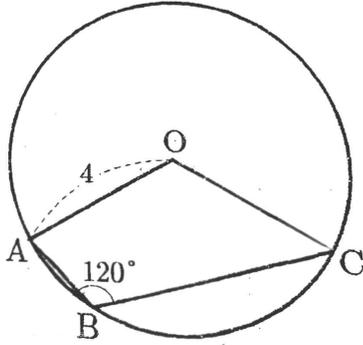
단답형 5. 첫째 항이 1, 공차가 1인 등차수열이 있다. 첫 번째 시행에서 이 수열의 짝수 번째 항을 지우고, 두 번째 시행에서 첫 번째 시행 후 남은 수열의 짝수 번째 항을 지운다. 이와 같은 시행을 반복할 때, 일곱 번째 시행 후 남은 수열의 제 7항을 구하시오. [3.4점]

단답형 6. 반지름의 길이가 13인 원에 내접하는 예각삼각형  $ABC$ 가 있다.  $\overline{AB} = 24, \overline{AC} = 22$ 일 때,  $\overline{BC} = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때 두 유리수  $a, b$ 에 대하여  $26(a+b)$ 의 값을 구하시오. [3.6점]

단답형 7.  $a_1 = 1$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여  
$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n < 31) \\ a_n - 30 & (a_n \geq 31) \end{cases}$$

를 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{50} a_k$ 의 값을 구하시오. [3.8점]

단답형 8. 그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심이 O인 원 위의 세 점 A, B, C에 대하여  $\angle ABC = 120^\circ$  이고, 사각형 OABC의 넓이가  $7\sqrt{3}$  일 때,  $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = a + b\sqrt{5}$  라 하자. 이때 두 유리수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값을 구하시오. (단,  $\overline{AB} < \overline{BC}$ ) [4점]



단답형 9. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_{2n} = a_n - 2$   
 (나)  $a_{2n+1} = -3a_n + 2$

$a_{20} = -5$  일 때,  $\sum_{n=1}^{128} a_n$ 의 값은? [4.1점]

단답형 10. 다음 조건을 만족시키는 이등변삼각형 ABC가 결정되도록 하는 실수  $k$ 의 개수가 3일 때, 상수  $p$ 의 값을 구하시오. (단,  $\overline{AB} \geq \overline{BC}$  이고,  $R$ 은  $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름 길이이다.) [4.2점]

(가)  $f(x) = 2x^2 + 10x + p$   
 (나)  $(a - 2R)(b - 2R)(c - 2R) \geq 0$   
 (다)  $2f(k)\cos A \sin B = \sin C$

<끝>

채점은 여기로

<https://forms.gle/buKt9p1zvn14MKSeA>